

Gestion du **risque** & introduction aux **assurances**

Joël Wagner
Michel Fuino

Gestion du **risque** & introduction aux **assurances**

Joël Wagner, Michel Fuino

La gestion du risque gagne en importance dans les entreprises comme dans la société en général. Cet ouvrage s'articule en deux grandes parties. Dans la première, le concept de risque est introduit dans son contexte historique et la terminologie et les concepts liés à l'identification et à la caractérisation des expositions au risque définis. Les outils nécessaires à l'appréciation des risques sont passés en revue et les différentes étapes du processus de la gestion du risque discutées. La deuxième partie s'attache à l'économie des assurances, aux assurances sociales et au marché des assurances privées. Les différentes branches et produits d'assurances privées sont analysés, avant que l'ouvrage expose les bases du calcul des primes d'assurances en fonction des prestations contractuelles et afin d'offrir un aperçu de la pratique d'un actuaire.

De nombreuses applications pratiques (comme la gestion des cyber-risques), exemples et illustrations complètent l'ensemble. Cet ouvrage se pose comme une référence pour les étudiants des hautes écoles de gestion, les professionnels et toute personne intéressée par la gestion du risque et le domaine des assurances.

Joël Wagner est professeur en sciences actuarielles à HEC Lausanne, membre du Swiss Finance Institute et du centre Enterprise for Society à l'Université de Lausanne, professeur invité à l'École polytechnique fédérale de Lausanne et privat-docent à l'Université de Saint-Gall.

Michel Fuino est docteur en sciences actuarielles de HEC Lausanne et actuaire chez Retraites Populaires.

ISBN 978-2-88915-449-4



9 782889 154494 >

EPFL PRESS

**Gestion du risque
& introduction
aux assurances**

Gestion du **risque** & introduction aux **assurances**

Joël Wagner
Michel Fuino

EPFL PRESS

Publié avec le soutien du Fonds national suisse de la recherche scientifique.

Texte © Joël Wagner / Michel Fuino 2022

Illustration de couverture :

Girl climbing on the rock on sunset background,

© Galyna Andrushko | Dreamstime.com

La Fondation des Presses polytechniques et universitaires romandes (PPUR) publie principalement les travaux d'enseignement et de recherche de l'École polytechnique fédérale de Lausanne (EPFL), des universités et des hautes écoles francophones. PPUR, EPFL-Rolex Learning Center, CM Station 10, CH-1015 Lausanne, ppur@epfl.ch, tél. : +41 21 693 21 30 ; fax : +41 21 693 40 27.

www.epflpress.org

Première édition

ISBN 978-2-88914-576-8 (pour la version numérique PDF en libre accès)

ISBN 978-2-88915-449-4 (pour la version imprimée)

EPFL PRESS / Presses polytechniques et universitaires romandes, 2022

DOI: <https://doi.org/10.55430/DSGS4578>



Cet ouvrage est couvert par une licence [Creative Commons Paternité 4.0 licence internationale](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Sommaire

Préface	1
1 Introduction	3
1.1 Risques à l'échelle mondiale	3
– Risques environnementaux	5
– Risques technologiques	5
– Risques sociétaux	5
– Risques géopolitiques	6
– Risques économiques	6
1.2 Catastrophes naturelles et techniques mondiales	7
– Catastrophes météorologiques	7
– Séismes et tsunamis	9
– Catastrophes techniques	9
– Dommages assurés par région du monde	11
– Évolution du nombre de catastrophes	12
1.3 Exemples de gestion des risques en Suisse	13
– Sécurité routière	14
– Assurance incendie et éléments naturels	15
– Gestion des risques en entreprise	17
1.4 Éléments d'histoire	18
– Origine du terme « risque »	19
– Concept de gestion du risque	19
– Communautés de risques et débuts de l'assurance	20
– Rôle des incendies dans le développement de l'assurance	23

– Aperçu historique du secteur de l'assurance en Suisse	24
1.5 Lectures et ressources complémentaires	25
2 Le risque	29
2.1 Définition du terme « risque »	29
– Utilisation quotidienne et abus de langage	29
– Définitions des dictionnaires	30
– Définitions par les normes ISO	31
– Notre définition du risque	32
2.2 Référentiel pour l'analyse du risque	33
2.3 Risques dans une entreprise	34
– Risques stratégiques	34
– Risques opérationnels ou internes	36
– Risques externes	38
2.4 Caractérisation des risques	39
– Risques avec et sans conséquences financières	40
– Risques dynamiques et statiques	40
– Risques purs et spéculatifs	41
– Risques fondamentaux et particuliers	42
– Risques émergents	44
2.5 Caractérisation des expositions au risque	44
2.6 Périls et « hazards »	46
– Définition du terme « péril »	46
– Classification des périls	47
– Définition du terme « hazard »	49
– Types de « hazards »	50
– Distinction entre risque, péril et « hazard »	51
2.7 Types de valeurs exposées à une perte	51
– Propriété	52
– Patrimoine	52
– Personne	54
– Bénéfice net	54
3 Appréciation des risques	57
3.1 Analyse d'une exposition au risque	58
– Fréquence et sévérité	58

– Cartographie d'expositions au risque	58
– Probabilité objective et probabilité subjective	64
3.2 Évaluation des conséquences	66
– Mesure du risque en termes de fréquence et de sévérité	66
– Critères d'évaluation des risques	70
– Modélisation des pertes par la variable aléatoire S	72
– Concept d'un principe d'évaluation du risque	73
3.3 Variables aléatoires et théorie des probabilités	75
– Variable aléatoire	75
– Fonction de répartition	76
– Variable aléatoire continue et discrète	77
– Fonctions de masse et de densité de probabilité	77
– Espérance mathématique	80
– Transformation d'une variable aléatoire	80
– Inégalités de Jensen	80
– Moments, variance et écart-type	81
– Covariance et corrélation	83
– Variables aléatoires indépendantes	84
– Distributions conjointe et marginale	85
– Loi des grands nombres et théorème central limite	90
– Exemples de lois de probabilité discrètes	92
– Exemples de lois de probabilité continues	94
3.4 Utilité et fonctions d'utilité	98
– Définition et hypothèses	98
– Utilité espérée	99
– Attitude face au risque	100
– Équivalent certain	100
– Coefficient d'aversion au risque	104
– Exemples de fonctions d'utilité	107
– Évaluation de la prime de risque	108
– Approximation de la prime pour de petits risques	111
3.5 Principes d'évaluation des risques	113
– Critère de l'espérance mathématique	115
– Critère de l'utilité espérée	117
– Critère de la valeur à risque (VaR)	118

– Critère de la valeur à risque conditionnelle (CVaR)	121
– Autres critères	122
4 Gestion du risque	125
4.1 Définition et objectifs de la gestion du risque	126
– Activités et définition	126
– Cycle de la gestion du risque	128
4.2 Méthodes d'identification et d'analyse des risques	129
– Méthodes pour l'identification d'expositions au risque	129
– Représentation des risques	131
– « Master risk list »	132
4.3 Étude des techniques de gestion du risque applicables	134
– Techniques de contrôle du risque	135
– Techniques de financement du risque	140
4.4 Sélection des techniques les plus appropriées	150
– Évaluation des techniques	150
– Définition et application des critères de sélection	150
4.5 Implémentation des techniques choisies	152
– Politique de risque et organisation	152
– Modèle des trois lignes de défense	153
4.6 Contrôle des résultats	154
– Culture du risque	155
– Coûts et bénéfices	155
4.7 Gestion des cyber-risques et assurabilité	157
– Définition des cyber-risques	158
– Catégorisation et exemples	158
– Gestion des cyber-risques	163
– Assurabilité des cyber-risques	165
5 Économie et marché de l'assurance	169
5.1 Fonctions économiques et justification de l'assurance	170
– Fonctions économiques de l'assurance	170
– Justification économique de l'assurance	172
– Dépenses des ménages privés pour les assurances	173
5.2 Assurances sociales en Suisse	177
– Branches d'assurances sociales	177

– Financement et structure des recettes	182
– Compte global des assurances sociales	184
5.3 Marché des assurances privées	185
– Mesure de l'importance du secteur de l'assurance	186
– Aperçu du marché mondial	188
– Indicateurs sur le marché suisse	190
5.4 Branches et produits d'assurances privées	193
– Contrat d'assurance et assureurs	194
– Principes légaux de base	195
– Catégorisation des assurances	195
6 Tarification du risque dans l'assurance	201
6.1 Introduction à la tarification dans l'assurance vie	202
– Assurances de capital et de rentes	202
– Principe d'équivalence	203
6.2 Risque de décès et tables de mortalité	206
– Tables de mortalité	206
– Fonctions biométriques	208
– Bases techniques	211
6.3 Éléments de tarification de l'assurance vie	215
– Vocabulaire et notations actuarielles	215
– Primes d'assurance vie sur plusieurs années	217
– Caractéristiques des primes d'assurance vie	219
– Caractéristiques des prestations d'assurances de capital	224
– Caractéristiques des prestations d'assurances de rentes	230
– Exemples de calcul des primes	232
6.4 Réserves mathématiques	239
– Méthode récursive	239
– Méthodes prospective et rétrospective	242
6.5 Assurance non-vie	245
– Segmentation des clients	246
– Éléments de tarification	247
– Évolution des modèles de tarification	250
– Réserves mathématiques	253
Bibliographie	255

Sommaire

Liste des figures	263
Liste des tableaux	267
Liste des définitions et théorèmes	269
Liste des encadrés	273
Biographie des auteurs	277

Préface

Le risque et la gestion du risque sont au coeur des préoccupations de la société moderne. Tout individu, organisation, entreprise ou collectivité publique doit, d'une manière ou d'une autre, gérer ses risques. Néanmoins, il est bien évident que l'exposition au risque et les moyens à mettre en oeuvre ne sont pas les mêmes lorsqu'il s'agit d'une personne privée, d'une entreprise internationale ou encore d'un État.

Quand on évoque la gestion du risque dans une école de gestion, on pense prioritairement à l'exposition au risque d'une entreprise et c'est dans ce contexte qu'il faut placer cet ouvrage. Des événements inattendus peuvent causer des pertes non planifiées, des pertes "accidentelles" pour une entreprise. Tout d'abord, il s'agit de bien définir la terminologie avant de procéder à l'appréciation des risques. D'un point de vue entrepreneurial, deux questions se posent. Premièrement, comment contrôler les risques qui se présentent et deuxièmement, comment financer les pertes potentielles. En appréhendant les risques de manière adéquate, une entreprise peut réduire les effets dissuasifs de l'incertitude associés à des pertes potentielles et s'engager dans de nouvelles activités profitables tout en maîtrisant l'exposition au risque. À cet égard, différentes mesures du risque telles que la valeur à risque et la valeur à risque conditionnelle sont discutées. Les compagnies d'assurances jouent un rôle important dans le financement des risques. Une introduction aux assurances permet au lecteur de mieux comprendre le secteur des assurances et les produits qui sont proposés. Ainsi, dans le contexte de l'assurance vie et non-vie, un aperçu des méthodes du calcul des primes d'assurance illustre une partie des activités des actuaires, spécialistes de la tarification du risque.

Cet ouvrage s'articule le long de six chapitres. Au chapitre 1 nous donnons une introduction au sujet et présentons un aperçu de l'histoire de la gestion du risque et des assurances. Ensuite, au chapitre 2 nous définissons les termes utilisés pour identifier et caractériser les expositions au risque. Dans le chapitre 3 les outils nécessaires à l'appréciation des risques sont passés en revue. Il s'agit notamment d'éléments de la théorie des probabilité et de la théorie de l'utilité. À la fin de ce chapitre, plusieurs principes d'évaluation des risques sont énoncés. Le chapitre 4 présente les différentes étapes du processus de la gestion du risque ainsi qu'une application de ce processus dans le domaine des cyber-risques. Au chapitre 5 nous discutons l'économie et le marché de l'assurance en distinguant assurances sociales et

assurances privées. Nous y étudions également les différentes branches et produits d'assurances privées. Finalement, dans le chapitre 6 nous traitons de la tarification du risque dans l'assurance. Nous y considérons différents produits d'assurance vie et non-vie et donnons les bases pour le calcul des primes en fonction des prestations contractuelles. À travers les différents chapitres, des cadres sur fond gris foncé mettent en avant les définitions et les énoncés des théorèmes. Sur fond gris clair nous relevons des exemples, des illustrations et des commentaires qui complètent le texte et permettent une meilleure compréhension des enjeux.

L'enseignement du cours de gestion du risque par le premier auteur à HEC Lausanne, la faculté des hautes études commerciales de l'Université de Lausanne, a donné lieu à la rédaction de cet ouvrage. Le développement du matériel pédagogique sur de nombreuses années et les retours des quelques 400 étudiants qui choisissent ce cours chaque année ont largement contribué à ce livre. C'est ainsi que les auteurs tiennent à remercier vivement les professeurs André Dubey et François Dufresne qui ont enseigné ce cours avant respectivement jusqu'en 2014 et qui ont partagé leurs notes de cours. Plusieurs assistants, dont Vanessa Carrard, Frédérique Hansen, Eliot Jean, Veronika Kalouguina et Yves Staudt, de même que les questions posées par les étudiants de plusieurs volées ont contribué à améliorer les différentes versions du polycopié du cours qui a précédé la parution de ce livre. Enfin, le développement du présent ouvrage a bénéficié du soutien de l'Association suisse d'assurances.

Le premier auteur dédie cet ouvrage à tous ses étudiants, assistants et doctorants d'hier, d'aujourd'hui et de demain. Il remercie ses chers C. G. et F. pour leur amour et leur présence au quotidien.

Lausanne, en janvier 2022

Joël Wagner et Michel Fuino

La publication de la version numérique du livre en libre accès a été soutenue par le Fonds national suisse de la recherche scientifique.

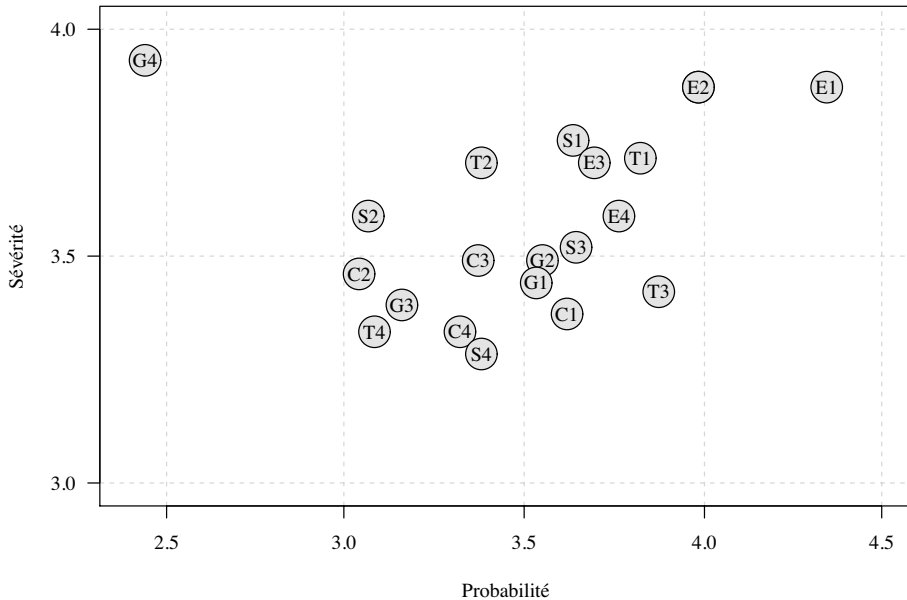
Introduction

Le risque, à savoir l'éventualité qu'un événement défavorable se réalise, fait depuis toujours partie de notre quotidien. La conscience du risque et de sa gestion a permis à l'homme une meilleure appréhension du futur et ainsi d'obtenir un brin de sérénité dans un monde rempli d'incertitudes. De l'Antiquité à l'Époque contemporaine, la conception du risque a beaucoup changé. Cette notion, qui à ses débuts se voyait rattachée à une conception de l'aléa, est aujourd'hui devenue un concept indissociable du monde entrepreneurial. La simple notion, très répandue, de réserve financière en est l'exemple le plus parlant. Dans ce contexte, les compagnies d'assurances se voient attribuer le rôle d'expert en matière d'évaluation des risques à conséquences financières qu'encourent des entreprises ou des personnes individuelles. Le présent chapitre a pour but d'introduire la notion de risque au travers d'exemples, – une définition formelle sera donnée au chapitre 2, – d'illustrer sa dimension globale, de décrire quelques enjeux concernant sa gestion et de donner un aperçu d'éléments historiques.

1.1 Risques à l'échelle mondiale

Conscient des risques qui nous concernent à l'échelle planétaire, le Forum Économique Mondial publie annuellement, depuis plusieurs années, un rapport sur la perception de ces risques. Le 14^e rapport, édité en 2019, reprend les avis récoltés auprès d'un millier de décideurs des secteurs public et privé, du monde académique et de la société civile (World Economic Forum, 2019). La figure 1.1 reprend 20 des principaux risques identifiés dans le domaine environnemental, technologique, sociétal, géopolitique et économique. Le graphique illustre la probabilité de réalisation et la sévérité attendue de ces risques basées sur les réponses du sondage. En effet, il était demandé aux participants d'évaluer la probabilité d'occurrence ainsi

Introduction



Environnement	Technologie	Société
E1. Événements météorologiques	T1. Cyberattaques	S1. Crises de l'eau
E2. Changements climatiques	T2. Cyberdépendance	S2. Propagation de maladies
E3. Perte de biodiversité	T3. Fraude/vol de données	S3. Migrations involontaires
E4. Catastrophes naturelles	T4. Effets néfastes des progrès	S4. Instabilité sociale
Géopolitique	Économie	
G1. Échec de gouvernance nationale	C1. Bulles d'actifs	
G2. Conflits interétatiques	C2. Mécanisme financier	
G3. Attaques terroristes	C3. Crise fiscale	
G4. Armes de destruction massive	C4. Chômage structurel	

Échelles : Probabilité de très improbable (1) à très probable (5); sévérité de minime (1) à catastrophique (5).

FIGURE 1.1 – Perception des principaux risques à l'échelle mondiale (adapté de World Economic Forum, 2019, figure I).

que l'impact de chacun des risques sur un horizon de 10 ans. Dans ce contexte, la probabilité d'occurrence se réfère à la probabilité qu'un événement défavorable survienne et est appréciée sur une échelle allant de "très improbable" (valeur 1) à "très probable" (valeur 5). La sévérité, quant à elle, est liée aux conséquences potentielles, caractérisées de "minimes" (valeur 1) à "catastrophiques" (valeur 5). L'illustration de la figure 1.1 reflète donc les moyennes des probabilité d'occurrence et sévérité obtenues en agréant les appréciations collectées.

Risques environnementaux Les résultats du sondage montrent que les risques les plus importants sont en lien avec l'environnement. Tout d'abord, nous retrouvons les événements météorologiques (E1) qui font référence à des événements extrêmes comme les inondations ou les tempêtes. La sévérité est mesurée en termes de dommages aux biens, aux infrastructures et à l'environnement ainsi qu'en pertes de vies humaines qui en découlent. Les changements climatiques (E2) sont aussi considérés comme ayant un impact très important. Ce risque évoque l'incapacité des gouvernements et des entreprises à appliquer ou à promulguer des mesures pour atténuer les bouleversements climatiques, protéger les populations et aider les entreprises touchées à s'adapter au nouvel environnement. Nous rencontrons ensuite le risque de perte de biodiversité (E3) qui représente les conséquences irréversibles pour l'environnement, entraînant l'épuisement des ressources pour l'humanité et les secteurs industriels. Finalement, le rapport fait mention du risque de catastrophes naturelles (E4) qui se réfère aux catastrophes géophysiques comme les tremblements de terre, l'activité volcanique, les glissements de terrain, les tsunamis ou encore les tempêtes géomagnétiques.

Risques technologiques Au vu de l'évolution récente des technologies, de l'augmentation du volume des données et de l'importance des réseaux sociaux dans la société moderne, il n'est pas étonnant de retrouver des risques technologiques parmi les risques majeurs. Dans ce contexte, les risques de cyberattaque à grande échelle (T1) et de cyberdépendance (T2) sont perçus comme ceux ayant potentiellement les plus graves conséquences. Le risque de cyberattaque se définit ici par une attaque informatique à grande échelle ou par un logiciel malveillant pouvant causer des dommages économiques importants, des tensions géopolitiques ou une perte de confiance généralisée dans les services en ligne. En comparaison, la cyberdépendance accroît la vulnérabilité aux pannes des infrastructures d'information essentielles (par exemple le réseau Internet ou les satellites) et des réseaux qui peuvent entraîner des dérangements étendus. La fraude et le vol de données (T3) font également partie des risques technologiques identifiés. Cette menace fait référence à une exploitation abusive de données privées ou officielles se produisant à une échelle sans précédent. Localisé sur la partie inférieure gauche du graphique, le risque d'effets néfastes des progrès technologiques (T4) est lié aux conséquences négatives, intentionnelles ou non, des progrès tels que l'intelligence artificielle, la géoingénierie et la biologie synthétique, qui peuvent causer des dommages aux humains, à l'environnement et à l'économie.

Risques sociétaux Divers risques importants concernent notre société. Souvent médiatisé, le risque de crise de l'eau (S1) dénote une diminution importante de la qualité et de la quantité d'eau douce disponible, entraînant des effets nuisibles à la santé humaine ou l'activité économique. Parmi les risques sociétaux, ce risque a été évalué comme le plus critique par les répondants. Avec une probabilité plus faible, nous voyons apparaître le risque de propagation de maladies (S2) se référant aux bactéries, virus, parasites ou champignons qui provoquent la propagation incontrôlée de maladies infectieuses (par exemple en raison de la résistance aux

antibiotiques, aux antiviraux et à d'autres traitements), entraînant des décès et des perturbations économiques. Dans ce contexte, on parle de la lutte contre les maladies épidémiques ou pandémiques telles la maladie du Covid-19, la grippe aviaire ou le virus Ebola. Au même titre, des contaminations alimentaires (par exemple par des salmonelles) peuvent donner lieu à des scénarios à échelle globale. À probabilité plus élevée mais avec une sévérité moindre, nous retrouvons le risque de migrations involontaires (S3) qui se traduit par des migrations à grande échelle induites par des conflits, des catastrophes, des raisons environnementales ou économiques. Finalement, le risque d'instabilité sociale (S4) est le dernier risque de cette catégorie et est lié aux grands mouvements sociaux ou manifestations comme les émeutes de rue ou les troubles sociaux qui peuvent perturber la stabilité politique ou sociale et l'activité économique d'un pays.

Risques géopolitiques De manière générale, les risques géopolitiques représentent les événements ou décisions d'ordre administratif ou politique amenant des pertes économiques, commerciales ou financières pour des entreprises ou pour un État. Parmi les risques majeurs de l'étude, nous retrouvons tout d'abord le risque d'échec de la gouvernance au niveau national (G1) qui indique l'incapacité de gouverner un pays d'importance géopolitique en raison de la faiblesse de l'État de droit, de la corruption ou de blocages politiques. Ensuite, le risque de conflits interétatiques (G2) se rapporte à un différend bilatéral ou multilatéral entre États qui peut dégénérer en conflit économique (guerres commerciales ou monétaires, nationalisation des ressources), militaire, cybernétique ou autre. Le risque d'attaques terroristes (G3) est un terme englobant individus et groupes non-étatiques ayant des objectifs politiques ou religieux qui réussissent à infliger des dommages humains ou matériels à grande échelle. Pour finir, le risque d'utilisation d'armes de destruction massive (G4) fait référence au déploiement de technologies et de matériaux nucléaires, chimiques, biologiques et radiologiques pouvant créer des crises internationales et ayant un potentiel de destruction considérable.

Risques économiques Parmi les principaux risques économiques, l'étude évoque le risque de bulles d'actifs (C1). Ce concept fait référence aux actifs (actions, logements, marchandises) dans une grande économie dont le prix est excessivement et non-durablement élevé. Un autre risque concerne la défaillance des mécanismes financiers (C2), c'est-à-dire l'effondrement d'une institution financière ou le dysfonctionnement d'un système financier qui peut affecter l'économie mondiale. Dans le même registre, nous trouvons le risque de crises fiscales (C3) qui se rapporte au fardeau excessif de la dette qui génère des crises de la dette souveraine ou de liquidité. Finalement, le problème de chômage structurel (C4) indique un niveau élevé et soutenu de chômage ou de sous-utilisation de la capacité de production de la population active.

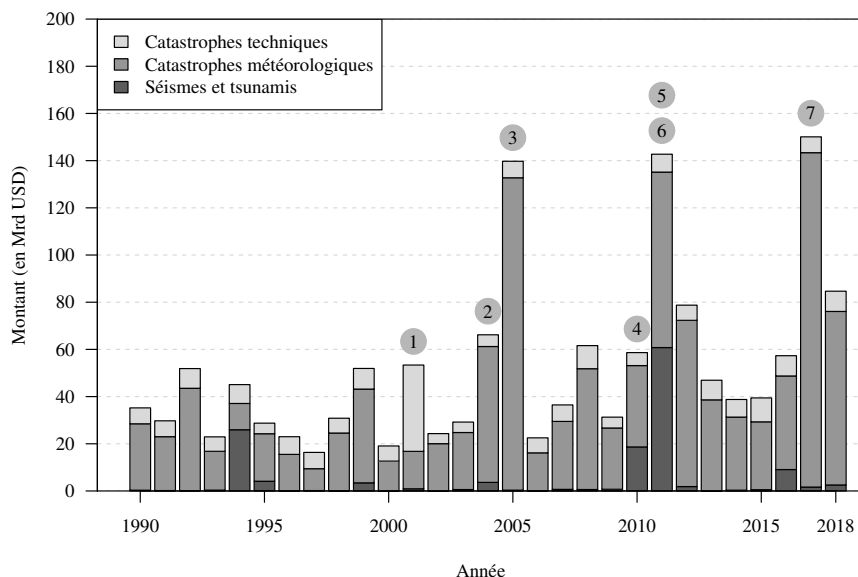
Les résultats du sondage du Forum Économique Mondial repris ci-dessus nous permettent d'esquisser une cartographie générale en l'illustrant avec quelques risques

choisis. Néanmoins, nous souhaitons émettre deux mises en garde. Premièrement, comme pour tout sondage, les mesures de probabilité et de sévérité utilisées sont basées sur la perception subjective des répondants. Comme nous allons le voir plus loin (voir le chapitre 3 sur l'appréciation des risques et l'illustration de la figure 3.3), ces résultats contrastent souvent avec les mesures objectives calculées sur la base de statistiques d'observations. Les deux mesures objectives et subjectives coexistent et peuvent l'une comme l'autre être pertinentes en fonction des situations particulières. Deuxièmement, la notion de sévérité mélange ici plusieurs types de valeurs exposées aux pertes. Il est notamment difficile de chiffrer et d'agréger des données sur le nombre de vies humaines en jeu, le volume des dommages financiers potentiels ou encore les conséquences sur la faune et la flore. Ces éléments étant très disparates, il est fort probable qu'une évaluation des sévérités par type de valeur exposée (voir section 2.7) conduise à diverses conclusions.

1.2 Catastrophes naturelles et techniques mondiales

Qu'il s'agisse d'un ouragan, d'un séisme ou d'une attaque terroriste, les catastrophes sont très médiatisées et souvent comparées en termes de dommages financiers ou de nombre de victimes. Alors que les catastrophes naturelles font référence à des événements causés par les forces de la nature, les catastrophes appelées techniques sont liées à des activités humaines. Afin d'éclaircir ce sujet, l'entreprise de réassurance Swiss Re publie annuellement depuis 1970 un rapport évaluant l'impact des catastrophes naturelles et techniques dans le monde. Les événements dépassant un certain seuil en termes de dommages assurés (volume des sinistres), de dommages aux personnes (nombre de victimes mortes, disparues, blessées, sans-abri) ou de dommages économiques sont intégrés dans les statistiques. Les trois principaux types de catastrophes évoqués sont les catastrophes liées à la météo, celles dues à des séismes et tsunamis et celles causées par l'homme. Le graphique de la figure 1.2, qui reprend des données de Swiss Re (2019a), illustre les volumes de dommages assurés dans le monde pour les années entre 1990 et 2018. Nous observons une forte hétérogénéité à travers les années avec certaines périodes ayant vu nombre de catastrophes particulièrement ravageuses. Partant de ces chiffres globaux, nous analysons la notion de risque à l'image de quelques événements choisis.

Catastrophes météorologiques Dans un premier temps, nous notons que chaque année se produisent des dégâts dus à des catastrophes liées à la météo. Leur variabilité ainsi que leur importance en termes de montants soutiennent la perception marquée du risque lié aux événements météorologiques rapporté par le Forum Économique Mondial (figure 1.1, E1) et en font l'un des majeurs risques de notre époque. Sur la période illustrée, les années 2005, 2011 et 2017 sont particulièrement touchées. En 2005, en l'espace de trois mois, entre août et octobre, se succèdent les ouragans Katrina, Rita et Wilma frappant les Bahamas, Cuba et le Sud-Est des États-Unis d'Amérique. Les statisticiens dénombrent un total



Événement	Année	Victimes	Montant
1. Attentats du 11 septembre (WTC)	2001	2 996	26
2. Séisme en Indonésie	2004	220 000	3
3. Ouragans Katrina, Rita, Wilma	2005	2 023	112
4. Séisme à Haïti	2010	230 000	0.1
5. Inondation en Thaïlande	2011	815	16
6. Séismes au Japon	2011	15 897	38
7. Ouragans Harvey, Irma, Maria	2017	3 283	92

Note : Le nombre de victimes se réfère au nombre de morts selon Wikipedia (www.wikipedia.org). Le montant des dommages est exprimé en milliards de dollars. Les sinistres de responsabilité civile et en assurances de personnes ne sont pas inclus dans les montants rapportés.

FIGURE 1.2 – Dommages assurés dus à des catastrophes entre 1990 et 2018 (adapté de Swiss Re, 2019a, figure 3).

de 2023 victimes (voir le tableau de la figure 1.2) et un montant de dommages assurés s'élevant à 112 milliards de dollars. L'année 2017 a été encore plus tragique avec, à la même saison de l'année, les ouragans Harvey, Irma et Maria. Ces ouragans ont entraîné un montant de dommages assurés d'environ 92 milliards de dollars et ont fait plus de 3 200 victimes. L'ouragan Maria, touchant principalement le Porto Rico, a été le plus meurtrier causant la mort de 3 059 personnes et amenant 90 milliards de dollars de dommages assurés. Nous observons que ces phénomènes de vent surviennent souvent en grappes d'événements (Katrina, Rita et Wilma, respectivement Harvey, Irma et Maria). À l'image de ces exemples américains, des vents forts touchent également le continent européen et la Suisse. Ainsi, les tempêtes Lothar et Martin ont touché l'Europe de l'Ouest en

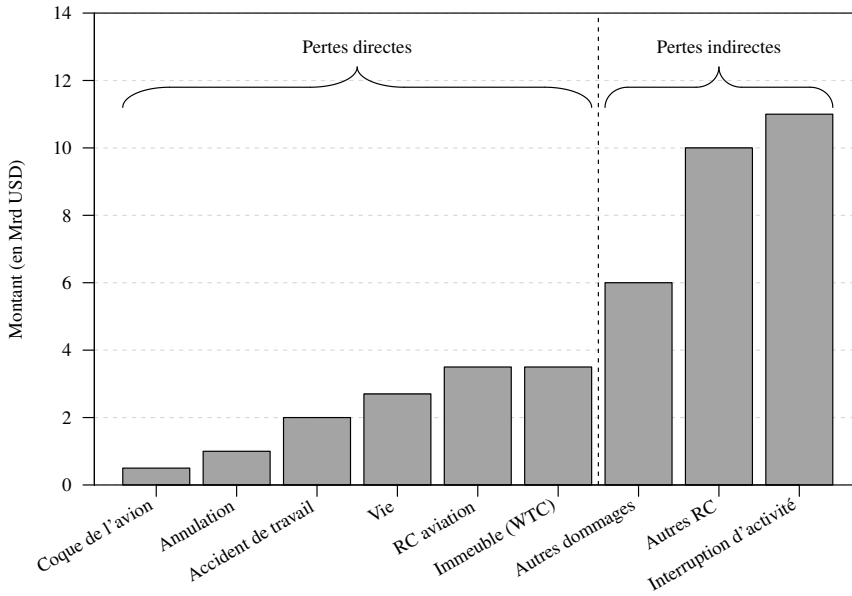
fin de décembre 1999. Les inondations en Thaïlande en 2011 ont causé plus de 800 victimes et des dégâts estimés à 16 milliards de dollars. Finalement, relevons que l'ouragan Andrew en 1992 a été l'une des catastrophes météorologiques les plus destructrices aux États-Unis. Le montant des dégâts a entraîné le défaut de plusieurs réassureurs et déclenché l'arrivée des opérations de titrisation des risques d'assurance (voir les techniques de financement du risque à la section 4.3).

Séismes et tsunamis Les tremblements de terre comptent parmi les événements les plus meurtriers. Les séismes en Indonésie et à Haïti en 2004 respectivement en 2010 ont chaque fois coûté plus de 200 000 vies humaines. Le 11 mars 2011, le Japon a été secoué par un fort tremblement de terre avec un épïcêtre dans le Pacifique, proche de la région côtière orientale du pays. Le séisme était si puissant qu'il a déplacé Honshu, la plus grande île du Japon de plusieurs mètres. Des vagues de tsunami de plusieurs dizaines de mètres de hauteur ont touché la côte peu après le tremblement de terre. Les chiffres officiels font mention d'environ 16 000 victimes humaines et de 38 milliards de dollars de dommages (voir aussi World Health Organization, 2012). Plus de 90% des décès étaient dus à la noyade de personnes âgées. Cette catastrophe naturelle compte parmi les plus meurtrières et coûteuses de ces dernières années, même si les constructions parasismiques japonaises ont pu éviter encore pire. Notons l'accident nucléaire de Fukushima qui est une conséquence du tsunami provoqué par ce tremblement de terre.

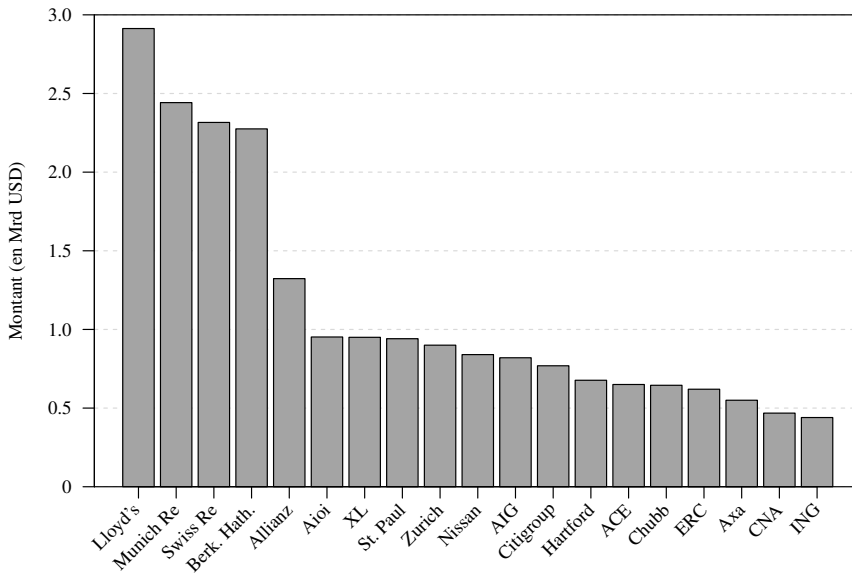
Catastrophes techniques Finalement, les catastrophes techniques font référence à des sinistres majeurs liés à des activités humaines. Le rapport de Swiss Re (2019a) répertorie les catastrophes techniques dans les catégories suivantes: gros incendies et explosions, catastrophes aériennes et spatiales, catastrophes maritimes, catastrophes ferroviaires, accidents de mines et de carrières, effondrement de bâtiments et sinistres majeurs divers comprenant notamment le terrorisme. Pour illustration, nous recourons à une catastrophe historique. Lors des attentats du 11 septembre 2001, quatre avions de ligne sont détournés par des terroristes. Deux de ces avions vont heurter et amener l'effondrement des tours du World Trade Center (WTC) à New York, le troisième est dirigé sur le Pentagone à Washington alors que le dernier s'écrase en Pennsylvanie (National Commission on Terrorist Attacks Upon the United States, 2004). Causant la mort d'environ 3 000 personnes au WTC, ces attentats sont considérés comme les plus meurtriers de tous les temps. Les dommages assurés se montent à plus de 26 milliards de dollars. Une partie de ces montants sont détaillés par The Geneva Association (2002) et repris dans la figure 1.3.

Pour l'attaque au WTC, nous présentons dans la figure 1.3(a) les pertes assurées par type d'assurance respectivement par compagnie d'assurances. En considérant les types d'assurances concernés, nous constatons que plus de 90% des pertes assurées concernent le secteur non-vie de l'assurance et donc moins de 10% concernent l'assurance vie. Pour les pertes, on distingue les pertes directes liées aux dommages corporels et matériels directs de l'événement et les pertes indirectes qui

Introduction



(a) Pertes par type d'assurance.



(b) Pertes par compagnie d'assurances.

FIGURE 1.3 – Pertes assurées pour l'attaque du World Trade Center en 2001 (adapté de The Geneva Association, 2002).

sont les conséquences des pertes directes (voir la section 2.7). Dans notre exemple, les montants remboursés pour les pertes indirectes dépassent les dédommagements pour pertes directes. Ici, les pertes directes font référence aux dégâts sur la coque de l'avion, à l'annulation des vols, à la couverture de l'assurance accident de travail, aux dédommagements des familles des victimes par des assurances vie, à la responsabilité civile liée à l'aviation et à la détérioration même des gratte-ciel du WTC. Les pertes indirectes concernent les autres dommages et les couvertures de responsabilité civile ainsi que l'interruption d'activité des entreprises.

Le graphique de la figure 1.3(b) illustre les nombreuses compagnies d'assurances qui ont été concernées par le financement des pertes assurées. La majeure partie des pertes a notamment été couverte par Lloyd's, Munich Re, Swiss Re et Berkshire Hathaway principalement actifs dans l'assurance et la réassurance de grands dommages. Le reste, représentant toujours des sommes importantes, a été financé par d'autres compagnies telles que des grands acteurs comme Allianz ou Zurich. Notons finalement qu'au-delà des pertes humaines et des dommages matériels et économiques, l'événement a eu des conséquences importantes dans beaucoup d'autres domaines, dont notamment l'aviation et la sécurité, l'économie, la bourse et la consommation ou encore la politique et les stratégies militaires. Encore aujourd'hui, nous pouvons percevoir l'impact de certaines conséquences de ces attentats ayant engendré un climat islamophobe, des guerres au Moyen-Orient, un sentiment d'insécurité ou encore, très concrètement, des contrôles de sûreté renforcés dans les aéroports (voir les techniques de contrôle du risque étudiées à la section 4.3).

Dommmages assurés par région du monde Nous avons précédemment vu que les catastrophes naturelles peuvent provoquer des dégâts humains et dommages économiques de grandes envergures. Cependant, toutes les régions du monde ne sont pas concernées de la même manière et différentes catastrophes sont plutôt meurtrières ou marquées par des détériorations matérielles importantes. En effet, l'exposition de l'Asie face au risque de tsunami est plus grande que celle de l'Europe de l'Ouest. L'Amérique centrale et les côtes des États-Unis d'Amérique sont plus exposées aux ouragans. Les différences régionales sont importantes.

Dans le tableau 1.1, nous illustrons le nombre de victimes ainsi que les dommages économiques et assurés liés aux catastrophes naturelles et techniques dans les différentes régions du monde en 2018 selon Swiss Re (2019a). Les dommages économiques comprennent les dommages assurés et ceux qui ne sont pas assurés. Le plus grand nombre de victimes se trouve en Asie (8 823) et en Afrique (2 488). Certes, ces régions comptent parmi les plus peuplées, mais on y vit aussi des catastrophes très meurtrières. Pour approfondir cette analyse, il faut également tenir compte du niveau de développement de la gestion du risque et des moyens investis dans les différentes parties du monde.

Sur la totalité des 165 milliards de dollars de dommages économiques, 155 milliards ont été reportés au titre de catastrophes naturelles, tandis que seulement 10 milliards concernaient les catastrophes techniques. En analysant la statistique présentée dans le tableau 1.1, nous retrouvons en première position l'Amérique du

Nord avec presque la moitié des dommages économiques, soit plus de 80 milliards de dollars en 2018 suivi de l'Asie avec 54.7 et de l'Europe avec 20.7 milliards de dollars. Considérant désormais les dommages assurés, on s'aperçoit que parmi les dommages économiques annoncés, l'Amérique du Nord affiche 53 milliards, soit une part de 62.5% des dommages assurés à l'échelle mondiale. Ainsi, en Amérique du Nord, une grande partie des dommages économiques sont assurés. En passant en revue les chiffres pour l'Asie, nous constatons que malgré la part de 65.2% des victimes et 33.2% des dommages économiques, les dommages assurés ne représentent que 24.0% du total mondial. Ceci est lié à la plus faible pénétration de l'assurance dans de nombreux pays asiatiques (voir la section 5.3). Ce constat peut être répété pour l'Afrique et l'Amérique latine.

Dans ce contexte, il est primordial de se rappeler l'importante différence entre dommages économiques et dommages assurés. La pénétration de l'assurance, c'est-à-dire le volume des primes d'assurance comparé au produit intérieur brut et donc le degré de développement du secteur, est hétérogène. Bien que certaines catastrophes puissent engendrer des dégâts économiques importants, il se peut que seulement une petite partie des biens endommagés soient couverts par un produit d'assurance. Pour ce qui est de la Suisse, elle présente l'un des taux de pénétration et de densité de l'assurance les plus élevés au monde. Nous toucherons aux aspects de l'économie de l'assurance dans le chapitre 5.

Évolution du nombre de catastrophes Difficilement prévisibles et ayant des conséquences désastreuses, les catastrophes naturelles et techniques représentent aujourd'hui l'un des défis majeurs de l'analyse des risques. De plus, il est important de considérer diverses dimensions, car certaines catastrophes peuvent entraîner d'importants dommages financiers sans pour autant être très meurtrières. Au contraire, d'autres catastrophes peuvent conduire à un nombre important de victimes et, en comparaison, peu de dommages assurés. Ainsi, lors de l'analyse d'un risque, il est important de considérer tous les types de valeurs exposées au risque,

Région	Victimes		Dommages économiques		Dommages assurés	
	Nombre	(%)	Mrd USD	(%)	Mrd USD	(%)
Asie	8 823	(65.2)	54.7	(33.2)	20.4	(24.0)
Afrique	2 488	(18.4)	1.3	(0.8)	0.2	(0.2)
Amérique latine & Caraïbes	959	(7.1)	4.9	(2.9)	1.3	(1.5)
Europe	676	(5.0)	20.7	(12.5)	7.7	(9.1)
Amérique du Nord	329	(2.4)	80.5	(48.8)	52.9	(62.5)
Océanie et Australie	216	(1.6)	2.3	(1.4)	1.6	(1.9)
Mers et espace	32	(0.2)	0.7	(0.4)	0.6	(0.7)
Total	13 523	(100)	165	(100)	85	(100)

Tableau 1.1 – Nombre de victimes et dommages par région dus aux catastrophes naturelles et techniques en 2018 (adapté de Swiss Re, 2019a, tableau 2).

1.3. Exemples de gestion des risques en Suisse

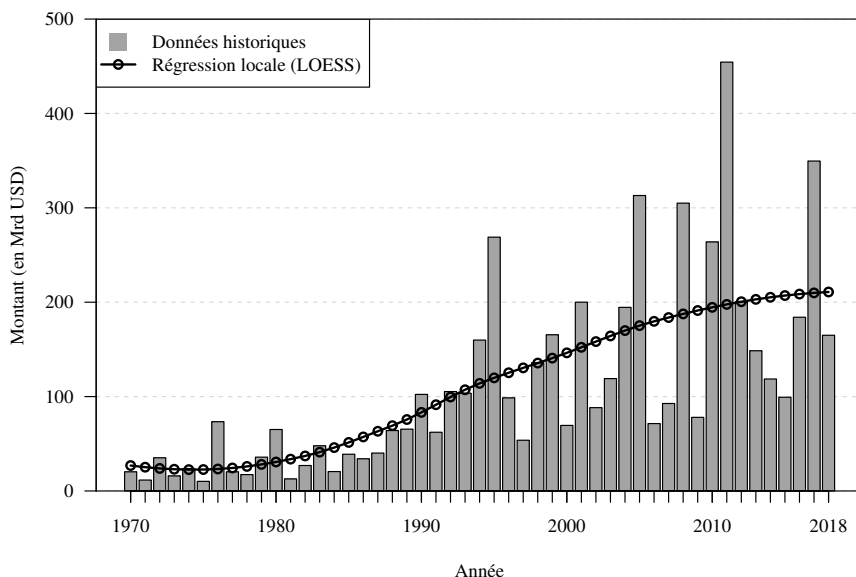


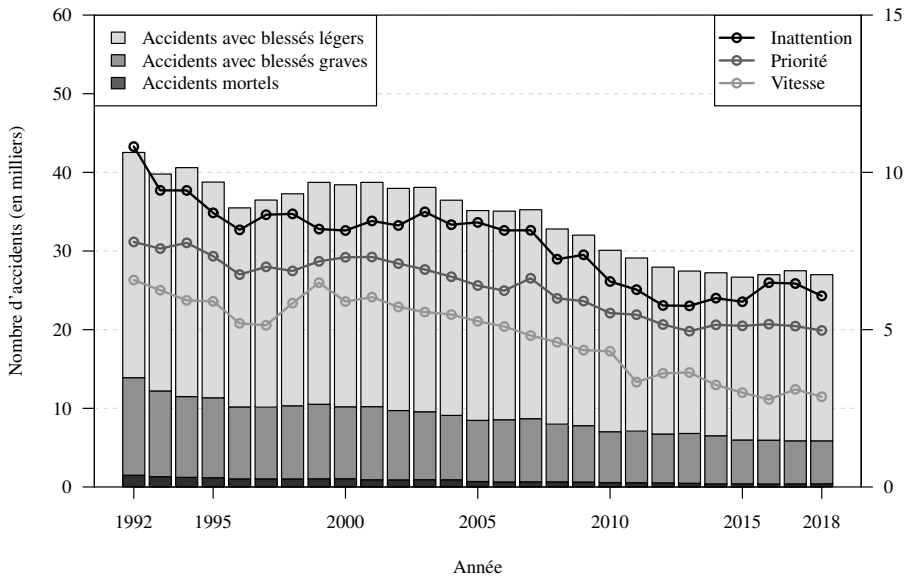
FIGURE 1.4 – Dommages économiques dus à des catastrophes entre 1970 et 2018 (adapté de Swiss Re, 2019a, Figure 4).

par exemple vie humaine et montant financier, afin d’en estimer correctement les conséquences (voir la section 2.7).

Dans le graphique de la figure 1.4, nous rapportons les données historiques des dommages économiques dus à des catastrophes depuis 1970. Exprimés en milliards de dollars, nous observons année après année une tendance haussière des dommages, illustrée par la courbe de régression locale tracée sur le graphique. Cette augmentation peut être liée à l’augmentation (changement climatique) ou l’émergence (cyber-risques, voir la section 4.7) de certaines classes de risques. Vu les importants montants annuels, de l’ordre de centaines de milliards de dollars, des défis pour le financement ou d’assurabilité se posent. En effet, en parallèle au développement des dommages, le volume des expositions au risque a augmenté notamment avec le développement économique et la croissance démographique. En conséquence, le montant des valeurs assurées est également en augmentation.

1.3 Exemples de gestion des risques en Suisse

Comme nous le verrons plus loin dans l’aperçu historique de l’assurance à la section 1.4, la Suisse possède un marché d’assurance développé avec une présence notable d’assurances obligatoires (voir aussi le chapitre 5). Ainsi, la quasi-totalité de la population est couverte pour les risques principaux auxquels elle fait face. Dans le domaine public, les risques les plus importants sont identifiés et des cam-



Année	1992	1995	2000	2005	2010	2015	2018	Diff.
Blessés légers	28 634	27 426	28 226	26 678	23 067	20 701	21 126	-26%
Blessés graves	12 403	10 167	9 146	7 777	6 470	5 569	5 464	-56%
Mortels	1 495	1 175	1 050	691	558	409	404	-73%
Total	42 532	38 768	38 422	35 146	30 095	26 679	26 994	-37%
<i>Principales causes présumées</i>								
Inattention	10 820	8 713	8 152	8 409	6 531	5 888	6 072	-44%
Priorité	7 789	7 334	7 301	6 403	5 527	5 121	4 975	-36%
Conduite	4 228	4 893	5 959	4 973	4 359	3 926	4 410	+4%
Vitesse	6 578	5 900	5 894	5 265	4 314	2 999	2 868	-56%
État du conducteur	3 821	3 505	3 675	3 311	3 202	2 765	2 822	-26%

Note : La colonne « Diff. » renseigne sur la différence relative entre 1992 et 2018.

FIGURE 1.5 – Nombre d'accidents de la circulation par gravité et principales causes présumées de 1992 à 2018 en Suisse (d'après l'Office Fédéral de la Statistique, 2020a).

pages de prévention sont mises en place. Dans ce qui suit, nous passons en revue quelques exemples et nous évoquons les mesures de gestion et de couverture d'assurance qui sont entreprises.

Sécurité routière L'Office fédéral de la statistique (OFS) publie chaque année une statistique sur les accidents de la circulation routière avec mention de la gravité et des causes présumées (OFS, 2020a). En nous aidant de ces chiffres, nous illustrons dans la figure 1.5 le nombre d'accidents de la circulation par gravité d'ac-

cident et par cause présumée (ou péril, voir la section 2.6) depuis 1992 en Suisse. Malgré l'augmentation de la population et du nombre de conducteurs sur cette période, les chiffres indiquent une diminution du nombre d'accidents de 42 532 en 1992 à 26 994 en 2018. En particulier, les accidents mortels et avec blessés graves ont diminué de manière importante avec une réduction de 73% respectivement 56% sur la période étudiée.

En considérant les principales causes présumées des accidents, nous retenons qu'en 1992, les périls principaux étaient l'inattention ou la distraction du conducteur, le non-respect de la priorité et la vitesse. Cet ordre a un peu changé et nous retenons, en 2018, l'inattention, la priorité, la conduite, la vitesse et l'état du conducteur comme causes principales. Même si les mêmes périls subsistent, le nombre d'accidents causés par chaque péril individuel a diminué sur la période analysée. Par exemple, l'inattention ou la distraction du conducteur, le péril ayant causé le plus d'accidents, a diminué de 44% et les accidents liés à la vitesse de 56%. La réduction du nombre d'accidents provient de plusieurs facteurs. D'un côté, la sécurité et l'équipement des voitures se sont améliorés avec, par exemple, l'installation d'airbags, de systèmes d'alerte d'assoupissement ou d'aides à la conduite. De l'autre côté, des mesures de prévention policières comme le port obligatoire de la ceinture, les mesures strictes du programme fédéral Via sicura et les campagnes d'information et de prévention sur les effets de l'alcool ou l'inattention au volant visent la réduction du nombre et de la gravité des accidents. Nous classons ces activités comme techniques de gestion du risque de type prévention (voir la section 4.3) avec un effet sur la fréquence et la sévérité des accidents (section 3.1).

Assurance incendie et éléments naturels L'établissement d'assurance contre l'incendie et les éléments naturels du canton de Vaud (ECA Vaud), institué par la loi du 17 novembre 1952 concernant l'assurance des bâtiments et du mobilier contre l'incendie et les éléments naturels, a pour but l'assurance mutuelle et obligatoire contre les pertes résultant de l'incendie et des éléments naturels causées aux bâtiments et aux biens mobiliers. Cette institution de droit public sous le contrôle de l'État publie dans son rapport annuel les primes d'assurance perçues et les charges pour les dommages couverts. Nous présentons dans le graphique de la figure 1.6 l'évolution des primes perçues et du montant des dommages pour les dégâts aux constructions et aux mobiliers causés par l'incendie et les événements naturels dans le canton de Vaud. Le principe de mutualité de l'ECA Vaud veut que les primes d'assurance sont définies en pour mille du capital assuré pour la grande majorité des clients. Ainsi, les primes à payer sont identiques pour des habitations à capital assuré égal indépendamment de leur exposition au risque liée à la situation de l'objet. Le graphique nous enseigne que les primes d'assurance par unité de valeur assurée sont stables sur de longues périodes. De 1995 à 2003, la prime d'assurance moyenne par capital assuré est de 0.60‰, alors que de 2004 à 2018, après une revalorisation, elle se situe autour de 0.68‰. Quant au volume assuré, les capitaux assurés indexés ont évolué de 120 milliards de francs suisses en 1985 à 351 milliards en 2018. Au niveau des dédommagements payés, nous remarquons plusieurs tendances. Premièrement, les montants utilisés pour les incendies sont

récurrents et plus ou moins constants si nous écartons les années 2001 et 2009. Les dégâts d'incendie semblent même en légère baisse sur les dernières années. Deuxièmement, les dédommagements encourus par des dégâts liés aux éléments naturels sont très variables. Les années 1999 (tempête Lothar), 2005 (intempéries), 2009 (grêle), 2013 (intempéries) et 2018 (intempéries) sont marquées par d'importantes charges peu prévisibles, tandis que celles des autres années sont en comparaison très faibles.

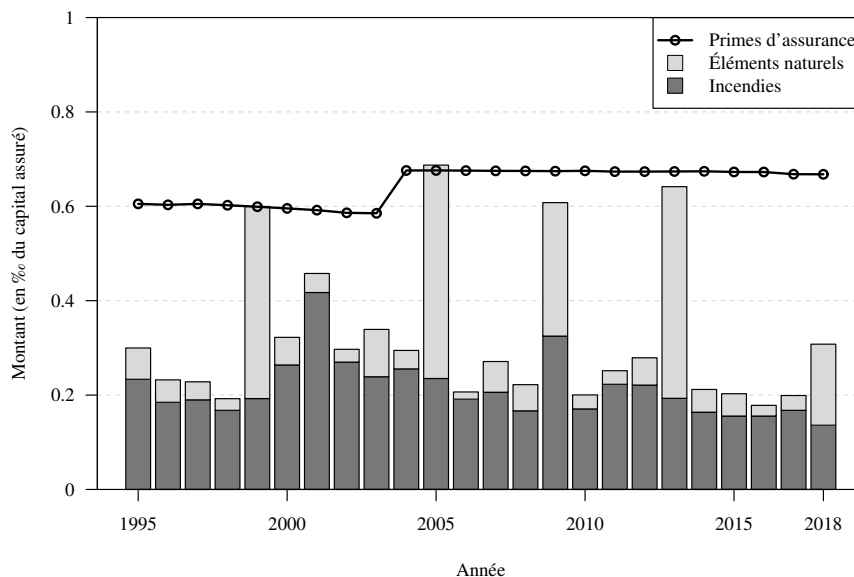


FIGURE 1.6 – Primes d'assurance et dédommagements pour dégâts d'incendies et d'éléments naturels par l'ECA Vaud de 1995 à 2018 (d'après Statistique Vaud, 2019).

Les primes perçues par l'ECA Vaud ne sont pas seulement destinées à couvrir les indemnités aux assurés. En effet, elles couvrent aussi les frais de fonctionnement, les mesures de prévention et la création de réserves. Ces deux derniers éléments sont intimement liés à la gestion des risques (voir les sections 4.3, 6.4 et 6.5). Dans ce contexte, les mesures de prévention font partie des techniques visant à limiter soit la fréquence, soit la sévérité des risques (voir la section 3.1). L'ECA Vaud est notamment très active dans la prévention incendie au travers de mesures constructives (système porteur, compartimentage et portes de sécurité), de mesures techniques (éclairage de sécurité, détection incendie, système sprinkler et paratonnerre) et de mesures organisationnelles (établissement de procédures d'évacuation). La réglementation obligatoire de certaines de ces mesures en 2005 pour les nouveaux projets de construction permet d'expliquer une partie de la réduction des indemnités liées à l'incendie. Des mesures de prévention concrètes sont plus difficiles à mettre en place pour ce qui est des dégâts causés par les éléments naturels. La plupart du temps, les années avec des charges importantes mentionnées

plus haut sont marquées par des catastrophes d'une intensité extrême. Pour ce type d'événements, la prévention se fait plutôt en indiquant à la population l'arrivée d'intempéries par l'envoi de messages SMS « alarme météo » et en donnant des procédures à suivre (par exemple ranger les meubles de jardin, garder les stores ouverts). Les régions exposées à des inondations par des ruisseaux qui débordent ou au ruissellement en secteur urbain sont répertoriées afin de sensibiliser la population et focaliser les mesures de prévention lors de constructions. De telles cartes des dangers naturels sont mises à disposition par le Guichet cartographique du Canton de Vaud (2020).

En résumé, la gestion des risques s'articule autour de trois missions : prévenir, secourir et assurer (voir ECA Vaud, 2020). Le même ordre d'idées d'intégration de la prévention et de l'assurance se retrouve dans de nombreuses sociétés d'assurances comme, par exemple, l'assurance accidents gérée par la Suva dont le modèle de gestion allie prévention, assurance et réadaptation (voir Suva, 2020). En effet, la dimension de la réadaptation et réinsertion des victimes d'accidents doit tout aussi bien être gérée que le dédommagement financier, en particulier afin de contenir les pertes indirectes.

Gestion des risques en entreprise Dans ce livre nous allons à de multiples reprises prendre comme référentiel (voir la section 2.2) une entreprise qui met en place un programme de gestion des risques. En effet, dans une entreprise, au-delà des risques purs tels que cités plus haut s'ajoutent des risques spéculatifs (voir la section 2.4). Ces risques englobent les risques stratégiques, financiers et opérationnels qui sont pris au quotidien pour mener l'entreprise et qui peuvent avoir des conséquences positives comme négatives. Par exemple, une stratégie d'expansion des activités, un placement financier ou un changement opérationnel peuvent être à succès ou non. En outre, les entreprises doivent tenir compte des risques émergents comme les cyber-risques (voir la section 4.7). Les experts anglophones parlent du « enterprise risk management » (ERM).

En effet, les processus de gestion des risques d'une entreprise (voir le chapitre 4) dépendent de sa nature spécifique, de la concurrence sur son marché et des processus de gestion des risques de ses concurrents. Il n'y a pas de solution universelle pour gérer les risques d'une entreprise. Lorsque ces derniers deviennent le point de mire de la direction générale ou du conseil d'administration, même si ces organes ne prennent aucune mesure particulière, la dynamique entre l'entreprise et ses risques change. C'est aussi une question de culture d'entreprise à laquelle il s'agit d'accorder une grande importance (voir aussi la section 4.5). La simple impression de mieux comprendre le risque de l'entreprise amène les gestionnaires à prendre plus ou moins de risques. Par conséquent, les gestionnaires de risques devraient promouvoir une meilleure répartition des risques de l'entreprise et élargir leur champ de réflexion afin de tenir compte des possibilités futures dans leur gestion. De cette façon, l'ERM et la gestion stratégique des risques deviennent des processus complémentaires. Les décisions tactiques, – quelle couverture d'assurance acheter, à quel prix bloquer une marchandise particulière, quel risque de

taux d'intérêt couvrir, quel niveau de solidité des pare-feu numériques ou quel montant de dette assumer, – sont généralement prises de façon indépendante. La gestion du risque tactique au moyen d'un cadre intégré, telle que la gestion intégrée des risques dans l'ERM, ajoute de la valeur en améliorant la qualité de l'information qui circule (voir les fonctions de la gestion du risque à la section 2.1). Dans ce contexte, nous identifions diverses fonctions et domaines de la gestion du risque qui sont, entre autres, l'assistance dans l'identification des risques, la mise en oeuvre de programmes de prévention et de limitation des pertes, la formation quant aux activités de gestion du risque, la surveillance de la conformité avec les directives légales, le développement de différentes manières de gestion et de financement des risques, le traitement des sinistres et la conception des produits et contrats.

Parmi tous les risques, les risques financiers sont particulièrement nombreux et difficiles à appréhender. Depuis le début du siècle, diverses crises financières se sont succédées. L'année 2000 est marquée par l'éclatement de la bulle « dot-com » entraînant l'effondrement des entreprises ayant basé leur modèle d'affaires sur les valeurs technologiques (Ofek et Richardson, 2003). De nombreuses entreprises ont perdu des liquidités après l'acquisition de startups suite à leur introduction en bourse. L'éclatement de la bulle immobilière américaine suit en 2008. Une grande partie des établissements financiers réalisent des pertes importantes provoquées par la crise des subprimes, c'est-à-dire des prêts hypothécaires à risque (Blundell-Wignall, 2008). Au niveau de la Suisse, en 2015, l'abolition du taux plancher, établi par la Banque Nationale Suisse et fixant un taux de change CHF/EUR à 1.20 franc suisse pour un euro afin de combattre le surenchérissement excessif du franc, a engendré des pertes pour beaucoup d'entreprises. Plus récemment, l'envergure de la crise économique liée au virus Covid-19 est encore difficilement chiffrable. Les risques financiers doivent être gérés de manière très étroite car, souvent, aucune couverture d'assurance n'est disponible.

1.4 Éléments d'histoire

La gestion du risque n'est pas seulement la tâche d'entités individuelles. En effet, l'origine du secteur de l'assurance est basée sur l'idée de communautés (naturelles) de risques. On retrouve la communauté de risques à travers le principe d'une défense conjointe des risques et le fait d'assumer collectivement les risques économiques dans la famille, le clan, la tribu ou la communauté. En parallèle, la notion de partage des risques s'est développée par des fusions dans des coopératives, par des lois ou via des contrats commerciaux. Afin de couvrir les conséquences financières, l'assurance apparaît et son rôle change au fur et à mesure des époques: regroupements coopératifs d'aide mutuelle en cas d'accidents, assurance sur une base commerciale avec développement de l'assurance comme branche économique prometteuse, et l'assurance par initiative étatique amenant l'obligation d'assurance dans certains domaines pour la stabilisation de l'infrastructure et le maintien de la paix sociale (voir le sujet des assurances sociales que nous traitons à la section 5.2).

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à l'origine du mot « risque », à l'histoire de la gestion du risque et à l'apparition de l'assurance. Nous combinons ici une sélection de récits et proposons au lecteur un aperçu historique cohérent et illustré de faits concrets et documentés que nous considérons comme principaux. Les références proposées dans le texte permettent d'approfondir les faits discutés.

Origine du terme « risque » L'origine étymologique du mot risque demeure incertaine (Pradier, 2006). Une des théories indique que l'origine du mot risque est liée au transport de marchandises en mer. En 1853, les travaux du philologue allemand et fondateur de la linguistique romane, Friedrich Diez, nous permettent d'établir un historique de l'apparition du mot risque. En effet, Diez (1853) considère que le mot latin *rescum* indique « ce qui coupe » et aussi « écueil », genre de petite île rocheuse constituant un danger pour la navigation. Ainsi, par la suite, il relie le mot *rescum* au « risque que court une marchandise en mer » et marque donc l'une des premières utilisations du mot risque. L'ancrage du terme dans le langage courant naît au XII^e siècle en Italie du Nord dominée à l'époque par le commerce maritime. Cette terminologie se dissémine au fur et à mesure dans toute l'Europe. À la même période, le mot risque prend rapidement un sens économique-juridique et apparaît dans de nombreux textes politiques, juridiques et réglementaires indiquant « l'imputation à un sujet juridique d'une charge financière éventuelle, liée à une entreprise au résultat incertain, mais qui n'a pas besoin d'être particulièrement hasardeuse » (Piron, 2004). En même temps, des façons de parler comme « courir un risque » ou se « mettre en risque » apparaissent. Le concept de risque amène un jugement : on parle de hasard dans des jeux de loterie pour représenter l'aléa, mais de risque quand on parle de placements risqués pour se référer au danger.

Concept de gestion du risque Apparu entre les années 1955 et 1964, la gestion du risque est un concept marquant la prise de conscience des risques à l'échelle d'une entreprise (Crockford, 1982). Un des premiers livres discutant du sujet date de 1963 et s'intitule *Risk Management in the Business Enterprise* (Mehr et Hedges, 1963). La gestion des risques a longtemps été associée à l'utilisation de l'assurance de marché pour protéger les particuliers et les entreprises contre diverses pertes liées aux accidents ou plus généralement aux risques purs (voir la section 2.4). Dès ses débuts, ce concept est lié à la notion d'assurance, car c'est principalement la couverture des conséquences financières des risques auxquels une entreprise fait face qui intéresse (Harrington et Niehaus, 2003).

D'autres formes de gestion et de transfert des risques, alternatives à l'assurance de marché (voir la section 4.3), apparaissent par la suite puisque l'assurance est perçue comme très coûteuse et incomplète pour la protection contre le risque pur. L'utilisation des produits dérivés comme instruments de gestion des risques apparaît au cours des années 1970 et connaît une expansion rapide dans les années 1980, à mesure que les entreprises intensifient leur gestion des risques financiers. Dans

son article de 2013, Georges Dionne élabore un historique détaillé de la gestion des risques et de la réglementation financière (Dionne, 2013). On y retrouve également un aperçu des théories marquantes du domaine de la finance qui ont influencé la gestion des risques, dont, par exemple, la théorie de Markowitz datant de 1952 et celle du « capital asset pricing model » développée entre 1961 et 1996.

C'est dans les années 1980 que la notion de gestion du risque prend une dimension réelle de management. Alors qu'en 1973, la première réglementation européenne sur la solvabilité des assurances non-vie, pionnière de la réglementation Solvabilité I, fait son apparition, il faut attendre l'année 1988 pour que le concept de gestion du risque soit formellement étendu aux banques avec l'élaboration de la réglementation Bâle I qui entre en vigueur en 1992. Par la suite, de nouvelles méthodes de couvertures financières telles que les produits dérivés sont créées. En parallèle, la gestion intégrée des risques (« integrated risk management », IRM) apparaît en 1992 dans les entreprises et des postes de « Chief Risk Officer » (CRO) s'instaurent dans la direction des entreprises dès les années 2000.

Les sociétés financières élaborent des modèles internes de gestion des risques et des mesures de risques telles que la *valeur à risque*, en anglais *value at risk*, et la *valeur à risque conditionnelle*, en anglais, *expected shortfall*, qui sont utilisées dès la fin des années 1980 respectivement depuis les années 2000 (voir la section 3.5). Ces outils permettent de déterminer les provisions financières adéquates pour couvrir les risques auxquels les entreprises font face. La réglementation se développe avec l'arrivée de Bâle II en 2004, Solvabilité II en 2009 et Bâle III dès 2010. Le tableau 1.2 présente un résumé de quelques dates clés de l'histoire.

Année	Description
1963	Parution du premier livre de gestion du risque (Mehr et Hedges, 1963)
1963	Concepts d'aléa moral et de sélection adverse (Arrow, 1963)
1973	Réglementation Solvabilité I pour les assurances non-vie
1979	Extension de Solvabilité I aux assurances vie
1988	Réglementation Bâle I pour les banques
1980ss	Utilisation du concept de valeur à risque
1992	Concept de la gestion des risques intégrée (« integrated risk management »)
2000ss	Utilisation du concept de « valeur à risque conditionnelle »
2004	Réglementation Solvabilité I pour les assurances dans l'Union européenne
2004	Réglementation Bâle II pour les banques
2009	Réglementation Solvabilité II pour les assurances (implémentée depuis 2016)
2010	Réglementation Bâle III pour les banques

Tableau 1.2 – Sélection des dates principales de l'histoire de la gestion des risques (adapté de Dionne, 2013).

Communautés de risques et débuts de l'assurance Les premières traces de communautés ou de partage de risques remontent à environ 2000 ans av. J.-C. en Mésopotamie (Molin, 2006; Abdel-Khalik, 2013). L'élément déclencheur est l'in-

vention de la roue à rayons apparaissant en Iran et dans le Turkestan (Bakker et al., 1999). Manoeuvrables et faciles d'utilisation, ces roues sont utilisées pour créer des chars légers et des caravanes pouvant transporter marchandises et biens de valeur. Devant la multiplication des transports, les caravaniers sont désormais concernés par les dangers auxquels ils doivent faire face au quotidien pouvant endommager leur marchandise, c'est-à-dire des périls principalement naturels, comme le désert et les sables mouvants, et humains (pillages). Les commerçants décident alors de se répartir les coûts des dommages. C'est ainsi que naît la première notion de partage de risques.

Ce regroupement des risques vient avec ses avantages, notamment, de compensation en cas de dommage par la communauté. Néanmoins, on reconnaît aussi des défauts importants liés à l'antisélection – les commerçants à haut risque sont plus disposés à rejoindre une communauté, – aux primes souvent payées a posteriori – à l'arrivée, ceux qui n'ont pas tout perdu couvrent les dommages des autres qui ne participent finalement pas au fond commun, – et à l'aléa moral qui pousse à des comportements plus risqués étant donné l'assurance mutuelle. Ces défauts sont assez bien étudiés aujourd'hui et, depuis le travail précurseur de Arrow (1963), les concepts d'aléa moral (voir la section 2.6) et d'antisélection adverse sont systématiquement considérés par les assureurs.

Dans l'Antiquité, des institutions de secours sont constituées. Par exemple, vers 1400 av. J.-C. dans la Basse-Égypte, les tailleurs de pierre cotisent mensuellement à un fond qui les dédommage en cas d'accident (Tanzi et D'Argenlieu, 2013). Cependant, c'est bien le commerce maritime qui apparaît être à l'origine de l'assurance telle que nous la connaissons aujourd'hui (Brulhart, 2010). En Grèce et dans la Rome Antique, il existait une sorte de « prêt maritime » permettant de redistribuer les risques associés parmi plusieurs armateurs. En effet, Plutarque évoque l'histoire d'un certain Caton qui au II^e siècle av. J.-C. prêtait de l'argent aux marins pour leurs expéditions s'ils formaient une association d'au moins cinquante membres. Ce procédé permettait de réduire le risque d'infortune sur cinquante expéditions (Boyer, 2008). C'était donc un prêt garanti, parfois appelé « prêt à la grosse aventure », qui permettait aux voyageurs d'avoir les fonds nécessaires pour effectuer leurs expéditions et aux prêteurs d'obtenir un intérêt très élevé, entre 30% et 50% du capital prêté (Brulhart, 2017). De plus, le droit romain se basait sur la *Lex Rhodia de iactu*, une loi rhodienne régulant la perte de marchandises à la mer. Selon cette loi, si le capitaine du navire décidait de sacrifier une partie de la marchandise pour sauver le bateau d'un péril, alors le dommage était solidairement supporté par l'armateur et les propriétaires du chargement.

Entre le V^e et le XV^e siècle, la mutualité se développe et la plupart des communautés d'artisans ou de marchands constituent des caisses de secours. On voit notamment les premières guildes anglo-saxonnes apparaître. Ces guildes avaient pour but de constituer des fonds d'assistance qui dédommageaient les membres en cas de vol, d'incendie, d'inondation ou de mortalité du bétail (Tanzi et D'Argenlieu, 2013). Cette période est aussi marquée par un tournant majeur dans le développement de l'assurance. Au XIV^e siècle, le pape Grégoire XI décide d'interdire

les intérêts usuraires jugés contraires à la morale. Pour contourner cette loi, les propriétaires de navires de l'époque créèrent une forme de contrat d'achat stipulant que le commerçant avait acheté la marchandise du propriétaire et était donc débiteur du montant. D'un côté, le commerçant payait une sorte de prime non mentionnée sur le contrat, de l'autre côté une clause du contrat prévoyait sa nullité si le navire ne rejoignait pas sa destination (Brulhart, 2017). C'est ainsi que les premiers contrats d'assurance ont vu le jour. Il existerait un consensus commun sur le fait qu'un contrat daté du 23 octobre 1347 à Gênes soit le tout premier contrat d'assurance, bien que certains travaux fassent mention d'un contrat antérieur datant de 1343 (Nelli, 1972).

Les villes commerçantes du Nord de l'Italie ont marqué les débuts du secteur bancaire comme de l'assurance. L'expansion de la branche de l'assurance est assurée par les puissances maritimes, comme les Flandres, l'Angleterre, l'Espagne et le Portugal. Adoptée au milieu du XV^e siècle, la législation des cinq Ordonnances de Barcelone est la première réglementation officielle de l'assurance (Brulhart, 2017). En 1681, l'apparition de l'Ordonnance de Colbert, dite aussi Grande ordonnance de la marine, est une première ébauche de contrat social, car elle fixe des bases légales en matière d'assurance maritime pour tout l'espace européen. Ces textes instaurent notamment les obligations de l'armateur à l'égard des marins blessés ou malades à bord (France, 1715). En 1720, un édit établit de manière plus générale l'allocation de pensions de retraite et de rentes d'invalidité aux marins blessés.

Les contrats d'assurance qui se rapprochent le plus des contrats présents dans l'économie du XXI^e siècle ont vu le jour en Italie entre le XII^e et le XIII^e siècle : un historien florentin du nom de Villani affirmait que l'assurance était née en Lombardie en 1182. Du point de vue des contrats liés à la survie, la tontine, un contrat qui réunit plusieurs personnes qui acceptent d'abandonner aux survivants le capital investi en cas de décès, est créée en 1653 par le banquier italien Lorenzo Tonti. Il s'agit d'un des premiers contrats prenant en compte le décès (McKeever, 2009). À la même époque, en 1688, Lloyd's of London est créé (Grey, 1893). Il s'agit d'un marché dans lequel des assureurs, personnes morales et physiques, se réunissent pour assurer des risques conjointement. Le nom vient du fait que les membres se retrouvaient au Lloyd's Coffee House, lieu de rencontre incontournable à Londres, pour discuter entre eux des contrats d'assurance.

En 1654, Blaise Pascal développe la loi des grands nombres marquant le début de la formalisation de la théorie des probabilités, théorie aujourd'hui indispensable dans la caractérisation d'un risque (Pradier, 2006). S'en suivent en 1657 la première table de mortalité (Kreager, 1993 ; voir la section 6.2) ainsi qu'en 1660 le premier calcul de rentes viagères (Hebrard, 2004 ; voir la section 6.3). Le développement des mathématiques et en particulier de la statistique et du calcul des probabilités donne encore aux actuaires d'aujourd'hui les outils pour évaluer le financement des engagements pris par les compagnies d'assurances. En même temps, la gestion du risque connaît le développement du « quantitative risk management » (QRM) qui s'intéresse particulièrement à l'évaluation chiffrée du risque (McNeil et al., 2015).

1.4. Éléments d'histoire

Année	Description
Vers 2000 av. J.-C.	Premières traces de partage de risques
Vers 1400 av. J.-C.	Premières institutions de secours pour tailleurs de pierre
Vers 700 av. J.-C.	Prêt maritime redistribuant des risques
Du V ^e au XV ^e siècle	Développement de la mutualité pour artisans et marchands
1347	Premier contrat d'assurance à Gênes
Vers 1400	Interdiction des intérêts usuraires par le pape Grégoire XI
Vers 1450	Adoption des Ordonnances de Barcelone
1653	Apparition de la tontine
1654	Loi des grands nombres par Blaise Pascal
1657	Premières tables de mortalité
1660	Premier calcul de rentes viagères
1666	Incendie de la ville de Londres
1681	Apparition de l'Ordonnance de Colbert
1688	Création de Lloyd's of London
1720	Réglementation des rentes de retraite et d'invalidité pour marins
1842	Incendie de la ville de Hambourg
1861	Incendie de Glaris
1906	Séisme et incendie de San Francisco

Tableau 1.3 – Faits marquants du développement historique de l'assurance.

Rôle des incendies dans le développement de l'assurance Diverses catastrophes majeures sont à l'origine du développement plus récent et de la réglementation de l'assurance (Swiss Re, 2014). La première d'entre elles est l'incendie de la ville de Londres en 1666. Nommé « Great Fire », cet incendie s'est propagé dans Londres pendant quatre jours détruisant plus de 70 000 maisons. À la suite de cet événement, un londonien du nom de Nicholas Barbon, a fait fortune en reconstruisant la ville et s'est ensuite tourné vers l'assurance des maisons. Il créa la première compagnie d'assurance habitation aussi connue sous le nom d'assurance incendie. En 1842, l'incendie de la ville de Hambourg fut le premier à affecter la pérennité financière des entreprises d'assurance de l'époque. De nombreux assureurs britanniques ont été confrontés à des pertes colossales et se sont ensuite retirés du marché allemand. Cette catastrophe a renforcé la prise de conscience des risques dans la branche et donnait naissance à la réassurance professionnelle. La fondation de la plus ancienne compagnie de réassurance indépendante du monde, Cologne Re, y est liée. Plus tard, l'incendie de Glaris en 1861 détruisait une grande partie du canton et fut très médiatisé (Hauser, 2011). Cet incendie est à l'origine de la création de l'entreprise de réassurance Swiss Re et a débouché sur la création de l'assurance incendie en Suisse qui est aujourd'hui obligatoire pour tout propriétaire de bâtiment dans la plupart des cantons. Dans le canton de Vaud,

l'assurance incendie est obligatoire pour les propriétaires et pour les locataires. Finalement, le séisme de San Fransisco en 1906 déclenchait des incendies à travers toute la ville détruisant les habitations d'environ 200 000 habitants sur les 450 000 (The Museum of the City of San Francisco, 2020). Cet événement fut l'un des plus marquants dans l'histoire de l'assurance incendie et est à l'origine du calcul « individuel » des primes, c'est-à-dire des primes différenciées selon la situation de risque (voir la section 6.5). Le tableau 1.3 présente une chronologie des événements qui ont marqué l'histoire du secteur de l'assurance. Des détails et illustrations peuvent être trouvés, par exemple, dans Swiss Re (2013).

Aperçu historique du secteur de l'assurance en Suisse La Suisse possède aujourd'hui l'un des systèmes d'assurance les plus développés (voir le chapitre 5). Ici, nous discutons quelques événements importants dans ce développement (Swiss Re, 2017). L'année 1806 marque l'apparition du premier établissement cantonal d'assurance incendie en Suisse dans le canton d'Argovie (Körner et Degen, 2014). Créé en 1811, l'ECA Vaud était le 11^e établissement en Suisse. Dans les années suivantes, les premières compagnies d'assurances que nous connaissons encore aujourd'hui ont été fondées. Dans le canton de Vaud, nous relevons l'année 1895, année de fondation de la Vaudoise Assurances, un des dix principaux acteurs du marché suisse, et l'année 1907 quand la Caisse cantonale vaudoise des retraites populaires, aujourd'hui Retraites Populaires, a été créée.

La première assurance sociale est l'assurance militaire dont la loi fédérale est adoptée en 1902 (Office Fédéral des Assurances Sociales, 2014). L'assurance-accidents (AA) obligatoire est introduite et la Suva est fondée en 1918, tandis que l'assurance perte de gains (APG) apparaît en 1940. L'une des réformes majeures est l'acceptation de l'assurance-vieillesse et survivants (AVS) en 1948, assurant une rente aux retraités et formant ce qu'on appelle aujourd'hui le premier pilier. En 1959, l'Ordonnance sur l'assurance véhicules entre en vigueur et instaure une assurance minimale obligatoire. Par la suite, l'assurance-invalidité (AI) est instaurée en 1960 (Fracheboud, 2015), tandis que les prestations complémentaires (PC) font leur apparition en 1966. Le modèle des trois piliers est accepté par le peuple en 1972 et l'assurance-chômage (AC) l'est en 1976. La loi sur la prévoyance professionnelle (LPP) est adoptée en 1985 ainsi que la loi sur l'assurance-maladie (LAMal). Finalement, l'assurance-maladie incorpore une assurance maternité en 2004.

Concernant la surveillance des assurances privées, l'Assemblée fédérale de la Confédération suisse édicta en 1885 la première loi sur la surveillance des assurances (LSA) et créa l'Office fédéral des assurances privées (OFAP) en 1978. Cet office décide en 2006 d'instaurer un outil permettant de tester la solvabilité des entreprises d'assurances privées, le Test de solvabilité suisse (« Swiss Solvency Test », SST). Finalement, l'OFAP est intégré à l'Autorité fédérale de surveillance des marchés financiers (FINMA) en 2009. Le tableau 1.4 résume les dates clés du développement de l'assurance en Suisse.

1.5. Lectures et ressources complémentaires

Année	Description
1806	Premier établissement cantonal d'assurance incendie (ECA)
1811	Création de ECA Vaud
1826	Première assurance de biens mobiliers (La Mobilière)
1863	Première compagnie de réassurance en Suisse (Swiss Re)
1872	Première assurance responsabilité civile (Zurich Assurances)
1885	Première loi sur la surveillance des assurances (LSA)
1893	Loi fédérale sur l'assurance obligatoire du bétail
1895	Fondation de la Vaudoise Assurances
1902	Assurance militaire (première assurance sociale en Suisse)
1907	Création de Retraites Populaires
1918	Assurance-accidents obligatoire (AA)
1940	Assurance perte de gains et salaire obligatoire (APG)
1948	Assurance-vieillesse et survivants (AVS)
1959	Obligation d'assurance véhicules
1960	Assurance-invalidité (AI)
1966	Prestations complémentaires (PC)
1972	Système des trois piliers de la prévoyance vieillesse
1976	Assurance-chômage (AC)
1978	Création de l'Office fédéral des assurances privées (OFAP)
1985	Loi sur la prévoyance professionnelle (LPP)
1994	Loi sur l'assurance-maladie obligatoire (LAMal)
2004	Introduction de l'assurance maternité
2006	Introduction du Test suisse de solvabilité (« Swiss Solvency Test », SST)
2009	Intégration de l'OFAP dans l'Autorité fédérale de surveillance des marchés financiers (FINMA)

Tableau 1.4 – Chronologie de l'assurance en Suisse.

1.5 Lectures et ressources complémentaires

Le présent ouvrage n'est pas le premier livre qui traite de la gestion du risque et par endroits nous nous référons à la littérature existante pour enrichir nos exemples. Le nombre de livres publiés en langue française est plutôt limité, tandis que les publications en anglais sont abondantes, surtout si on considère tous les livres qui visent la mise en pratique des concepts de l'ERM. Dans le tableau 1.5, nous listons quelques suggestions de lectures complémentaires.

Nous rapportons les noms et sites internet d'une sélection de sociétés académiques et associations professionnelles dans le tableau 1.6. Cette liste inclut en particulier l'Association Suisse d'Assurances, l'organisation faîtière des assurances privées, ainsi que l'Association Suisse des Actuariers qui regroupe les spécialistes des sciences actuarielles. Finalement, le tableau 1.7 donne un aperçu des revues scientifiques les plus pertinentes du domaine.

-
- Borghesi et Gaudenzi, 2013, *Risk Management*.
 - Darsa, 2016, *La gestion des risques en entreprise*.
 - Denuit et Charpentier, 2004, *Mathématiques de l'Assurance Non-Vie* (Tome I).
 - Doherty, 2000, *Integrated Risk Management*.
 - Dorfman et Cather, 2012, *Introduction to Risk Management and Insurance*.
 - Fraser et Simkins, 2011, *Enterprise Risk Management*.
 - Frenkel et al., 2005, *Risk Management: Challenge and Opportunity*.
 - Gaultier-Gaillard et Louisot, 2014, *Diagnostic des risques*.
 - Head et Horn, 1997, *Essentials of Risk Management*.
 - Hull, 2018, *Gestion des risques et institutions financières*.
 - Lam, 2014, *Enterprise Risk Management: From Incentives to Controls*.
 - Louisot, 2014, *Gestion des risques*.
 - Maquet, 1991, *Des primes d'assurance au financement des risques*.
 - Rejda et McNamara, 2017, *Principles of Risk Management and Insurance*.
 - Trieschmann et al., 2004, *Risk Management and Insurance*.
 - Vaughan et Vaughan, 2013, *Fundamentals of Risk and Insurance*.
-

Tableau 1.5 – Sélection de lectures complémentaires.

• American Risk and Insurance Association (ARIA)	www.aria.org
• Association Suisse des Actuaires (ASA/SAV)	www.actuaries.ch
• Association Suisse d'Assurances (ASA/SVV)	www.svv.ch
• Casualty Actuarial Society (CAS)	www.casact.org
• Certified Enterprise Risk Analyst Association (CERA)	www.ceraglobal.org
• Risk and Insurance Management Society (RIMS)	www.rims.org
• Society of Actuaries (SOA)	www.soa.org
• Swiss Risk Association (SRA)	www.swiss-risk.org
• The Institute of Risk Management (IRM)	www.theirm.org

Tableau 1.6 – Sélection de sociétés académiques et associations professionnelles.

-
- Annals of Actuarial Science
☞ www.cambridge.org/core/journals/annals-of-actuarial-science
 - ASTIN Bulletin
☞ www.cambridge.org/core/journals/astin-bulletin-journal-of-the-iaa
 - European Actuarial Journal
☞ link.springer.com/journal/13385
 - Insurance: Mathematics and Economics
☞ www.journals.elsevier.com/insurance-mathematics-and-economics
 - Journal of Insurance Issues
☞ www.jstor.org/journal/jinsuissu
 - Journal of Insurance Regulation
☞ https://content.naic.org/prod_serv_jir.htm
 - Journal of Risk and Financial Management
☞ www.mdpi.com/journal/jrfm
 - Journal of Risk and Uncertainty
☞ www.link.springer.com/journal/11166
 - Journal of Risk Finance
☞ www.emeraldinsight.com/loi/jrf
 - North American Actuarial Journal
☞ www.tandfonline.com/loi/uaj20
 - Risk Management
☞ www.palgrave-journals.com/rm
 - Risk Management and Insurance Review
☞ <https://onlinelibrary.wiley.com/journal/15406296>
 - Risks
☞ www.mdpi.com/journal/risks
 - Scandinavian Actuarial Journal
☞ www.tandfonline.com/loi/sact20
 - The Geneva Papers on Risk and Insurance – Issues and Practice
☞ www.palgrave.com/de/journal/41288
 - The Journal of Risk and Insurance
☞ <https://onlinelibrary.wiley.com/journal/15396975>
-

Tableau 1.7 – Sélection de revues scientifiques.

Le risque

Le terme « risque » est un mot que nous retrouvons dans de nombreuses expressions de la vie quotidienne comme « c'est risqué » ou « ne courons pas le risque de ... ». Dans ce chapitre, il s'agit de se familiariser avec le concept du risque et d'en introduire sa définition. Nous définissons le mot « risque » à la section 2.1 et introduisons le concept de référentiel à la section 2.2. À la section 2.3, nous illustrons les risques stratégiques, opérationnels et externes auxquels une entreprise est exposée. Nous proposons une caractérisation des risques à la section 2.4 et des expositions au risque à la section 2.5. Parmi les caractéristiques d'une exposition au risque, il s'agit d'identifier les périls et les valeurs exposées. Dans la section 2.6, après en avoir donné une définition, nous proposons une classification des périls et des « hazards ». Finalement, à la section 2.7, nous introduisons une catégorisation pour les valeurs exposées. Les apprentissages obtenus à travers la classification nous donnent les bases pour identifier et analyser un risque. Cette étape est critique afin de pouvoir passer à l'appréciation de l'exposition au risque (voir le chapitre 3).

2.1 Définition du terme « risque »

Utilisation quotidienne et abus de langage Au premier abord, le risque désigne un concept plutôt simple qui peut être cerné et illustré comme fait dans l'introduction (chapitre 1). Par l'évocation du mot « risque », nous associons de l'incertitude quant à la réalisation d'un événement et saisissons la nature défavorable des conséquences qui résulteraient de la réalisation de cet événement. Toutefois, il ne s'agit pas d'une définition, mais plus de concepts attachés au risque. Plusieurs définitions précises sont possibles. Il existe cependant des différences selon le domaine d'application du concept. En effet, une définition du risque adéquate pour un économiste ne le sera pas nécessairement pour un statisticien ou un actuaire.

De plus, de nombreux abus de langage viennent s'ajouter au concept du risque. Le risque peut alors désigner la cause de la perte – « vous n'êtes pas couvert pour ce risque », c'est-à-dire votre contrat ne couvre pas la cause de l'événement qui a produit la perte, – l'objet du risque – « les jeunes hommes sont de mauvais risques », c'est-à-dire les jeunes hommes engendrent statistiquement des pertes potentielles plus importantes, – ou encore la perte financière associée au risque – « il y a un risque de 1 000 francs », c'est-à-dire la perte potentielle est de 1 000 francs. Dans le langage courant, nous avons l'habitude d'utiliser des terminologies variées dans de nombreuses situations, comme, par exemple, « je risque d'arriver en retard » ou « tu ne risques rien ». Même parmi les experts d'un grand nombre de domaines, le terme « risque » est devenu très populaire et il est aujourd'hui souvent utilisé simplement pour décrire l'incertitude d'une situation. Dans cet ouvrage, nous nous intéresserons au concept classique du risque « mesurable » tel que nous allons le définir et l'évaluer plus loin.

Définitions des dictionnaires Il convient de définir formellement le risque et les concepts qui l'entourent. Commençons par consulter les définitions du dictionnaire. Selon le Larousse (2020), le risque vient de l'italien *risco*, du latin *rescum*, ce qui coupe. Il en propose les définitions suivantes :

Définitions du mot « risque » dans le Larousse

- Possibilité, probabilité d'un fait, d'un événement considéré comme un mal ou un dommage.
- Danger, inconvénient plus ou moins probable auquel on est exposé.
- Fait de s'engager dans une action qui pourrait apporter un avantage mais qui comporte l'éventualité d'un danger.
- Préjudice, sinistre éventuel que les compagnies d'assurance garantissent moyennant le paiement d'une prime.

Selon le dictionnaire Le Robert (2020), les définitions sont les suivantes :

Définitions du mot « risque » dans Le Petit Robert

- Danger éventuel plus ou moins prévisible.
- Éventualité d'un événement ne dépendant pas exclusivement de la volonté des parties et pouvant causer la perte d'un objet ou tout autre dommage.
- *Par ext.* Événement contre la survenance duquel on s'assure.
- Fait de s'exposer à un danger (dans l'espoir d'obtenir un avantage).

2.1. Définition du terme « risque »

Nous remarquons que certaines de ces définitions font partie des abus de langage que nous avons évoqués plus haut. Il existe toutefois deux éléments communs à ces définitions et celles que nous rencontrons dans la littérature spécialisée, à savoir l'incertitude et l'aspect potentiellement indésirable de l'événement. Par contre, dans notre définition du risque nous ne faisons aucun lien avec une couverture assurantielle.

Définitions par les normes ISO La norme ISO Guide 73:2009 de l'Organisation Internationale de Normalisation (2009) fournit les définitions de termes génériques relatifs au management du risque. Son but est une utilisation uniforme de la terminologie. Dans sa section 1.1, elle définit le terme risque. Cette définition fait référence à des déviations possibles par rapport à une attente, par exemple, définie dans un plan d'affaires. Plusieurs notes précisent la définition.

Définition du mot « risque » selon la norme ISO Guide 73:2009

Effet de l'incertitude sur l'atteinte des objectifs.

- Un effet est un écart, positif et/ou négatif, par rapport à une attente.
- Les objectifs peuvent avoir différents aspects (par exemple buts financiers, de santé et de sécurité, ou environnementaux) et peuvent concerner différents niveaux (niveau stratégique, niveau d'un projet, d'un produit, d'un processus ou d'un organisme tout entier).
- Un risque est souvent caractérisé en référence à des événements et des conséquences potentiels ou à une combinaison des deux.
- Un risque est souvent exprimé en termes de combinaison des conséquences d'un événement (incluant des changements de circonstances) et de sa vraisemblance.
- L'incertitude est l'état, même partiel, de défaut d'information concernant la compréhension ou la connaissance d'un événement, de ses conséquences ou de sa vraisemblance.

L'Organisation Internationale de Normalisation (2018) établit aussi les principes et lignes directrices de la gestion du risque dans la norme ISO 31000:2018. À la section 3.1, elle propose également une définition qui reprend celle de la norme ISO Guide 73:2009 en précisant les éléments qui caractérisent un risque. Ce sont notamment les sources de risque (éléments susceptibles d'engendrer un risque), les événements potentiels (occurrence de circonstances particulières) et leurs conséquences (effets de l'événement sur les objectifs) et vraisemblance (possibilité que l'événement se produise).

Définition du mot « risque » selon la norme ISO 31000:2018

Effet de l'incertitude sur les objectifs.

- Un effet est un écart par rapport à un attendu. Il peut être positif, négatif ou les deux à la fois, et traiter, créer ou entraîner des opportunités et des menaces.
- Les objectifs peuvent avoir différents aspects, être de catégories différentes, et peuvent concerner différents niveaux.
- Un risque est généralement exprimé en termes de sources de risque, événements potentiels avec leurs conséquences et leur vraisemblance.

Le vocabulaire, les concepts et les principes (voir également la définition 4.1 à la section 4.1 concernant la gestion du risque) tels que définis par l'Organisation Internationale de Normalisation sont largement adoptés par la pratique. Néanmoins, malgré la maturité du domaine de la gestion du risque, un consensus complet n'a pas encore été atteint, comme le montrent les discussions qui ont lieu dans la communauté scientifique (Aven, 2011, 2012).

Notre définition du risque Vu ces différents aspects, nous proposons à présent la définition du risque suivante :

Définition 2.1 (*Risque*)

Le risque est une condition caractérisée par la possibilité de la survenance d'un événement causant une déviation défavorable par rapport aux résultats attendus ou espérés.

Selon la définition 2.1, certaines conditions doivent être remplies pour parler de risque. Premièrement, la survenance de l'événement en question ou la condition doit être incertaine. Ceci implique qu'elle doit pouvoir être caractérisée par une probabilité de survenance de l'événement qui est non nulle et strictement inférieure à 100% : l'événement ne doit être ni impossible ni certain. Ainsi, l'incertitude est un concept associé à celui de risque. Elle est la conséquence de la nature non déterministe du risque, mais aussi de la connaissance et de la perception sur la probabilité de réalisation de l'événement défavorable.

Deuxièmement, une déviation défavorable ou perte doit découler suite à la réalisation de l'événement considéré. L'événement doit donc induire une déviation défavorable par rapport aux attentes. Par conséquent, notre définition lie les risques aux objectifs de l'entité considérée. Il est intuitivement clair qu'il y a des situations où le risque est plus grand que dans d'autres situations : c'est l'idée du concept de degré de risque que nous précisons quand il s'agit d'apprécier les risques (voir le chapitre 3).

2.2 Référentiel pour l'analyse du risque

La mise en place d'un système de gestion du risque commence typiquement par une identification des risques encourus par l'organisme. Néanmoins, afin de bien définir le contexte, il faut se rendre compte du référentiel et définir la perspective que l'on prend. Dans ce contexte, nous appelons référentiel la perspective prise pour identifier et étudier les risques.

Définition 2.2 (*Référentiel*)

Le référentiel désigne le point de vue pris pour l'analyse du risque.

En effet, les risques auxquels une personne privée est confrontée sont différents des risques auxquels une entreprise est confrontée. Par exemple, il n'est pas approprié de parler de risque de faillite si le référentiel est une personne privée ou, à l'inverse, de risque de décès si le référentiel est une entreprise.

Exemples de référentiels

- *Monde (échelle planétaire)* : Nous identifions la Terre ou le globe terrestre dans son ensemble comme référentiel. Dans ce cas, les risques pertinents sont les risques dits globaux. Ce sont, par exemple, ceux dont nous avons discutés dans la section 1.1, c'est-à-dire les risques liés à l'environnement, à la technologie, à la société, à la géopolitique et à l'économie.
- *État (échelle nationale)* : Au niveau d'un État, on considère l'ensemble des risques auxquels un pays ou une région sont soumis. Il s'agit d'une analyse des risques faite par un gouvernement pour les affaires intérieures. Souvent, on y retrouve les mêmes types de risques que ceux évoqués à l'échelle planétaire. Des exemples de risques sont ceux liés à la sécurité routière ou la protection contre les incendies et éléments naturels que nous avons vus à la section 1.3.
- *Entreprise* : Sous le référentiel « entreprise », nous regroupons les entreprises privées et publiques ainsi que les associations. La taille des entités est très variable, allant de l'indépendant seul dans son entreprise à la multinationale active à travers le monde. Dans ce contexte, les risques entrepreneuriaux prennent une grande importance et les risques qui sont identifiés dépendent fortement du secteur d'activité ou de l'industrie.
- *Personne privée* : Dans ce référentiel, on considère la personne privée et son interaction avec son environnement. On trouvera tous les risques que la personne elle-même encourt au quotidien, comme les risques liés à une maladie, un accident, l'invalidité ou le décès, ainsi que ceux en lien avec le cercle familial, par exemple.

Comme certains types de risques ne sont pertinents que dans certains référentiels, il est essentiel d'identifier le référentiel avant de commencer une analyse des risques. Dans la section 2.4, nous nous intéressons à la caractérisation du risque, puis aux expositions au risque (voir la section 2.5).

2.3 Risques dans une entreprise

Suivant le point de vue pris, les types de risques à analyser sont différents. Nous avons vu que dans une perspective mondiale on trouve les risques environnementaux, technologiques, sociaux, géopolitiques et économiques. Du point de vue d'une entreprise, – et c'est la perspective que nous adoptons le plus souvent, – les trois grandes catégories de risques sont les risques stratégiques, opérationnels (ou internes) et externes (Kaplan et Mikes, 2012). Certains de ces risques se trouvent à l'intérieur de son périmètre de contrôle, tandis qu'elle en subit d'autres. Parmi les risques externes, nous retrouvons certains des risques discutés à l'échelle mondiale mais dans une perspective où seuls leurs impacts au niveau de l'entreprise sont analysés. L'objectif de ce chapitre est de décrire plus en détails ces risques entrepreneuriaux.

Risques stratégiques La stratégie est essentielle pour chaque entreprise. Peu importe sa taille, un plan stratégique est développé et adapté au fil du temps selon l'évolution de l'environnement macroéconomique. Les risques stratégiques sont ceux qui découlent des décisions fondamentales du conseil d'administration et de la direction générale. Ils concernent les objectifs d'une organisation et peuvent être subdivisés en risques non-commerciaux et commerciaux. Leur maîtrise est essentielle pour assurer la pérennité de l'entreprise.

Les risques non-commerciaux ou « non-business risks » en anglais sont les risques qui ne découlent pas directement des produits ou services fournis. Ce sont, par exemple, les risques financiers liés aux sources de financement à long terme, les risques d'image, les risques de la gestion de la connaissance ou encore les risques d'intégrité. Le niveau de risque stratégique est lié à la manière dont l'ensemble de l'organisation est positionnée par rapport à son environnement et n'est pas uniquement affecté par les décisions individuelles de ses directeurs.

Exemples de risques stratégiques non-commerciaux

(adapté de Darsa, 2016)

- *Risques financiers* : Cette famille de risques fait référence aux risques affectant de manière directe la santé et la performance financière de l'entreprise. Il existe plus de 10 000 risques financiers au coeur d'une entreprise. Sans être exhaustifs, nous énumérons ici quelques risques financiers qui peuvent se rattacher à la catégorie des risques stratégiques.
 - *Risque de liquidité ou de trésorerie* : Rupture de trésorerie avec potentiellement la cessation des paiements.

- *Risque de pertes financières* : Pertes suite à d'impropres décisions d'investissement, d'exploitation ou de gestion.
 - *Risque comptable* : Risques liés à une mauvaise interprétation ou utilisation des normes comptables.
 - *Risque fiscal* : Pénalité suite au non-suivi des règles fiscales.
 - *Risque de haut de bilan* : Risques liés à la structure du financement ou d'endettement de l'entreprise.
- *Risque d'image et/ou de réputation* : Warren Buffett (PDG de Berkshire Hathaway) aurait dit : « Il faut vingt ans pour construire une réputation et cinq minutes pour la détruire ». Connue en anglais sous le nom de « reputation risk », il s'agit d'un des risques majeurs dans une économie où 70-80% de la valeur de marché viennent d'actifs intangibles difficiles à évaluer (Eccles et al., 2007). Le risque d'image représente le risque d'une éventuelle atteinte à la marque et à la réputation de l'entreprise pouvant affecter les bénéfices, le capital ou les liquidités découlant de toute association, action ou inaction qui pourrait être perçue par les parties prenantes comme inappropriée, contraire à l'éthique ou incompatible avec les valeurs et les convictions de l'entreprise. Bien que difficilement mesurable, certaines estimations évoquent que la réputation d'une entreprise représente un quart de sa valeur.
 - *Risque de la gestion de la connaissance* : Les risques liés au « knowledge management » se rapportent aux pertes potentielles résultant de l'identification, du stockage ou de la protection des connaissances qui viendraient à diminuer l'avantage opérationnel ou stratégique de l'entreprise (Perrott, 2007; Durst et Zieba, 2019).
 - *Risque d'intégrité* : Ce risque est intimement lié à la fraude, la corruption et le financement d'activités illicites. Il se définit comme l'ensemble des risques qui de par un manquement de déontologie ou d'éthique de l'entreprise peuvent amener la perte de confiance des clients ainsi que des sanctions financières (OECD, 2013).

Les risques commerciaux ou « business risks » en anglais sont les risques qui découlent des décisions prises par les organes dirigeants de l'organisation. Ces décisions incluent, par exemple, celles concernant les produits, les services et la fixation des prix. Les risques commerciaux comprennent notamment les risques liés au développement et à la commercialisation des produits ou services, les risques économiques affectant les ventes et les coûts des produits, et les risques découlant des changements de l'environnement technologique qui ont un impact sur les ventes et la production. Plus concrètement, ces risques sont souvent liés à une diversification des produits hasardeuse, une offre incohérente ou inadaptée, une expansion géographique ou croissance mal maîtrisée, une rupture technologique.

Les actions de la concurrence affectent aussi le niveau de risque. Ainsi, la compétition sur les marchés de produits et les développements technologiques peuvent engendrer que certains processus de production, ou les produits, deviennent rapidement obsolètes et engendrent des pertes. Les risques commerciaux sont multiples et dépendent en grande partie du secteur d'activité.

Exemples de risques stratégiques commerciaux financiers

(adapté de Darsa, 2016)

- *Risque d'erreur d'investissement* : Ce risque est lié à la dégradation des conditions d'exploitation suite à une erreur qui se répercute sur les capacités financières.
- *Risque de sous-investissement* : Une incapacité financière de renouveler ou maintenir ses équipements peut engendrer une perte de compétitivité.
- *Risque de structure des coûts* : Il s'agit du risque qu'un déséquilibre apparaisse entre revenus et coûts.
- *Risque d'opportunité de délocalisation* : Ce risque fait référence à une évolution défavorable de la structure des coûts suite à une stratégie de maintien de certains centres de compétences en zone à coût social élevé.
- *Risque fournisseur* : L'éventualité de la perte d'un fournisseur critique peut interrompre les relations commerciales et affecter la production ou les services.
- *Risque d'interruption d'activité* : Ce risque désigne l'arrêt, partiel ou complet, temporaire ou permanent, de tout ou partie de l'activité d'une entreprise qui est incapable d'assurer son cycle d'activité ou de payer les charges opérationnelles, telles que les charges salariales, le loyer et les assurances.

Risques opérationnels ou internes À la différence des risques stratégiques liés à la vision du plan stratégique de l'entreprise, les risques opérationnels représentent quant à eux les risques liés à ce qui se passe « sur le terrain ». La notion de risque opérationnel est très large et directement liée aux activités quotidiennes de l'entreprise. Le risque opérationnel peut être défini comme le risque de perte résultant de processus, de personnes et de systèmes internes inadéquats ou défaillants, ou d'événements extérieurs (Basel Committee on Banking Supervision, 2006). Cette définition inclut le risque juridique, mais exclut le risque stratégique et le risque de réputation.

À titre d'illustration, nous pouvons citer les risques opérationnels suivants : la perturbation de la production par une panne de machine, la démission du personnel clé de l'entreprise du fait de l'insatisfaction, les ventes perdues en raison de la mauvaise qualité des produits, de même que la non-réception de matériel

commandé. Tous ces risques sont des risques opérationnels, car ils sont liés aux ressources internes, aux systèmes, aux processus et aux employés de l'organisation. Les catégories que nous énumérons ci-dessous donnent d'autres exemples.

Exemples de risques opérationnels (adapté de Darsa, 2016)

- *Risque de fraude interne* : Ce sont des risques liés aux dommages potentiels dus au détournement d'actifs, à la fraude fiscale, à l'abus de position dominante et à la corruption.
- *Risque de fraude externe* : Contrairement à la fraude interne, les pertes potentielles proviennent ici des interactions avec l'extérieur et peuvent se réaliser par vol d'informations, piratage informatique, vol de tiers et falsification.
- *Risque lié à la pratique de l'emploi et la sécurité sur le lieu de travail* : Ces risques sont liés à la discrimination, l'indemnisation des travailleurs, la santé et la sécurité des employés.
- *Risque lié aux clients, produits et pratiques commerciales* : Des exemples en sont le risque de manipulation, les pratiques commerciales abusives, les défauts des produits, les violations des obligations fiduciaires et le barattage des comptes.
- *Risque de dommages aux biens matériels* : Ces risques indiquent les pertes potentielles dues aux catastrophes naturelles, au terrorisme, au vandalisme.
- *Risque de perturbations des activités et défaillances des systèmes* : Il s'agit de risques qui se réfèrent aux perturbations liées à l'interruption des services publics, des défaillances logicielles ou matérielles.
- *Risque lié à l'exécution, la livraison et la gestion de processus* : Des pertes peuvent se matérialiser par des erreurs de saisie des données, des erreurs comptables, un défaut de déclaration obligatoire et une perte négligente des avoirs des clients.
- *Risque industriel* : Tous les risques issus de la mise en oeuvre des outils de production peuvent affecter la performance opérationnelle, la productivité, le cycle d'approvisionnement, le stockage, la distribution ainsi que la sécurité des personnes.
- *Risque juridique* : Ce sont des éventualités liées aux opérations, en particulier les relations contractuelles avec clients, fournisseurs ou employés, qui peuvent amener l'entreprise à comparaître devant les tribunaux.
- *Risque technologique* : Ces risques identifient l'incapacité d'adaptation à l'évolution technologique pour ce qui est de la production ou des opérations. Ils sont souvent liés au plan stratégique et au niveau d'investissement dans la recherche et le développement.

- *Risque informatique* : L'utilisation de systèmes informatisés peut amener des dommages liés à la cybercriminalité, la défaillance de composants informatiques, l'infection d'ordinateurs par des virus informatiques et le piratage du site web.
- *Risque ressources humaines* : On distingue quatre catégories, à savoir le personnel, la santé du personnel, la direction de l'entreprise et le capital humain (Kessler, 2009). Ce sont des risques sociaux et psychosociaux liés respectivement à la gestion de l'entreprise et à l'individu. Concernant le personnel, nous pouvons citer la sinistralité croissante, le manque de productivité, les coûts liés à la gestion du personnel. Pour ce qui est de la santé du personnel, il s'agit principalement d'un accroissement du taux d'absentéisme ainsi que des absences liées aux risques psychosociaux. Au niveau du capital humain, l'inefficience des processus des ressources humaines, l'accroissement du taux de rotation et une culture d'entreprise défavorable augmentent les risques. Finalement, au niveau de la direction, il faut gérer un potentiel manque de conformité et une diminution de l'attractivité de l'employeur.
- *Risque financier* : Certains des risques stratégiques financiers énumérés plus haut peuvent selon l'entreprise s'avérer être opérationnels.

Risques externes Finalement, les risques externes sont ceux qui découlent d'événements extérieurs à l'entreprise et échappent à son influence ou à son contrôle. Parmi les sources de ces risques figurent les grands changements macroéconomiques, les catastrophes naturelles et les changements politiques. Les risques externes nécessitent une autre approche que les risques internes. Comme les entreprises ne peuvent pas empêcher de tels événements, leur gestion doit se concentrer sur l'identification (ils ont tendance à être évidents avec le recul) et l'atténuation de leur impact par une gestion prévoyante.

Exemples de risques externes (voir la section 1.1 et Darsa, 2016)

- *Risque environnemental* : Risques liés aux dommages dus à des catastrophes naturelles, à des événements météorologiques et, sur le plus long terme, à des changements climatiques.
- *Risque technologique* : Le progrès rapide des technologies et la cyberdépendance peuvent engendrer de tels risques.
- *Risque géopolitique* : Ce risque inclut des pertes potentielles suite à des conflits interétatiques ou des échecs dans la gouvernance d'un pays.
- *Risque sociétal* : La source de ce risque inclut la propagation incontrôlée de maladies infectieuses entraînant des perturbations qui touchent la société et affectent l'entreprise économiquement.

- *Risque économique* : Bulles d'actifs sur les marchés financiers, crises fiscales ou chômage structurel sont étudiés dans cette famille de risques.
- *Risques financiers* : Parmi les multiples risques financiers, certains sont externes à l'entreprise. Ci-dessous nous notons quelques risques fréquemment rencontrés.
 - *Risque de crédit* : Coûts financiers dus à la défaillance d'un client.
 - *Risque de taux d'intérêt* : Pertes potentielles liées aux évolutions des taux d'intérêt et l'effet sur l'endettement de l'entreprise.
 - *Risque de taux de change* : Dommages d'une évolution défavorable des devises entraînant des pertes de change.
 - *Risque des marchés financiers* : Pertes sur les placements des excédents de trésorerie engendrées par l'évolution des marchés financiers.
 - *Risque de prise de contrôle* : Changement dans la composition des actionnaires impliquant une perte de pouvoir.
 - *Risque de départ des actionnaires* : Ce risque peut se réaliser suite à un fort désaccord avec la stratégie de l'entreprise ou sa performance financière.

Nous reviendrons sur les risques listés ci-dessus en guise d'illustration des différents concepts, en particulier quand il s'agit de concrètement caractériser les risques.

2.4 Caractérisation des risques

Il existe de nombreuses classifications des risques, développées depuis la première moitié du XX^e siècle en Europe et aux États-Unis. Toute classification dépend des circonstances et en particulier du référentiel. Nous introduisons ici une terminologie pour caractériser les risques (Vaughan et Vaughan, 2013), à l'image des caractéristiques d'une voiture (marque, couleur, cylindrée) ou d'un appartement (nombre de pièces, taille, localisation).

Les lignes directrices de cette caractérisation nous permettent de mieux comprendre les risques et de trouver les mesures adaptées pour les gérer (voir le chapitre 4). Les caractéristiques que nous énonçons ne s'appliquent pas de manière égale à tous les référentiels identifiés à la section 2.2. D'autres caractérisations sont envisageables. En pratique, on introduira d'autres catégories si cela contribue à une évaluation plus efficace ou à une amélioration des processus de traitement. Dans ce qui suit, nous distinguons :

- les risques avec et sans conséquences financières,
- les risques dynamiques et statiques,
- les risques purs et spéculatifs,
- les risques fondamentaux et particuliers.

Risques avec et sans conséquences financières Un risque peut être caractérisé par la nature des conséquences qu'il engendre: y a-t-il des conséquences économiques ou non? Dans sa définition la plus large, le risque existe même s'il n'y a pas de conséquences financières. Par exemple, le risque de décès consiste en la perte éventuelle de la vie, qui, de toute évidence, surpasse les conséquences financières qui y sont associées. Néanmoins, les aspects humains, émotionnels et psychologiques, potentiellement importants, ne sont souvent pas ou seulement difficilement quantifiables. Nous nous penchons principalement sur les risques avec conséquences financières des points de vue d'une entreprise et d'un individu.

Risques dynamiques et statiques Une distinction importante existe entre un risque dynamique et un risque statique. Willett (1901) distingue ces deux classes et souligne leur importance pour la théorie du risque et les techniques de l'assurance. La différenciation est importante pour un entrepreneur et son positionnement par rapport au risque. Notre compréhension des risques dynamiques et statiques est la suivante :

Définition 2.3 (*Risque dynamique et risque statique*)

Un risque dynamique est un risque résultant de changements dans l'économie. En contrepartie, un risque statique est un risque qui existe en l'absence de changements dans l'économie.

Les risques dynamiques sont liés aux changements économiques comme la fluctuation du niveau des prix, les effets de mode et les tendances chez les consommateurs, et les avancées technologiques. Ils profitent normalement à la société sur le long terme puisqu'ils amènent à des ajustements d'une mauvaise allocation des ressources. Les risques dynamiques touchent normalement un grand nombre d'individus, mais comme ils ne se produisent pas régulièrement, ils sont plus difficiles à prévoir que les risques statiques.

En effet, les risques statiques peuvent impliquer des pertes provoquées par des événements irréguliers de la nature ou par des méfaits ou erreurs humains. Les pertes statiques sont présentes dans une économie qui ne change pas (économie statique) et, à ce titre, les risques statiques sont associés à des pertes qui se produiraient dans une économie immuable. Par exemple, si toutes les variables économiques restent constantes, certaines personnes ayant des tendances frauduleuses continueraient à voler, à détourner des fonds et à abuser de leur position : certaines entités subiraient donc encore des pertes financières. Dans les risques statiques, ces pertes sont causées par des facteurs autres que les changements dans l'économie tels que les dangers naturels et la malhonnêteté d'autres personnes. Les pertes liées à des risques statiques semblent apparaître périodiquement et, de ce fait, elles sont généralement prévisibles. Dans la plupart des cas, les risques statiques sont des risques purs (voir ci-dessous). Le tableau 2.1 résume les principales caractéristiques des risques dynamiques et statiques.

Risques dynamiques	Risques statiques
<ul style="list-style-type: none"> • En présence de changements économiques • Difficilement prévisibles • Peuvent présenter des avantages • Affectent un grand nombre d'individus • Principalement des risques spéculatifs 	<ul style="list-style-type: none"> • Même dans une économie immuable • Facilement prévisibles • Ne présentent aucun avantage • N'affectent que peu ou très peu d'individus • Principalement des risques purs

Tableau 2.1 – Caractéristiques principales des risques dynamiques et statiques.

Risques purs et spéculatifs D'un côté, les risques purs sont associés à des événements dont l'occurrence entraîne uniquement des conséquences négatives ou nulles. Ce sont typiquement les risques associés à la propriété, à la responsabilité privée ou aux personnes. De l'autre côté, la réalisation des risques dits spéculatifs peut avoir des conséquences positives ou négatives. Des illustrations en sont les décisions d'affaires en entreprise et les investissements en bourse. Nous retenons :

Définition 2.4 (*Risque pur et risque spéculatif*)

Un risque **pur** est un risque associé à des événements dont l'occurrence ne peut avoir que des conséquences négatives.

En contrepartie, un risque **spéculatif** est un risque associé à des événements dont l'occurrence peut avoir des conséquences positives ou négatives.

En présence de risques purs, il n'y a aucune perspective de gain ou de profit et, en général, on y est soumis malgré soi. On ne peut pas les éviter, tout au plus peut-on les réduire. Par exemple, si nous considérons le risque d'incendie d'un immeuble, le propriétaire ne tire aucun profit de ce risque. Tant qu'il n'y a pas d'incendie, le statu quo est maintenu. Du point de vue de la gestion des risques, on peut essayer de réduire la probabilité d'occurrence ou encore la sévérité en cas de réalisation. Nous traiterons les techniques de gestion du risque à la section 4.3. Les risques purs sont généralement assurables. Les particuliers comme les entreprises sont confrontés à différents types de risques purs qui mettent en danger différents types de valeurs. Nous classons les risques purs dans la typologie suivante :

- les risques de propriété (avec pertes directes et indirectes),
- les risques de patrimoine (ou de responsabilité civile),
- les risques de personnes (ou risques personnels),
- les risques de bénéfice net (ou du résultat économique),

À la section 2.7, lorsque nous traiterons les types de valeurs exposées, nous allons discuter les valeurs impactées par ces risques.

Exemples des quatre types de risques purs

- *Risque de propriété* : Ce risque concerne les pertes directes et indirectes qui peuvent toucher un bien mobilier (par exemple risque de détérioration ou de vol d'un équipement), immobilier (par exemple risque d'incendie d'un bâtiment) ou intangible (par exemple risque d'usurpation d'identité ou d'invention).
- *Risque de patrimoine* : Il s'agit de pertes potentielles liées à la responsabilité civile ou pénale. Par exemple, des dommages infligés aux biens d'autrui ou des blessures causées à autrui mettent en jeu la responsabilité civile de la personne à l'origine du dommage et obligent cette dernière à la réparation.
- *Risques personnels* : Ici une atteinte à l'intégrité physique d'un individu, comme le décès, une blessure ou une maladie, est considérée. Dans certains cas, un préjudice physique mène à un dommage économique : un décès vient avec une importante perte de revenus pour un ménage, surtout si la personne décédée était le principal apport financier, une blessure importante ou une maladie grave peuvent entraîner une incapacité de continuer à travailler et ainsi une perte de revenus. Les risques personnels peuvent également directement mettre en jeu des risques de nature économique, comme le risque de chômage ou le risque d'un manque de revenus durant la retraite.
- *Risque de bénéfice net* : Ce type de risque concerne les pertes économiques affectant le bénéfice ou l'objectif économique. On y répertorie notamment les risques résultant de la défaillance d'une tierce partie (par exemple le risque qu'un débiteur fasse défaut, c'est-à-dire ne fait plus ses paiements) ou le risque d'interruption d'activité.

Les risques spéculatifs, attachés à des événements dont la manifestation peut avoir des conséquences négatives, positives ou nulles, sont des risques auxquels on s'expose, en général, volontairement. Par exemple, en investissant en bourse dans une entreprise ou en spéculant sur les taux de change, on s'expose au risque de fluctuation de valeur de l'investissement. Si le prix des actions augmente ou si les taux de change évoluent dans le bon sens, un gain est engrangé. Au contraire, dans une situation défavorable, une perte est subie. Si les prix ne changent pas, il n'y a pas de conséquences. Les risques spéculatifs ne sont généralement pas assurables. Le tableau 2.2 reprend les principales caractéristiques des risques purs et spéculatifs.

Risques fondamentaux et particuliers Les risques fondamentaux, appelés également risques systémiques ou systématiques, découlent de l'environnement naturel, technologique, géopolitique, sociétal ou économique et touchent la plupart des gens. Un tel risque n'est donc pas discriminatoire, il est impersonnel tant dans son origine que dans ses conséquences et il se répercute généralement sur

2.4. Caractérisation des risques

Risques purs	Risques spéculatifs
<ul style="list-style-type: none"> • Conséquences négatives • En général, on y est soumis malgré soi • Généralement assurables • Souvent des risques statiques • Quatre types : propriété, patrimoine, personne, bénéfice net 	<ul style="list-style-type: none"> • Conséquences positives ou négatives • En général, on s’y expose volontairement • Généralement non-assurables • Souvent des risques dynamiques

Tableau 2.2 – Caractéristiques principales des risques purs et spéculatifs.

un large éventail de personnes ou sur tout le monde. La perspective prise pour définir « la plupart des gens » est relative au référentiel et au contexte. À l’échelle planétaire, le risque de pandémie est certainement fondamental; à l’échelle d’un secteur d’activité, le risque de chômage peut être fondamental. Les pertes engendrées par les conditions économiques générales présentent également un risque fondamental, car toute l’économie et tous les opérateurs économiques sont affectés simultanément (Louisot, 2014). Dans le domaine de la finance, on utilise le terme de risque systémique pour désigner un risque financier qui affecte une économie entière. Ainsi, la stabilité d’un marché entier ou du système financier dans son ensemble est mis en danger et non pas seulement une entreprise individuelle.

De manière opposée, les risques particuliers, aussi dénommés risques spécifiques, touchent un individu, une entreprise ou un groupe d’individus ou d’entreprises en particulier, mais n’affectent pas l’ensemble de la population ou des entreprises. Leur impact est donc localisé (ressenti localement) et non global. Certains risques sont plutôt particuliers, comme, par exemple, le risque d’incendie d’une menuiserie.

Parfois la frontière entre un risque fondamental et un risque particulier peut s’avérer floue et la catégorisation dépend du contexte. Il faut impérativement avoir le référentiel sur lequel baser l’analyse. Pour qu’un risque soit appelé fondamental, la majorité des éléments du référentiel doivent être touchés. Le risque d’un franc suisse fort peut illustrer nos propos: du point de vue du secteur du tourisme ou de certains secteurs industriels à forte exportation, ce risque est fondamental pour la plupart des entreprises du secteur. Par contre, du point de vue de toutes les entreprises du continent ou d’une entreprise qui agit localement, ce même risque d’un franc suisse fort est vu comme particulier, ne touchant que certains secteurs comme le tourisme ou l’industrie d’exportation en Suisse.

Définition 2.5 (*Risque fondamental et risque particulier*)

Un risque **fondamental** est un risque qui découle de l’environnement (naturel, technologique, géopolitique, sociétal ou économique) et qui touche la plupart des gens.

En contrepartie, un risque **particulier** est un risque qui touche un individu, une entreprise ou un groupe en particulier sans affecter l’ensemble de la population ou des entreprises.

Du point de vue des assurances, un risque fondamental ne peut être assuré car il n'est pas diversifiable. En effet, comme un tel risque survient de manière simultanée, plutôt que de manière aléatoire, chez tout le monde, il est impossible de créer un portefeuille diversifié avec des risques peu corrélés. Ainsi, on ne trouvera pas d'assurance couvrant les pertes engendrées par une détérioration de l'environnement économique ou par une interruption des activités causée par une pandémie. Au contraire, les risques particuliers sont spécifiques à chaque entité, non systématiques et diversifiables (Baranoff et al., 2019). Par exemple, l'incendie d'un bâtiment n'est normalement pas lié à l'incendie d'un autre bâtiment suffisamment éloigné. Un assureur peut donc constituer un portefeuille équilibré assurant un grand nombre de bâtiments dans une région étendue. C'est la loi des grands nombres (voir le chapitre 6) qui lui permet de prévoir de manière satisfaisante la sinistralité et de calculer les primes d'assurance.

Risques émergents Dans plusieurs publications, l'Association Suisse d'Assurances (2018) étudie les risques émergents ou « emerging risks ». Ces risques sont récents ou jusqu'à présent inconnus, affichent une évolution dynamique, ne sont que partiellement identifiables et se caractérisent généralement par une forte incertitude. Les coûts qui s'y rapportent ne peuvent être estimés facilement et mettent pareillement à rude épreuve les gouvernements, les entreprises et les assureurs responsabilité civile. En effet, les nouvelles technologies et la modification de notre comportement sont considérées comme opportunités. Or, elles comportent aussi des risques difficilement prévisibles. Les risques sont liés aux développements que nous observons dans de nombreux domaines comme, par exemple, l'Internet des objets, la mobilité autonome, la robotique, la nanotechnologie, les aliments fonctionnels, les organismes génétiquement modifiés.

2.5 Caractérisation des expositions au risque

Après avoir classifié les risques, nous introduisons le concept d'exposition au risque. Une exposition au risque ou exposition aux pertes est toute possibilité de pertes provenant d'un risque identifié, qu'il soit pur ou spéculatif.

Définition 2.6 (*Exposition au risque*)

Une exposition au risque est toute possibilité de pertes provenant d'un risque.

Nous structurons chaque exposition au risque dans un système à trois dimensions :

- les périls pouvant causer la perte (et les « hazards » favorisant la perte),
- les valeurs exposées à une perte,
- les conséquences financières potentielles de la perte.

Dans les sections 2.6, 2.7 respectivement 3.1, nous détaillerons les différentes dimensions en définissant chaque fois la terminologie. Le graphique de la figure 2.1 propose une vue synoptique des concepts intervenant dans la caractérisation d'une exposition au risque.

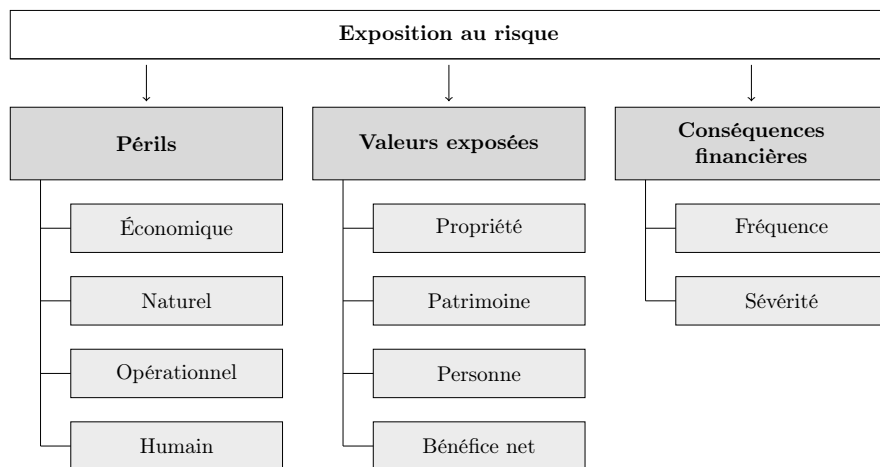


FIGURE 2.1 – Schéma de caractérisation des expositions au risque.

Exemple d'une analyse d'exposition au risque

Pour illustrer la caractérisation d'une exposition au risque, prenons la situation suivante d'un professeur de l'université qui vient tous les matins en vélo électrique sur le campus. Sur son chemin, il s'expose à un risque d'accident de la route. Comment peut-on caractériser l'exposition au risque que représente ce déplacement dans le référentiel du professeur comme « personne privée » ?

Le péril ou la cause est évidemment l'accident. Les conditions favorisant la perte, c'est-à-dire les « hazards », peuvent être variées, à savoir, par exemple, une chaussée glissante, du brouillard ou une grande fatigue.

Il s'agit d'une triple exposition aux pertes dans la mesure où trois types de valeurs sont exposées et que l'étendue des conséquences financières potentielles est chaque fois différente :

- Tout d'abord, en cas d'accident, il peut être blessé, devenir invalide ou même être tué. Le type de valeur exposée est sa *personne*. Les conséquences peuvent être catastrophiques et les pertes financières importantes, notamment en cas d'invalidité.
- Ensuite, le vélo peut être abîmé ou détruit. Le type de valeur exposée est alors la *propriété*. Les conséquences financières ne sont pas négligeables, mais restent relativement modérées.

- Finalement, sa responsabilité civile peut être engagée dans l'accident. Il est donc responsable des pertes que cet accident peut occasionner à des tierces personnes. Le type de valeur exposée est son *patrimoine* et sa fortune. Les conséquences financières potentielles peuvent être encore plus importantes que dans la première exposition, dans la mesure où plusieurs personnes peuvent être victimes de cet accident dont il serait responsable.

Nous constatons qu'au niveau de la législation, l'État s'est déjà au moins partiellement préoccupé de la gestion du risque, dans la mesure où il impose une assurance responsabilité civile pour conducteurs, une assurance-accidents et une affiliation à une caisse de pensions qui couvre les expositions aux pertes vitales pour sa famille.

Toujours dans cet exemple, mais dans le référentiel de l'institution « université », ce déplacement en vélo électrique représente également une exposition aux pertes pour l'université avec le même péril. Dans ce cas, la valeur exposée est celle d'une personne, d'un membre du personnel de l'entreprise. Les conséquences financières potentielles sont alors les coûts que représenteraient l'absence prolongée du professeur.

Dans ce qui suit, nous considérons la classification des périls et « hazards » et précisons les types de valeurs exposées.

2.6 Périls et « hazards »

Les termes « péril » et « hazard » sont souvent confondus et utilisés de manière interchangeable. De plus, ces deux mots sont parfois mélangés avec le terme « risque ». Dans cette partie, nous expliquons ce que ces termes identifient et étudions comment clairement les distinguer.

Définition du terme « péril » Après avoir défini le risque (définition 2.1 à la section 2.1) et l'exposition au risque (définition 2.6 à la section 2.5), nous introduisons le concept de péril ou « peril » en anglais. Il s'agit de la cause ou de la source de l'événement défavorable qui produit une perte. En d'autres mots, c'est l'élément qui déclenche la perte. Il ne peut y avoir de perte sans péril identifiable. Cependant, une perte peut avoir plusieurs périls. Les exemples sont multiples et incluent les incendies, les tremblements de terre, les accidents de la route, le sabotage et cetera. Notre définition est la suivante :

Définition 2.7 (*Péril*)

Le **péril** est la cause de l'événement défavorable produisant une perte.

Les mots périls et causes peuvent s'utiliser comme synonymes lorsqu'ils sont rattachés à la notion de risque. Par exemple, en cas de décès, le péril peut être divers :

une personne peut succomber d'une maladie, d'un accident, d'un suicide ou d'un fait de guerre entre autres. Dans le cas d'une maison qui brûle à cause d'un incendie, le péril est l'incendie lui-même. En hiver, si un individu se fait ensevelir par une avalanche, cette dernière constitue le péril ou la cause de l'accident.

Classification des périls À l'image de Louisot (2014) dont nous nous inspirons pour cette partie, nous utilisons un système à deux dimensions pour classer les périls. Notre approche consiste à analyser

- la localisation de l'origine,
- la nature du phénomène.

Le critère de la localisation de l'origine consiste à classer le péril par son origine qui peut être endogène ou exogène. La définition fait référence au périmètre de contrôle de l'entité et s'intéresse à savoir si la cause se situe à l'intérieur ou à l'extérieur de son contrôle.

Définition 2.8 (*Péril endogène et péril exogène*)

*Un péril est dit **endogène** s'il est généré par l'entreprise ou l'individu lui-même ou à l'intérieur de son périmètre de contrôle.*

*En contrepartie, un péril est dit **exogène** s'il est généré à l'extérieur du périmètre de contrôle de l'entreprise ou de l'individu.*

Un incendie qui prend naissance dans l'appartement d'une personne ou dans les locaux d'une entreprise est un péril endogène pour la personne respectivement l'entreprise. Une cause exogène pour le risque d'interruption d'activité d'une entreprise est, par exemple, une grève avec occupation dans un établissement voisin et bloquant l'accès à toute la zone où est installée l'entreprise. La grève est un péril endogène pour l'entreprise de l'établissement voisin mais bien un péril exogène pour l'entreprise considérée. Nous constatons ici l'importance du référentiel choisi.

La seconde dimension concerne la nature du phénomène du péril. Nous distinguons quatre classes :

Définition 2.9 (*Péril économique, naturel, opérationnel et humain*)

- *Un péril **économique** est une variation brutale dans un paramètre économique touchant l'environnement de l'individu ou de l'entreprise et provoquant une contrainte importante et immédiate.*
- *Un péril **naturel** est une cause résultant de l'action des forces de la nature.*
- *Un péril **opérationnel** n'est pas la cause directe d'un acte humain, mais des activités productives développées par celui-ci.*
- *Un péril **humain** est une cause déclenchée par l'action ou l'absence d'action de l'homme.*

Ainsi, un péril économique peut être relié à l'action ou l'inaction d'un grand nombre de personnes ou d'un gouvernement, qui peut notamment engendrer une variation brutale dans un paramètre influençant le contexte économique. Des exemples en sont une grève, un boycott, une guerre civile, un changement des préférences des consommateurs. L'abolition du taux plancher par la Banque Nationale Suisse en 2015 (voir la section 1.3) a été une cause économique engendrant des pertes financières immédiates.

Les forces de la nature donnent lieu à des périls naturels. L'homme n'a pas ou peu de contrôle sur ces forces qui incluent, parmi d'autres, les tremblements de terre, les tempêtes et cyclones, la grêle, les inondations et les feux de brousse. D'autres phénomènes comme la foudre, les tsunamis et les épidémies renforcent parfois le pouvoir dévastateur des catastrophes naturelles précédentes. Pour un péril donné (par exemple un tremblement de terre), de tels phénomènes peuvent être considérés comme un deuxième péril ou caractérisés comme un « physical hazard », c'est-à-dire une condition qui augmente la probabilité d'une perte (voir plus loin). Ainsi, dans le contexte d'un tremblement de terre, un tsunami peut être considéré comme un autre péril ou comme une condition qui aggrave les pertes, notamment pour les lieux au bord de la mer.

Pour ce qui est des périls opérationnels, on pense à tous les événements engendrés par un mauvais fonctionnement dans l'opération des systèmes de production, comme un incendie, un bris des machines ou une panne. Typiquement, on retrouve dans cette classe l'essentiel des causes des accidents en entreprise.

L'action ou l'inaction d'une seule personne ou d'un groupe restreint de personnes peut causer des pertes. Un vol, un accident par négligence ou incompétence, un incendie criminel ou par négligence sont causés par des individus. Il s'agit donc de périls humains. Il convient toutefois de préciser qu'un péril humain peut être volontaire ou involontaire. Ainsi, nous précisons notre définition:

Définition 2.10 (*Péril humain volontaire et involontaire*)

Un péril humain **volontaire** résulte d'un acte volontaire ou conscient d'un individu ou d'un groupe d'individus.

En contrepartie, un péril humain **involontaire** résulte d'une erreur, d'une omission ou d'une négligence.

Un péril humain involontaire peut provenir d'une action, erreur ou négligence commise au moment de l'événement, comme un mégot non éteint à proximité d'une matière inflammable, ou avant l'événement, comme une inondation due à un défaut d'étanchéité des murs d'un sous-sol en terrains humides.

Pour le péril humain volontaire, l'auteur du péril a typiquement l'intention de nuire ou de s'approprier les biens d'autrui. Son but peut être malveillant ou non. S'il n'est pas malveillant, on l'appelle « petit malin ». Un tel péril est, par exemple,

le résultat de l'action légitime d'un acteur d'un système qui modifie ce dernier, sans documenter les modifications, pour améliorer les performances ou faciliter le travail des autres utilisateurs. En effet, un utilisateur qui suit, inconscient de la modification, respecte les anciennes consignes et peut provoquer un sinistre. Une autre illustration de ce concept est la situation suivante : Un chauffeur routier doit effectuer une pause de 45 minutes après un temps de conduite de 4h30. Le chauffeur demande à son employeur si pour des raisons personnelles il peut terminer une heure plus tôt. Afin de rendre ceci possible, son employeur lui propose de réduire exceptionnellement les pauses afin de ne pas réduire la performance. Il n'y a aucune malveillance, mais l'action accroît la probabilité qu'une inattention du chauffeur conduise à un accident. Comme nous le voyons plus loin, nous pouvons aussi considérer que le comportement augmente la probabilité d'une perte et qualifier ce dernier de « moral hazard » aggravant la perte potentielle liée au risque d'accident.

Lorsqu'un péril humain volontaire est qualifié de malveillant, il souligne l'intention de nuire, ou de s'appropriier un bien sans en être le propriétaire. Ce sont des actes illégaux. Nous distinguons la malveillance à but lucratif comme, par exemple, l'espionnage industriel et à but non lucratif comme un incendie volontaire par vengeance. Dans le premier cas, il s'agit d'une action illégale dans le schéma économique classique; dans le second cas, les malfaiteurs agissent pour une cause comme le vandalisme ou le terrorisme et les motivations sont plus difficiles à cerner. La cause des attentats du 11 septembre 2001 au WTC discutés à la section 1.2 peut être caractérisée d'humaine, volontaire, malveillante mais à but non lucratif. Le péril humain volontaire est une des causes les plus difficiles à gérer. Il nécessite d'être reconnu et exige une action et adaptation continue. Un exemple frappant en est la lutte contre les virus informatiques qui requiert une vigilance quotidienne.

La figure 2.2 esquisse un tableau utile à la classification des périls.

<i>Localisation de l'origine</i>	<i>Nature du phénomène</i>			humain			
	économique	naturel	opérationnel	volontaire		involontaire	
				petit malin	malveillant, à but ...		
					lucratif		non lucratif
endogène							
exogène							

FIGURE 2.2 – Tableau de classification des périls (adapté de Louisot, 2014).

Définition du terme « hazard » Un « hazard » est un danger qui crée ou augmente les chances d'une perte. En comparaison avec le péril, ce n'est pas l'élément déclencheur de la perte, ce n'est pas la cause. En effet, c'est une condition ou un contexte qui rend la situation plus risquée. En d'autres mots, un « hazard » peut exister sans qu'aucune cause ne se déclare jamais.

Définition 2.11 (« Hazard »)

Un « hazard » est une condition qui crée ou augmente la probabilité d'occurrence de l'événement défavorable produisant une perte.

Bien évidemment, le concept de « hazard » est intimement lié au péril car, suivant le péril analysé, le « hazard » est différent. Nous avons déjà vu auparavant que parfois, pour décrire une exposition au risque, on peut être amené à considérer un élément comme péril ou comme « hazard ». Par exemple, dans la circulation routière, en se concentrant sur un accident comme péril du risque de décès, du verglas sur la route, une vitesse élevée ou de l'inattention au volant sont des « hazards » qui augmentent la probabilité d'encourir la perte. Selon l'objectif de l'analyse, on pourrait aussi bien dire que le verglas, la vitesse élevée ou l'inattention est finalement la cause, donc le péril, du décès.

Le choix du référentiel et du péril sont indispensables pour déterminer la présence de « hazards ». En pratique, c'est le gestionnaire des risques qui précise le cadre de ses analyses et il est essentiel de suivre la logique du raisonnement jusqu'au bout. Finalement, notons que, comme dans l'exemple de la circulation routière, il existe souvent plusieurs « hazards » liés à une perte.

Types de « hazards » À l'image de Vaughan et Vaughan (2013) et Borghesi et Gaudenzi (2013), nous distinguons deux grands types de « hazards » :

Définition 2.12 (« Physical hazard » et « moral hazard »)

Un « physical hazard » désigne une condition physique objective qui augmente la probabilité de l'événement défavorable.

En contrepartie, un « moral hazard » consiste en la malhonnêteté d'une personne ou d'un problème de personnalité qui augmente la probabilité de l'événement défavorable.

Des exemples de « physical hazard » sont, pour le péril d'un accident routier, la présence de verglas sur la route et, pour le péril d'un incendie, la présence de produits inflammables dans un stock. Pour le « moral hazard », des exemples sont le comportement d'un employé déloyal, d'une personne très négligente ou d'un conducteur qui roule régulièrement trop vite. Si nos définitions prévoient que la probabilité de l'événement défavorable soit augmentée par un « hazard », la gravité de l'événement est potentiellement aussi augmentée (cf. conducteur en excès de vitesse).

Pour les spécialistes de l'assurance, une nuance importante existe par rapport au « moral hazard ». Ils font une distinction subtile entre le « moral hazard » et le « morale hazard ». Dans le cas du « morale hazard » ou aléa moral, il s'agit d'une indifférence ou d'un sentiment d'insouciance à la possibilité d'une perte due à

2.7. Types de valeurs exposées à une perte

l'existence d'une couverture d'assurance. Un exemple en est le fait de ne pas ranger l'ordinateur portable laissé dans la voiture à l'abri des regards, car dans tous les cas, on sait que s'il venait à être volé, l'assurance paiera. Une autre illustration en est un propriétaire assuré pour le risque d'incendie qui, se trouvant en difficultés financières, met délibérément le feu à sa propriété assurée pour encaisser un dédommagement de l'assurance. Si cette insouciance vient du fait de l'existence d'une couverture d'assurance, on parle de « morale hazard ».

En plus des « hazards » identifiés, il existe encore le « legal hazard ». Il désigne l'augmentation de la probabilité de pertes découlant de la législation, de la doctrine juridique et de la jurisprudence. Ce risque juridique est important dans le domaine de la responsabilité civile dans certaines juridictions. Il existe également dans des cas de risques liés aux biens. Par exemple, si les règlements de construction exigent que les nouveaux bâtiments soient conformes à des exigences légales spécifiques, la destruction d'un bâtiment qui ne répond pas aux exigences peut obliger un propriétaire à engager des frais supplémentaires de reconstruction, augmentant ainsi l'exposition aux pertes.

Distinction entre risque, péril et « hazard » Bien qu'il peut sembler parfois difficile de les différencier, les termes risques, périls et « hazards » identifient des concepts complètement différents. Afin de bien les distinguer, nous proposons ici d'imaginer une hiérarchie à trois niveaux. Le terme risque identifie le niveau supérieur et englobe les deux autres. Un risque vient avec ses périls et ses « hazards ». Le risque définira aussi les valeurs exposées et les conséquences financières potentielles, concepts que nous verrons plus loin (voir aussi la figure 2.1). Au deuxième niveau viennent les périls. À chaque péril appartient son lot de « hazards ». Ces derniers viennent donc naturellement au dernier niveau de l'analyse. Ainsi, prenons l'exemple concret du risque qu'un immeuble soit en feu. Dans ce cas, de nombreux périls existent : par exemple un incendie ou une explosion. Pour chacun de ces périls, nous pouvons imaginer des « hazards ». Pour le péril de l'explosion, par exemple, les « hazards » peuvent être une mauvaise manipulation d'un produit par un employé ou du terrorisme.

Dans l'exemple donné à la fin de la section 2.5 et selon le contexte, on peut plus ou moins préciser le péril. Dans l'analyse de l'exemple, on aurait pu préciser le péril en détaillant l'origine de l'accident, qui est peut-être liée à un excès de vitesse ou à une inattention. Au cas où le péril est précisé, les « hazards » doivent être revus. Il revient au gestionnaire des risques d'adapter et de cadrer son analyse. Souvent, il y a plusieurs possibilités pour détailler et interpréter une situation.

2.7 Types de valeurs exposées à une perte

Lorsque nous parlons d'une exposition au risque (définition 2.6 à la section 2.5), le type de valeur exposée identifie l'élément touché par la réalisation du risque.

Définition 2.13 (*Valeur exposée*)

La valeur exposée réfère au type de la perte produite par la réalisation de l'événement défavorable.

Un événement unique peut bien entendu causer des pertes appartenant à plusieurs types de valeurs. De manière générale, les valeurs économiques exposées au risque peuvent être classées dans une des quatre catégories suivantes :

- la propriété,
- le patrimoine (« freedom from liability » en anglais),
- la personne,
- le bénéfice net.

Propriété Les valeurs de propriété peuvent être séparées entre les valeurs tangibles, ayant une réalité physique, c'est-à-dire les choses, et les valeurs intangibles, sans réalité physique. Parmi les valeurs tangibles, nous trouvons les biens immobiliers, comme des terrains, des bâtiments ou des structures construites, et des biens mobiliers, tels que des équipements, des machines, du mobilier, du matériel ou des matières premières. Les valeurs intangibles, quant à elles, sont, par exemple, des informations, des brevets, des licences de fabrication et d'exploitation.

Les pertes à la propriété peuvent être directes, c'est-à-dire, ce sont des pertes principalement causées par la destruction ou détérioration, totale ou partielle, des valeurs de propriété. Les dommages peuvent également être indirects. Il s'agit alors des conséquences des pertes directes, tels que les coûts de démolition, de l'évacuation des débris et des valeurs devenues inutiles, de l'accroissement des coûts de construction ou encore de la baisse de valeur des biens non endommagés.

Patrimoine Ce type de pertes est étroitement lié au concept de responsabilité civile et pénale. En général, la responsabilité civile correspond à une obligation de réparer un dommage causé à autrui par sa faute ou dans des cas fixés par la loi. Néanmoins, le concept de responsabilité dépend de la législation et de la jurisprudence. Elle varie ainsi d'un pays à l'autre, mais change aussi dans le temps. Chaque individu ou entreprise doit donc être au courant des spécificités des pays avec lesquels ils sont en contact.

Responsabilité civile et pénale en Suisse

En Suisse, il faut distinguer la responsabilité civile de la responsabilité pénale. En droit civil, la responsabilité est définie par le Code des obligations (Confédération Suisse, 2020, article 41, alinéa 1) : « Celui qui cause, d'une manière illicite, un dommage à autrui, soit intentionnellement, soit par négligence ou imprudence, est tenu de le réparer. » Toutes les personnes, physiques et

morales, y sont contraintes. Les conditions nécessaires à la responsabilité sont un acte illicite, un dommage, une faute, présumée dans le cas de la responsabilité contractuelle, et un lien de causalité naturel et adéquat entre le dommage et la faute.

Le fardeau de la preuve du dommage et du lien de causalité adéquat entre la faute et le dommage incombe au demandeur, c'est-à-dire au lésé, conformément à l'article 42. Le demandeur doit également prouver qu'une faute a été commise dans un cas de responsabilité délictuelle. La faute peut être intentionnelle ou peut découler d'une négligence ou d'un manquement au devoir de diligence. La négligence peut être grave ou légère. Il y a négligence grave si un individu n'a pas pris les précautions ou les mesures adéquates, alors que les circonstances étaient telles qu'il aurait dû les prendre. La négligence est légère si la faute aurait pu être commise par tout un chacun dans des circonstances données.

Sur le plan pénal, l'objectif est davantage la sanction d'un acte que la réparation du dommage. L'homicide par négligence, des blessures involontaires ou des dommages à la propriété sont des délits pénaux, punis par une peine pécuniaire ou une peine d'emprisonnement. Les délits pénaux peuvent être commis intentionnellement, par négligence ou par dol, simple ou éventuel.

Il existe différents types de responsabilité civile selon la nature du dommage. Pour les exemples de cas de responsabilité civile énumérés ci-dessous, il est possible de réduire le montant à payer soi-même en souscrivant une assurance responsabilité civile (voir la section 5.4).

Exemples de responsabilité civile

- *Responsabilité civile privée* : Cette responsabilité touche toute personne physique et concerne les dommages causés par elle-même en tant que personne privée, ou encore, par exemple, par ses enfants ou son chien.
- *Responsabilité civile de propriétaire d'immeuble* : Si, en tant que propriétaire, un dommage est dû à sa propriété, comme, par exemple, des tuiles qui tombent du toit de la maison et blessent une personne ou une fuite du réservoir de mazout qui pollue la nappe phréatique, c'est la responsabilité civile de propriétaire d'immeuble qui entre en ligne de compte.
- *Responsabilité civile de propriétaire de véhicule* : La responsabilité du propriétaire d'un véhicule entre en jeu pour tous les dommages causés lors d'un accident impliquant le véhicule détenu.
- *Responsabilité civile professionnelle* : Cette responsabilité est relative aux erreurs commises dans l'exercice de sa profession par un avocat, un notaire, un réviseur ou encore un médecin.

- *Responsabilité civile d'entreprise* : Elle touchent les dommages de toutes sortes causés par une entreprise à une tierce personne ou à la propriété d'une tierce personne.
- *Responsabilité civile de produits* : La responsabilité civile de produits réfère aux dommages causés par les produits mis sur le marché par une entreprise, donc des produits alimentaires, des médicaments, des machines ou des logiciels, par exemple.

Personne Les pertes concernant une personne sont liées à son incapacité de travail, totale ou partielle, suite à une maladie, un accident, un décès, un départ à la retraite, une démission ou une mise au chômage. Dans un tel contexte, à la fois l'entreprise et la famille de la personne touchée encourent une perte. Dans le cas de l'entreprise, il s'agit avant tout de pertes de production, de coûts pour le nouveau recrutement du poste et de frais administratifs. Pour l'individu et la famille, les coûts se répartissent entre les frais de traitements médicaux, si nécessaires, et le manque à gagner, en termes de revenu et de consommation.

Les pertes encourues par la famille peuvent être en partie comblées grâce aux assurances de personnes, sociales ou privées. Selon la cause, ce sont l'assurance maladie, l'assurance perte de gains (APG), l'assurance-accidents (AA), l'assurance-invalidité (AI), l'assurance chômage (AC) ou l'assurance-vieillesse et survivants (AVS) et la caisse de pensions qui comblent une partie de la perte (voir les sections 1.4 et 5.2). Par exemple, en cas de décès, l'AVS paie une rente de veuf ou de veuve au conjoint survivant et une rente d'orphelin aux enfants. L'assurance-accidents couvre aussi bien les conséquences financières d'accidents professionnels que non-professionnels.

Bénéfice net Le bénéfice net d'une entreprise est égal aux produits moins les charges durant une période donnée. Les pertes de bénéfice net peuvent donc être une diminution des produits, une augmentation des charges ou les deux. Elles ont un impact sur l'objectif économique ou le profit. Les pertes potentielles peuvent provenir de multiples situations.

Exemples de situations de pertes de type bénéfice net

- *Interruption d'activité* : Un événement accidentel peut imposer l'interruption partielle ou totale des activités d'une entreprise. La perte potentielle est alors surtout liée à la diminution des produits.
- *Interruption d'activité contingente* : Une interruption d'activité contingente concerne l'interruption des activités d'une entreprise comme conséquence d'un événement externe à l'organisation. Cette interruption peut, par exemple, être due à un événement accidentel dans une entreprise du voisinage ou à la faillite d'un fournisseur essentiel.

- *Pertes de profits anticipés sur des biens finis* : La destruction de biens finis, suite à un incendie par exemple, représente à la fois une perte de valeur de propriété, via les coûts de remplacement des biens, et de bénéfice net, via le profit qui aurait été réalisé sur ces biens.
- *Réduction de revenu locatif* : La détérioration ou la destruction d'un bien, mobilier ou immobilier, qui aurait été loué sans dommage, implique une diminution du revenu locatif. C'est une conséquence évidente d'un incendie dans un immeuble locatif, par exemple.
- *Réduction de recouvrement de dettes actives* : Cette perte potentielle peut se manifester si une entreprise est incapable de facturer ses clients. Une interruption d'activité peut également causer une interruption d'activité contingente chez des clients importants, de sorte que ceux-ci ne sont plus en mesure de payer leurs factures.
- *Augmentation des dépenses de fonctionnement* : Suite à un événement accidentel, l'entreprise est parfois obligée de réorganiser les processus de production, de déplacer les lieux de fabrication ou d'engager du personnel supplémentaire, augmentant ainsi ses dépenses de fonctionnement.
- *Décision erronée en relation avec un risque spéculatif* : Dans une conception large du terme événement « accidentel », c'est-à-dire désignant tout événement non planifié par l'entreprise, toute décision sur laquelle plane une incertitude, comme, par exemple, quels produits et services offrir, quelles technologies utiliser, quelle stratégie d'entreprise, peut être considérée comme une exposition au risque de type bénéfice net, car elle peut affecter l'objectif économique de l'entreprise.

Comme indiqué plus haut, un même événement peut causer des pertes de différents types de valeurs. Si nous prenons l'exemple de l'incendie des dépôts de l'entreprise Sandoz à Bâle en novembre 1986, des attentats du 11 septembre 2001 au WTC (section 1.2), de l'explosion et incendie de l'usine AZF la même année à Toulouse, de l'explosion de la plate-forme pétrolière Deepwater Horizon en avril 2010 dans le golfe du Mexique, du crash d'avion de la compagnie Germanwings en mars 2015 dans les Alpes, ou encore des explosions d'août 2020 au port de Beyrouth, nous constatons que malgré les dommages directs à la propriété (bâtiments, machines, produits), des pertes sont à relever dans d'autres catégories. Les pertes indirectes (propriété) comme les coûts d'évacuation et de remise en état des terrains sont bien plus importantes dans de nombreux cas. Dans chacun des cas, des pertes de valeurs de patrimoine sont à relever : elles sont liées à la responsabilité civile à l'égard de toutes les personnes et organisations, victimes directes ou indirectes de l'événement. La perte de valeur de personnes blessées ou décédées a été particulièrement importante dans les exemples ci-dessus. Finalement, ces événements ont généré des pertes liées à l'interruption d'une activité économique pour les entreprises touchées : ces pertes indirectes ne sont pas classées comme des valeurs de propriété, mais appartiennent au type de valeur bénéfice net.

Appréciation des risques

Après avoir défini le concept du risque au chapitre 2, il convient d'étudier de plus près l'appréciation des risques. L'appréciation comprend tout d'abord l'identification des risques. Il s'agit de comprendre leurs causes et de déterminer les valeurs exposées (voir les chapitres 2 et 4). Ensuite, suivent l'analyse et l'évaluation des risques. Un des éléments qui caractérise notamment une exposition au risque (voir la figure 2.1 et la section 2.5) sont les conséquences financières potentielles d'un risque. L'analyse des risques consiste, dans un premier temps, à connaître la fréquence et la sévérité potentielles. Ces éléments sont indispensables dans l'évaluation des risques afin de choisir la technique la mieux adaptée pour la gestion du risque (voir la section 4.3). En effet, les techniques agissent en essayant de limiter la vraisemblance de la réalisation d'un événement défavorable et de réduire la gravité des pertes. Savoir mesurer un risque permet aussi d'évaluer l'effet des mesures prises dans la gestion.

Nous débutons ce chapitre en introduisant les éléments de base pour analyser une exposition au risque (voir la section 3.1) et nous discutons la mesure des indicateurs utilisés et les critères associés pour l'évaluation des conséquences financières (voir la section 3.2). Si l'on décrit les expositions aux pertes avec des variables aléatoires, différents critères sont disponibles pour l'évaluation d'un risque qui a comme objectif de produire une valeur déterministe. À la section 3.5, nous passons en revue et discutons l'évaluation par le critère de l'espérance mathématique pour exposer ensuite le critère de l'utilité espérée qui tient notamment compte de l'aversion au risque. Finalement, allant au-delà de l'étude des pertes moyennes, nous nous intéressons aux pertes extrêmes et terminons le chapitre en présentant le critère de la « valeur à risque » et des critères apparentés. Pour ce faire, nous rappelons des concepts mathématiques sur les variables aléatoires, la théorie des probabilités et l'utilité (voir les sections 3.3 et 3.4).

3.1 Analyse d'une exposition au risque

Fréquence et sévérité Dans le cadre de l'analyse d'une exposition au risque, deux grandeurs entrent en considération. Il s'agit tout d'abord de la fréquence qui mesure la probabilité d'occurrence de l'événement. La fréquence peut s'exprimer comme nombre d'événements par unité de temps. Nous relierons ici la fréquence directement à la mesure de probabilité et considérons qu'il s'agit d'un paramètre compris entre 0 et 1 : la valeur 0 correspond à une chance de zéro pour cent, il y a donc impossibilité que l'événement se réalise ; la valeur 1 se réfère à une chance de cent pour cent, c'est-à-dire à une certitude que l'événement se réalise. Nous considérons la définition suivante :

Définition 3.1 (*Fréquence*)

La fréquence est la probabilité d'occurrence de l'événement défavorable causant une perte.

Dans le modèle le plus simple, la fréquence est un nombre compris entre 0 et 1. Souvent, on exclut les bornes 0 et 1 pour se concentrer sur les situations à risque, c'est-à-dire des situations où l'événement n'est ni impossible (fréquence nulle) ni certain (fréquence une). Notons qu'il existe des modèles plus développés dans lesquels la fréquence est décrite par une variable aléatoire et donc une distribution des probabilités (voir la section 3.3). La fréquence donne une indication sur la vraisemblance d'un événement. Elle peut s'appliquer à des événements passés ou des événements futurs potentiels.

La seconde grandeur s'appelle la sévérité et s'intéresse au montant des pertes potentielles pour un événement défavorable identifié. Il s'agit d'une mesure des conséquences, donc de l'effet, d'un événement qui affecte les objectifs. Pour la sévérité nous retenons :

Définition 3.2 (*Sévérité*)

La sévérité est le montant des pertes en cas de réalisation de l'événement défavorable.

Le plus souvent, on utilise une variable aléatoire qui décrit la sévérité. Ainsi, la sévérité est caractérisée par une distribution ou une loi de probabilité, à savoir l'occurrence de chaque montant de pertes. Dire que la sévérité d'une exposition au risque est élevée correspond à une évaluation de la distribution de cette variable aléatoire. Cela signifie que, en cas de réalisation de l'événement, la probabilité que les pertes soient importantes est élevée, respectivement plus grande que pour une exposition au risque de sévérité légère (voir la section 3.5).

Cartographie d'expositions au risque Les deux grandeurs fréquence et sévérité ne sont pas de même nature et définissent ensemble l'exposition au risque. En effet, pour évaluer le niveau de risque ou l'importance d'un risque, il s'agit

3.1. Analyse d'une exposition au risque

d'évaluer la combinaison fréquence-sévérité. Dire que la fréquence est élevée ne dit rien sur la sévérité. De manière similaire, dire que la sévérité d'une exposition au risque est élevée correspond uniquement à l'évaluation de la distribution des pertes potentielles mais ne tient pas compte de la fréquence de l'événement.

Ainsi, de nombreux événements peuvent être fréquents mais de sévérité plutôt faible, comme, par exemple des petits défauts de fabrication dans une production en masse ou des individus de la population qui attrapent un rhume. À l'inverse, certains événements, comme un accident nucléaire ou la chute d'un avion par exemple, peuvent avoir des conséquences très graves associées à une sévérité très élevée, mais, heureusement, leur probabilité d'occurrence est plutôt limitée, souvent grâce à une gestion des risques renforcée.

En première analyse, une approche classique consiste à classer les expositions au risque selon leur fréquence et leur sévérité dans une matrice ou un graphique comme représenté dans la figure 3.1.

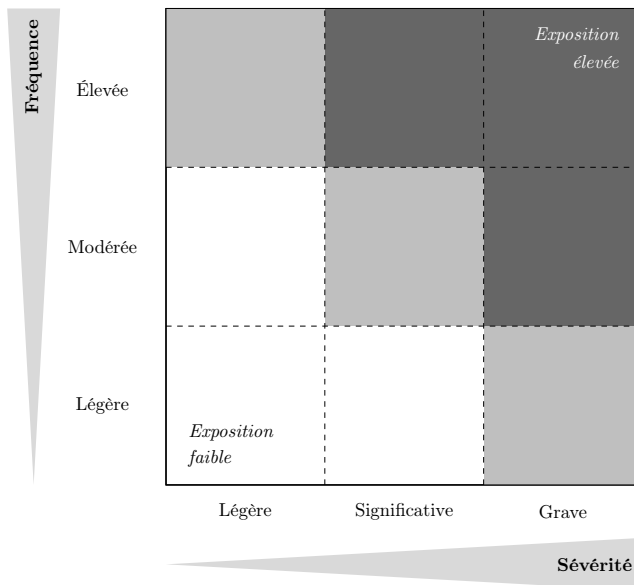


FIGURE 3.1 – Schéma fréquence – sévérité pour une exposition au risque.

Ce graphique se veut un canevas pour positionner des expositions au risque le long des deux dimensions fréquence (axe vertical) et sévérité (axe horizontal). Dans une première approche, nous subdivisons l'axe de la sévérité en trois rubriques que nous appelons « légère », « significative » et « grave ». Nous faisons de même avec l'axe de la fréquence, où nous introduisons les rubriques « légère », « modérée » et « élevée ». Le graphique présente ainsi neuf domaines qui peuvent être utilisés pour regrouper les expositions au risque. Le plus souvent, on représente des zones de couleur correspondant à des niveaux de risque absolus élevé, moyen et faible. Ainsi, dans l'extrémité supérieure en haut à droite du graphique sont situées les expositions

au risque qui sont caractérisées par une fréquence élevée et une sévérité grave. Nous qualifions ces expositions au risque comme « élevées ». En opposition, dans l'extrémité en bas à gauche du graphique, nous retrouvons les risques à sévérité et fréquence légères. Nous qualifions de telles expositions comme « faibles ».

En pratique, les expositions au risque faibles sont acceptables en l'état, mais les expositions au risque élevées sont inacceptables et des actions de gestion et de maîtrise du risque sont nécessaires (voir le chapitre 4). De telles techniques permettent de diminuer le niveau de risque absolu. Ainsi, une exposition au risque qui dans la cartographie des risques bruts (figure 3.1) est qualifiée comme élevée, se retrouve qualifiée comme moyenne ou faible dans une cartographie des risques nets, c'est-à-dire après application des actions de maîtrise du risque. Notons que la caractérisation qu'une exposition au risque est acceptable ou non dépend de l'appétence au risque. Il s'agit du niveau de risque global qu'on est disposé à assumer. Nous caractérisons cet aspect à travers le coefficient d'aversion au risque introduit à la section 3.4.

Dans l'idéal, des mesures de gestion du risque sont mises en place pour tous les risques présents dans la cartographie. Cependant, dans le monde réel et sous contraintes, par exemple sous contraintes économiques et budgétaires, les entités soumises aux risques doivent prioriser les expositions au risque à traiter et faire des choix concernant leur gestion. L'emplacement d'une exposition au risque dans ce tableau montrera quelle importance doit lui être accordée lors de la mise en place du programme de gestion du risque. La réalisation d'une telle matrice se veut pragmatique et, dans un premier temps, elle peut même être réalisée sans des calculs très précis qui quantifient la valeur de la fréquence respectivement la distribution de la sévérité. Un exemple d'un tel travail d'analyse a été présenté dans la figure 1.1, où la position dans la matrice de certains risques à l'échelle mondiale a été effectuée à l'aide d'opinions recueillies par sondage.

Le canevas proposé utilise des termes qualitatifs pour les axes de fréquence et de sévérité. Sans référence à des valeurs chiffrées, la distinction entre les termes utilisés (léger, modéré, etc.) peut, selon le contexte et la culture, laisser un flou et des discussions sur la division. Diverses études ont analysé la compréhension et l'interprétation différenciées de telles échelles. Nous citons, à titre d'exemple, l'étude expérimentale et linguistique de Blum et al. (2019) analysant la correspondance entre la terminologie utilisée pour désigner des probabilités et les valeurs numériques des probabilités dans différents contextes.

Il faut toutefois être conscient qu'il est parfois difficile d'évaluer de manière objective des risques pour lesquels des données ne sont pas disponibles. Il est également discutable ce que veut dire une exposition au risque à fréquence « élevée » ou à sévérité « grave ». À partir de quel niveau de pertes choisissons-nous qu'une sévérité est considérée comme « légère », « significative » ou « grave » ? Pour ce qui est de la fréquence, puisque cette probabilité se situe entre 0% et 100%, certains pourraient être tentés de proposer la répartition suivante : une fréquence « légère » serait située entre 0% et 33%, une fréquence « modérée » se situerait entre 33% et 67% et une fréquence « élevée » entre 67% et 100%. Cependant, cette répartition

ne fait pas de sens. Pouvons-nous vraiment parler de fréquence « légère » pour un risque estimé arriver avec une occurrence de 30% ? C'est pourquoi, dans une première étape, on préfère omettre de quantifier précisément les rubriques. Dans une deuxième étape, un travail approfondi doit être mené pour définir les seuils pertinents pour chacune des dimensions. Parfois, l'horizon temporel de l'étude peut aussi aider à se mettre d'accord sur les délimitations des classes de fréquence (événements mensuels, annuels ou centenaires). Mettre les classes de sévérité en relation avec le chiffre d'affaires ou le bénéfice net de l'entité peut aussi aider. Dans la pratique, nous retrouvons également des matrices fréquence-sévérité avec plus ou moins de sections, l'idée étant que le gestionnaire du risque adapte au mieux le canevas aux besoins de l'entreprise (à titre illustratif, voir l'exemple de la figure 3.2).

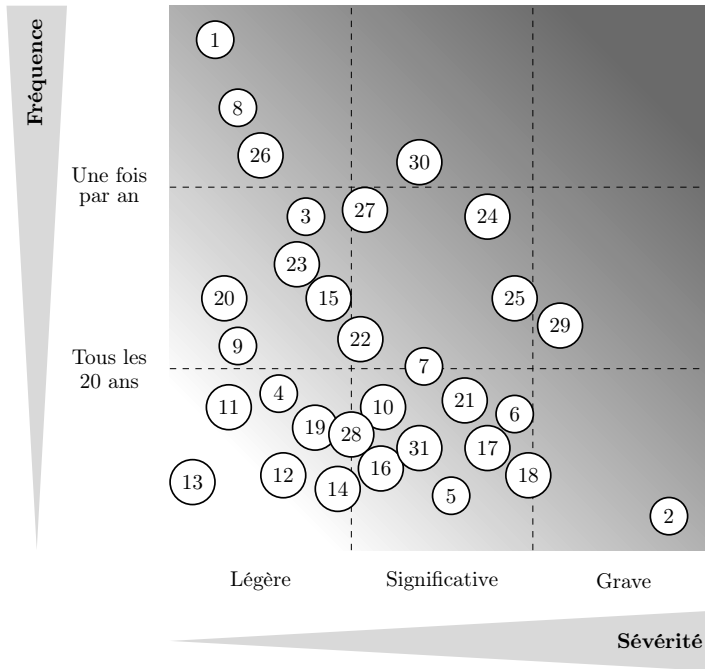
Corrélations entre expositions au risque

L'approche décrite ci-dessus considère chaque exposition au risque séparément et néglige les corrélations entre les différentes expositions. Ces corrélations peuvent exister aussi bien dans le temps pour la même exposition qu'entre diverses expositions au risque. Nous présentons ici quelques exemples.

- *Corrélations dans le temps* : Les catastrophes naturelles comme les tremblements de terre et les inondations sont très souvent suivies d'événements semblables pendant une période donnée. Dire d'une exposition au risque qu'elle est séculaire, donc que sa fréquence est telle qu'un événement se réalise en moyenne une fois tous les cent ans, ne signifie pas que le prochain événement aura lieu dans une centaine d'années et le suivant pas avant 200 ans. L'occurrence de deux événements pendant une période relativement courte n'est pas à exclure, tout particulièrement dans le cas de catastrophes naturelles. Un tremblement de terre par exemple est souvent suivi de plusieurs secousses.
- *Fréquence entre expositions* : Les fréquences entre différentes expositions au risque peuvent être liées. Par exemple, la probabilité objective de l'occurrence d'un accident de travail dans une entreprise du bâtiment peut être observée à partir des statistiques que publient les assureurs ou les organes officiels. Si les mesures de prévention appliquées par une entreprise donnée sont insuffisantes par rapport aux standards d'usage dans le secteur, la fréquence des accidents sera probablement beaucoup plus élevée que celle relevée par les statistiques de l'ensemble de la branche. On peut supposer que l'incapacité d'une entreprise à appliquer des mesures de prévention efficaces aura également des conséquences dans d'autres domaines et que l'exposition globale au risque de l'entreprise sera donc plus importante que généralement admise dans le secteur.

Malgré les imprécisions décrites ci-dessus et l'aspect qualitatif de la démarche, un tel canevas peut aider à mettre en lumière les risques qu'il faut gérer en priorité, à savoir ceux qui se situent dans les zones en haut et à droite du schéma.

Appréciation des risques



Responsabilité civile (RC)

1. RC véhicules à moteur
2. RC produits
3. Tests cliniques
4. RC exploitation
5. Fiduciaire
6. RC environnement
7. Violation de brevets

Personnes

8. Accidents de travail
9. RC patronale
10. RC mandataires sociaux
11. RC employeur
12. Défection de dirigeants clés
13. Vol commis par un employé

Terreur

14. Détérioration volontaire de produits
15. Vol, rapt, attentat, etc.

Dommmages, pertes d'exploitation

16. Incendie, explosion, etc.
17. Catastrophes naturelles
18. Pertes d'exploitation
19. Bris de machine
20. Transport
21. Retrait de produits
22. Perte de données

Risques financiers

23. Risque de crédit
24. Taux de change
25. Investissement dans la recherche
26. Intérêts
27. Publicité négative
28. Fonds de pension

Risques dus aux nouvelles réglementations

29. Rappel prescrit
30. Refus ou retard d'agrément

Risques politiques

31. Risques politiques, conflits

FIGURE 3.2 – Illustration d'une carte des expositions au risque d'une entreprise pharmaceutique (adapté de Swiss Re, 1999).

Exemple d'une carte des risques

En guise d'exemple concret, la figure 3.2 illustre la carte des risques pour une entreprise pharmaceutique. Les risques répertoriés reprennent l'ensemble des principaux risques identifiés lors de l'identification des risques dans l'entreprise (voir la section 4.2). Nous retrouvons d'abord les risques de responsabilité civile (RC) dont le type de valeur exposée fait partie de la catégorie du patrimoine (voir la section 2.7). Il s'agit des risques de RC liés aux véhicules à moteur (1), aux produits (2), aux tests cliniques (3), à l'exploitation (4), au rôle fiduciaire (5), à l'environnement (6) et à la violation de brevets (7). Ensuite, les risques de personnes sont ceux se référant aux pertes liées aux actes commis par des personnes physiques. Nous considérons les accidents de travail (8), la RC patronale (9), la RC mandataires sociaux (10), la RC d'employeur (11), la défection de dirigeants clés (12) et le vol commis par un employé (13). Apparaissent ensuite les risques appartenant aux catégories terreur, dommages et pertes d'exploitation. La détérioration volontaire de produits (14) ainsi que les actes illicites comme un vol, un rapt, ou un attentat (15) y sont répertoriés. Ensuite, nous trouvons les risques d'incendie et d'explosion (16), de catastrophes naturelles (17), de pertes d'exploitation (18), de bris de machine (19), de transport (20), de retrait de produits (21) et de perte de données (22). Suivent alors les risques financiers tels que le risque de crédit (23), des taux de change (24), de l'investissement dans la recherche (25), des intérêts (26), de la publicité négative (27) et des fonds de pension (28). Nous identifions aussi les risques dus aux nouvelles réglementations et plus particulièrement aux autorisations de mise sur marché d'un médicament par les offices de contrôle dans chaque pays. Nous citons ici les risques de rappel prescrit (29) ainsi que le refus ou retard d'agrément (30). Finalement, nous avons les risques politiques et les conflits (31). Cette liste ne se veut pas exhaustive, mais elle illustre la multitude d'expositions au risque qui sont à considérer en pratique.

Le graphique donne une idée de l'importance des expositions liées à chacun des risques précités. Sur l'axe vertical est indiquée la fréquence d'occurrence dans trois catégories délimitées par les probabilités de « une fois par an » et « tous les 20 ans ». Ces valeurs correspondent à une réalisation d'un événement défavorable en moyenne d'une fois par année respectivement d'une fois par période de 20 ans. L'axe horizontal indique la sévérité qui peut en l'occurrence être exprimée en pour cent du bénéfice annuel.

Parmi les expositions au risque, nous constatons que les risques (29) et (30), tout comme les risques (24) et (25) se trouvent dans le domaine des expositions les plus élevées. Les risques liés aux autorisations de médicaments sur les différents marchés sont en effet très importants parce que tout retard, extinction, révocation ou suspension d'autorisation a des répercussions directes sur le bénéfice. Pour une entreprise internationale, les taux de change (24)

amènent souvent un risque de volatilité. Concernant les investissements dans la recherche (25), nous relevons qu'une compagnie pharmaceutique lance des programmes de recherche coûteux pour développer de nouveaux médicaments sans, au préalable, être sûre du retour sur investissement. En effet, de nombreux produits thérapeutiques ne passent pas les tests cliniques et donc ne reçoivent pas l'autorisation de vente, auquel cas une partie des investissements est perdue.

Finalement, considérons encore les expositions au risque (1) et (2). La RC véhicules à moteur est une exposition qui est très fréquente, faute au nombre d'accidents de véhicules, mais qui n'engendre, à l'échelle du bénéfice de l'entreprise, que des pertes de sévérité légère. En effet, la RC véhicules à moteur est couverte par une assurance obligatoire et l'entreprise supporte essentiellement les coûts liés à la franchise prévue dans de tels contrats (voir les techniques de financement du risque que nous étudions à la section 4.3). Quant à la RC produits liée aux médicaments, elle peut engendrer des frais énormes et mettre en difficulté l'existence de l'entreprise en cas d'inefficacité, de problèmes de qualité ou d'effets secondaires par exemple. La sévérité est grave, mais, heureusement, grâce à des tests cliniques poussés et à un contrôle qualité important, la fréquence peut être limitée.

Probabilité objective et probabilité subjective Pour indiquer la « chance de pertes » dans une exposition au risque, nous sommes amenés à évaluer la probabilité qu'un événement défavorable survienne. En présence d'une même incertitude, nous distinguons deux types de probabilité, la probabilité objective et la probabilité subjective.

Définition 3.3 (*Probabilité objective*)

La probabilité objective désigne la fréquence relative à long terme de la réalisation d'un événement, basée sur l'hypothèse d'un nombre infini d'observations indépendantes obtenues dans des conditions identiques.

La définition de la probabilité objective fait référence à des observations à « long terme », d'un « nombre infini d'observations », d'événements « indépendants » dans des « conditions identiques ». Les conditions de cette définition sont difficilement réalisables dans la vie réelle. En pratique, on considère qu'une probabilité est objective si des statistiques sur un (très) grand nombre (\neq infini) d'événements sur plusieurs années (combien d'années correspondent au long terme?) sont disponibles. C'est le cas par exemple des observations de la prévalence de certaines maladies ou des accidents de la circulation routière (voir la section 1.3), où des statistiques sur plusieurs décennies permettent de chiffrer assez correctement le nombre d'événements et donc la probabilité d'occurrence. Néanmoins, même si les observations sont (plutôt) indépendantes, souvent les conditions ne sont que (très) approximativement identiques. Par exemple, des accidents de véhicules à moteur peuvent s'être déroulés dans des conditions assez similaires, sur un même

type de route, à la même heure de la journée, en présence de conditions météorologiques similaires, mais à travers les années l'équipement de sécurité dans les véhicules a sensiblement changé ce qui peut biaiser l'évaluation. Malgré ces questions pratiques, la probabilité objective se distingue clairement de la probabilité subjective.

Définition 3.4 (*Probabilité subjective*)

La probabilité subjective est une estimation personnelle des chances de pertes.

La probabilité subjective se réfère à une estimation de la fréquence que chaque individu fait lui-même avec sa propre perception et informations de la situation. Comme nous le discutons ci-dessous à la lumière de la figure 3.3, les probabilités subjectives et objectives peuvent être très différentes. Le plus souvent, les proba-

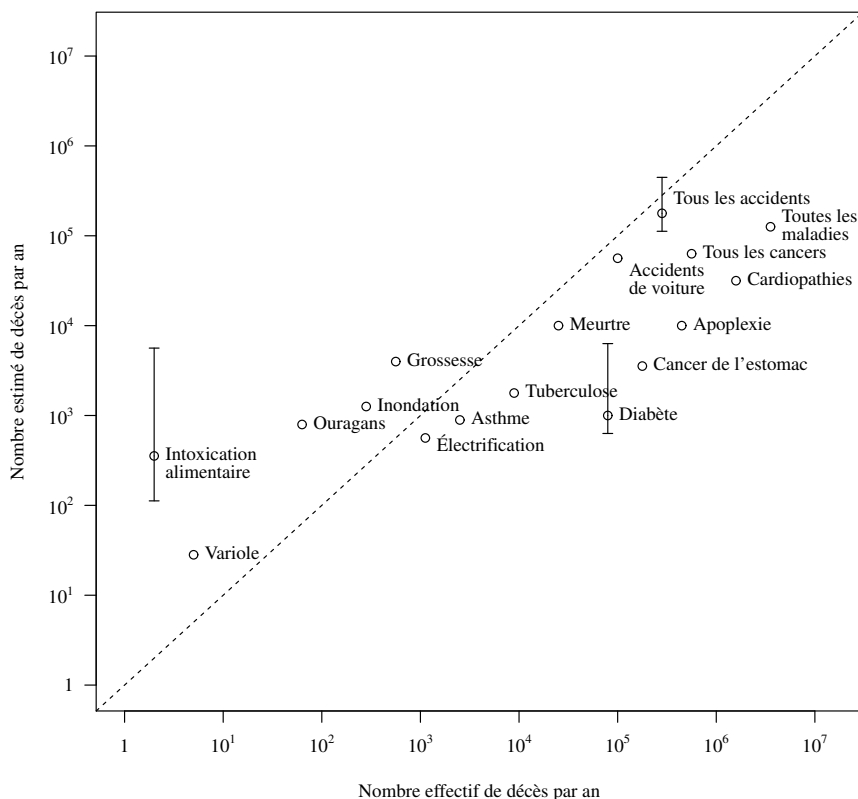


FIGURE 3.3 – Perception subjective du risque de décès par causes (adapté de Zweifel et Eisen, 2012, paragraphe 2.2.1, figure 2.4).

bilités de réalisation plus faibles sont surestimées, contrairement aux probabilités de réalisation élevées qui, elles, sont sous-estimées.

Dans le graphique de la figure 3.3, nous comparons la perception subjective du nombre de décès par année de différentes expositions au risque avec l'occurrence effective de décès (Zweifel et Eisen, 2012). Pour différentes causes de décès, le graphique indique le nombre effectif de décès par an aux États-Unis (axe horizontal) et le nombre estimé de victimes (axe vertical). Les estimations sont issues d'un sondage dans lequel les participants ont indiqué leur estimation personnelle. Afin de bien pouvoir distinguer les valeurs liées aux différents risques, les deux axes sont en échelle logarithmique, c'est-à-dire gradués en puissances de dix : d'une graduation à la suivante la valeur est multipliée par 10. La ligne diagonale à 45 degrés indique les estimations parfaites. En effet, pour les points situés sur ou proche de cette ligne, la moyenne des estimations subjectives est plutôt précise et proche de la valeur effective. C'est le cas par exemple pour les décès liés aux accidents et aux accidents de voiture. Nous observons que l'écart-type entre les estimations personnelles est relativement faible. Ce dernier est illustré à travers les intervalles de confiance indiqués pour quelques points.

Les points situés au-dessus de la diagonale indiquent que ces causes de décès sont surestimées, tandis que ceux en-dessous de la diagonale correspondent à une sous-estimation de la fréquence. Par exemple, pour le risque de décès par intoxication alimentaire, nous observons une erreur de jugement dépassant de plus de deux ordres de grandeur, donc d'un facteur 100 (deux puissances de dix), l'occurrence réelle. Nous constatons que les risques qui induisent le moins de décès sont en général surestimés avec un écart-type important (un intervalle de confiance plus grand) entre les estimations des différents individus. En contrepartie, le risque de décès dû au diabète ou au cancer de l'estomac est largement sous-estimé. Pour ces risques plus « communs » avec un plus grand nombre de décès annuels, les estimations subjectives sont des sous-estimations.

3.2 Évaluation des conséquences

Dans cette partie, nous discutons différentes manières pour mesurer une exposition au risque. Il s'agit tout d'abord de savoir comment évaluer la fréquence et la sévérité en pratique. L'objectif suivant est de chercher un critère qui permet d'évaluer des risques en y associant des valeurs financières et d'utilité. Pour cela, nous introduisons l'idée du principe d'évaluation du risque en utilisant une variable aléatoire décrivant les pertes potentielles.

Mesure du risque en termes de fréquence et de sévérité L'impact en termes de pertes que peut avoir une exposition au risque, par exemple pour une entreprise sur la capacité à atteindre ses objectifs, va déterminer les techniques de gestion du risque à appliquer. Il est donc essentiel de pouvoir mesurer ou estimer cet impact et d'y inclure non seulement les pertes directes, mais également les pertes indirectes (voir la section 2.7). L'évaluation de la fréquence et de la sévérité

des risques peut être faite de manière qualitative et quantitative. La gestion qualitative des risques se base sur des méthodes d'évaluations subjectives qui sont parfois la seule alternative lorsqu'aucune donnée n'est disponible. Inversement, la gestion quantitative des risques se base sur des méthodes statistiques telles que la modélisation stochastique, la projection ou encore la simulation. Pour la modélisation stochastique du risque, il s'agit notamment de déterminer les distributions de sévérité et de fréquence du risque considéré. Une présentation plus détaillée du « quantitative risk management » peut être trouvée par exemple dans McNeil et al. (2015).

La mesure du risque, « risk measurement » en anglais, et en particulier la modélisation de la sévérité d'un événement, a recours à des modèles de la théorie des probabilités. Ainsi, pour décrire la vraisemblance d'occurrence de l'événement défavorable ou le montant des pertes potentielles, on utilise des distributions de probabilité d'une variable aléatoire (voir la section 3.3). Il s'agit ensuite, dans les modèles les plus simples, d'évaluer la probabilité d'occurrence moyenne ou l'espérance mathématique des pertes potentielles à partir de statistiques. La modélisation peut également se faire à travers des distributions de probabilité, subjectives ou objectives. En principe, seuls des risques purement aléatoires, comme le risque qu'un joueur perde à un jeu de dés, sont modélisés de cette manière.

Dans le cas d'un risque pur, introduit dans la définition 2.4 à la section 2.4, les pertes peuvent être décrites par une variable aléatoire positive et le graphique de densité informe sur la probabilité liée à chaque valeur de la sévérité. Le graphique (a) de la figure 3.4 représente une telle densité de probabilité associée à un risque pur. Nous notons que souvent des petites pertes sont plus probables que des très grandes pertes comme illustré dans le graphique. Dans le cas d'un risque spéculatif, la variable aléatoire peut prendre des valeurs positives ou négatives, une convention de signe permet de distinguer les pertes et les gains par rapport

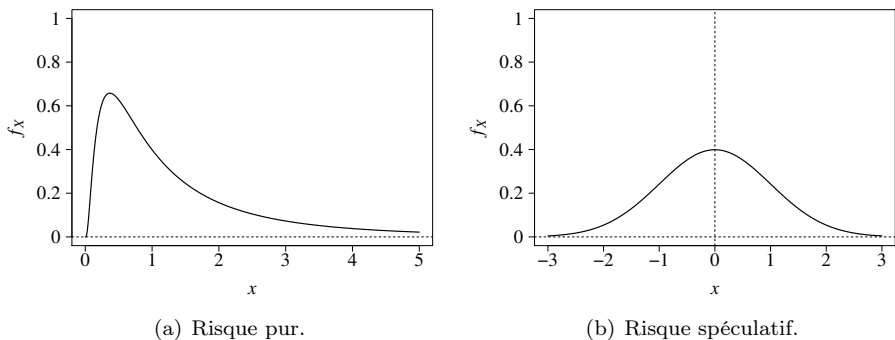


FIGURE 3.4 – Illustration des densités de probabilité pour la sévérité d'un risque pur respectivement d'un risque spéculatif.

au résultat attendu. La sévérité de 0, donc d'une perte nulle, est associée à la situation où il n'y a pas de déviation défavorable par rapport au résultat attendu. Le cas d'un risque spéculatif est illustré par la figure 3.4(b).

Évaluer les pertes potentielles revient à évaluer des variables aléatoires. Dans ce contexte, de multiples outils techniques et mathématiques sont à disposition pour fournir des estimations. Néanmoins, il faut correctement appliquer ces dernières, veiller à des interprétations adéquates et tirer les bonnes conclusions. En effet, des possibilités d'erreurs apparaissent dans le choix du modèle ou encore dans l'estimation des paramètres. L'évaluation d'une exposition au risque fait face aux multiples défis de la modélisation, dont, notamment, les erreurs liées à l'aléatoire, les erreurs de diagnostic et les erreurs de prédiction.

Défis dans la modélisation d'une exposition au risque

- *Erreur liée à l'aléatoire* : Une erreur liée au caractère aléatoire de l'événement sous étude existe même en pleine connaissance des véritables caractéristiques de l'aléa. C'est le hasard ou la nature non déterministe du risque qui rend impossible de prédire le résultat d'une exposition au risque dans une période donnée. La théorie des probabilités est l'outil qui nous permet d'appréhender les dimensions de ce problème et de réduire en quelque sorte l'incertitude qui subsiste par rapport au futur.
- *Erreur de diagnostic* : Ce type d'erreur est lié à une mauvaise spécification du modèle. La modélisation est utilisée pour déduire des caractéristiques générales à partir d'un échantillon, souvent limité, d'observations. Ainsi la question clé est : Est-ce que le modèle choisi décrit suffisamment bien l'ensemble des données et est-il adapté pour répondre à la question de l'étude ? Ici, le concept d'inférence statistique est l'outil de contrôle qui peut donner des informations sur la probabilité d'erreur.
- *Erreur de prédiction* : Ce problème est lié à l'étalonnage, au calibrage ou au paramétrage du modèle. En effet, pour appliquer un modèle il faut le « configurer » en définissant la valeur des différents paramètres qui y apparaissent. Souvent, on utilise des données historiques pour estimer la valeur de ces paramètres. Or, il n'est pas certain que ces estimations faites à partir de données historiques restent valables dans le futur, surtout dans des domaines non stationnaires qui changent rapidement. Le domaine des cyber-risques en est un exemple, où notamment les techniques de cyberattaques diffèrent d'année en année, voir la section 4.7. Pour modérer cette erreur, différentes prévisions ou scénarios peuvent être utilisés.

Une technique souvent utilisée consiste à définir des scénarios possibles, – par exemple, le scénario le plus réaliste, un scénario favorable, défavorable ou catastrophique, – et à évaluer les pertes potentielles futures qui pourraient découler sous les hypothèses de chacun de ces scénarios. L'idée à la base de cette approche est que dans chaque scénario un autre paramétrage des modèles est utilisé. Deux

méthodes, projections ou simulations, sont à disposition. Dans le contexte de la méthode déterministe de projections, le gestionnaire des risques calcule le montant des pertes futures attendues pour chaque scénario donné. Il utilise des statistiques et données historiques disponibles et projette ces valeurs dans le futur en utilisant un certain nombre d'hypothèses. Le résultat est une valeur qui représente les pertes potentielles estimées dans le scénario considéré.

En recourant à la méthode stochastique des simulations, des informations plus riches peuvent être dérivées. En effet, au lieu de travailler sous un nombre limité d'hypothèses avec à chaque fois des valeurs déterminées pour les paramètres pertinents du scénario, le gestionnaire des risques génère chaque paramètre à l'aide d'une variable aléatoire en définissant sa distribution. Ensuite, à l'aide d'un générateur de nombres aléatoires, des réalisations pour tous les paramètres intervenant dans le scénario sont produites. Une telle simulation est typiquement répétée un grand nombre (des milliers) de fois, ce qui permet de générer une valeur pour les pertes potentielles sous de multiples paramétrages. Le résultat est une distribution de toutes les valeurs de pertes qui ont été estimées. En principe, ceci permet ensuite d'estimer de manière complète la distribution, l'espérance mathématique et l'écart-type des pertes potentielles.

Estimation et modélisation du risque

Ce qui différencie la mesure des risques dans le contexte d'une entreprise de l'analyse des risques des marchés financiers par exemple, est que dans les produits financiers liquides qui sont négociés, la juste valeur correspond au prix réel du marché. Le marché propose notamment des rendements plus élevés pour des investissements plus risqués et donne ainsi une indication sur les risques pris avec un investissement donné. La mesure des risques peut être interprétée comme la fixation du juste prix pour un risque. Pour des risques qui sont couverts par des assurances, c'est la compagnie d'assurances qui évalue le risque et fixe le prix, en l'occurrence la prime, pour couvrir un risque donné. Or, quand le risque n'est pas transféré à un assureur tout comme lorsqu'un produit financier n'est pas négocié, la valeur ou le prix doit être fixé à l'aide d'un modèle mathématique.

Dans le cadre d'une entreprise, on a souvent à faire à de multiples expositions au risque. Si la modélisation d'un risque d'une seule série chronologique, c'est-à-dire d'une variable sur une seule séquence de points d'observations, est relativement simple, il est plus difficile de faire une agrégation des risques. Si plus de trois ou quatre modèles univariés doivent être combinés, les calculs deviennent lourds et les risques d'erreurs de diagnostic et de prédiction augmentent. Il est souvent difficile de prévoir les situations réelles. Une illustration est la précipitation de la crise financière qui prenait ses débuts en 2007 : avant le krach, les marchés internationaux évoluaient de manière relativement indépendante, et ensuite, soudainement, ils ont tous agi ensemble de la même

manière (Rockinger, 2012). Les bons outils analytiques doivent être combinés avec une perspective large sur l'environnement des risques pour mitiger ces défis.

Un autre problème est la manière dont nous déterminons le risque. La « valeur à risque » (voir la définition 3.27 à la section 3.5) est la mesure privilégiée aujourd'hui, mais elle n'est pas très bonne. Elle indique la perte minimale à laquelle on peut s'attendre sur une certaine période pour une probabilité donnée, mais elle n'évalue pas les dangers d'un ensemble de risques combinés. Une meilleure mesure, mais moins populaire, est la valeur à risque conditionnelle ou déficit prévu, c'est-à-dire la perte moyenne subie si les choses vont effectivement mal (voir la définition 3.29).

Critères d'évaluation des risques Pour mener à bien une évaluation des risques, à savoir la « risk valuation », le premier objectif est de définir un critère permettant d'évaluer les pertes potentielles résultant d'une exposition au risque et de comparer l'impact de différentes techniques de gestion du risque sur cette exposition au risque et les pertes potentielles. En effet, après une première évaluation d'une exposition au risque, le point crucial réside dans la sélection de techniques adéquates et les plus efficaces pour une exposition donnée (voir la section 4.4). Trois évaluations sont nécessaires pour comparer différentes techniques de gestion :

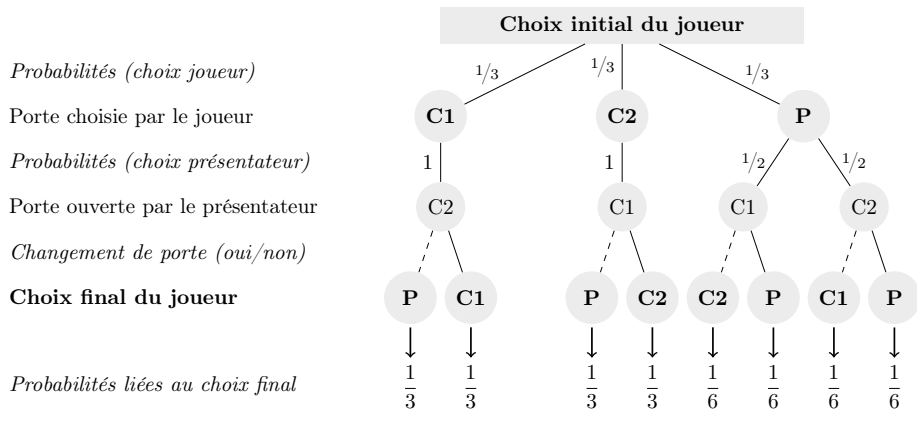
- l'évaluation de la fréquence et de la sévérité des pertes potentielles,
- l'évaluation de l'impact de différentes techniques de gestion du risque sur la fréquence, la sévérité et la prévisibilité des pertes potentielles,
- l'évaluation des coûts engendrés par l'application des différentes techniques de gestion du risque.

L'évaluation d'une exposition au risque nécessite la transformation des risques en valeurs, notamment financières ou d'utilité. Pour effectuer une telle transformation, nous devons disposer de critères d'évaluation et de principes permettant de mesurer un risque et de le comparer avec un autre risque. Ceci amène donc une discussion de différents critères qui peuvent être appliqués. Notons que l'évaluation n'est pas toujours facile, plusieurs critères sont disponibles (voir la section 3.5) et, en particulier, la mise en oeuvre nécessite des connaissances de modélisation et de mathématiques. Par exemple, le concept des probabilités conditionnelles est souvent mal compris en pratique. Afin d'illustrer cette problématique, nous faisons référence au fameux problème de Monty Hall (voir ci-dessous).

Problème de Monty Hall

Le problème de Monty Hall est un casse-tête probabiliste inspiré du jeu télévisé américain « Let's make a deal ». Le jeu oppose le présentateur à un candidat, le joueur. Ce dernier est placé devant trois portes fermées. Derrière l'une

3.2. Évaluation des conséquences



	Lot principal (P)	1 ^{er} lot de consolation (C1)	2 ^e lot de consolation (C2)
Le joueur change son choix (traits tillés)	$\mathbb{P}(P) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$	$\mathbb{P}(C1) = \frac{1}{6}$	$\mathbb{P}(C2) = \frac{1}{6}$
Le joueur ne change pas son choix (traits pleins)	$\mathbb{P}(P) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$	$\mathbb{P}(C1) = \frac{1}{3}$	$\mathbb{P}(C2) = \frac{1}{3}$

FIGURE 3.5 – Illustration de l’arbre de probabilité du problème de Monty Hall.

d’elles se trouve le lot principal (une voiture dans le jeu original) et derrière chacune des deux autres portes se cache un prix de consolation (une chèvre). Le candidat commence par désigner une des portes. Le présentateur ouvre alors une porte qui n’est ni celle choisie par le joueur, ni celle cachant le gain principal. Dès lors, le candidat a le droit d’ouvrir la porte choisie initialement ou bien d’ouvrir la troisième porte.

La question qui se pose pour le joueur est : que doit-il faire pour avoir les meilleures chances d’obtenir le lot principal? Faut-il ouvrir la porte désignée initialement ou changer de porte, c’est-à-dire ouvrir la troisième porte? Le problème est simple dans son énoncé, mais non intuitif dans sa résolution. En effet, l’énoncé renvoie à un problème de probabilité conditionnelle (le présentateur ouvre une porte) et nous proposons une résolution à l’aide d’un arbre de probabilité, un outil typique de la théorie de la décision.

L’arbre de probabilité du problème de Monty Hall est représenté graphiquement dans la figure 3.5. Nous utilisons la notation « P » pour identifier la porte cachant le lot principal et les notations « C1 » respectivement « C2 » pour indiquer la porte qui cache le premier et le deuxième prix de consolation. Au premier niveau de l’arbre, nous retrouvons les probabilités initiales qu’a le

joueur pour chaque porte : étant donné qu'il y a trois portes et que le joueur en choisit une, la probabilité initiale pour chaque lot est de $1/3$.

Le second niveau de l'arbre indique le moment où le présentateur ouvre une porte qui ne contient pas le lot principal et qui ne correspond pas à celle que le joueur a choisi. Ainsi, si, lors de la première étape, le candidat a choisi la porte C1, le présentateur ouvrira forcément la porte C2 avec une probabilité de 1, donc de 100%, puisque l'autre porte cache le lot principal. En suivant la même logique, si le joueur a choisi la porte C2, le présentateur ouvre avec probabilité 1 la porte C1. Dans le cas où le joueur a choisi la porte qui cache le gain principal, le présentateur ouvre indifféremment l'une des deux portes restantes, à savoir C1 ou C2, avec probabilité $1/2$.

Le troisième niveau de l'arbre indique la dernière étape, c'est-à-dire lorsque le joueur a le choix de changer ou non de porte. Dans la première branche depuis la gauche de l'arbre, le candidat choisit de changer de porte (traits tillés) et se retrouve avec la porte qui cache P. Dans la deuxième branche, en ne changeant pas de porte, il se retrouve avec C1, et ainsi de suite. Maintenant pour chaque embranchement, nous indiquons la probabilité de l'issue. Pour les premières branches, la multiplication des probabilités liées aux embranchements donne à chaque fois $1/3$. Pour les quatre dernières branches on trouve $1/6$.

Finalement, nous nous intéressons à la probabilité totale de gagner le lot principal P en fonction de si le joueur change ou ne change pas son choix à la dernière étape. En sommant les probabilités liées à l'issue P avec changement (traits tillés) nous trouvons que $\mathbb{P}(P) = 1/3 + 1/3 = 2/3$, tandis que la somme des probabilités pour les branches sans changement (traits pleins) aboutissant à P donne $\mathbb{P}(P) = 1/6 + 1/6 = 1/3$. Si le candidat choisit donc de ne pas changer de porte, alors la situation ne change pas pour lui et il garde la probabilité initiale de $1/3$ pour obtenir le grand lot. Par contre, si le candidat change de porte, il a désormais une probabilité de $2/3$ d'avoir le gain principal. Ceci s'explique par le fait qu'en changeant de porte, c'est comme si au départ le candidat avait pu choisir deux portes, ou qu'à la seconde étape, le présentateur avait filtré une « mauvaise » porte parmi ces deux portes. En d'autres mots, la deuxième étape du jeu, celle où le présentateur élimine une porte, apporte une information importante au candidat et change la donne. Cette idée d'une information apportée introduit le concept de probabilité conditionnelle, c'est-à-dire d'une probabilité qui change étant donné une nouvelle information. Nous révisons à la section 3.3 les concepts importants de la théorie des probabilités.

Modélisation des pertes par la variable aléatoire S Pour l'évaluation du risque, un élément fondamental est la modélisation des pertes potentielles. Nous décrivons ces pertes à l'aide d'une variable aléatoire que nous appelons S . On

dit que S est une variable aléatoire représentant les pertes potentielles associées à une exposition au risque. Dans ce contexte, nous considérons la totalité des pertes potentielles et nous utilisons la valeur actuelle de tous les paiements futurs résultant de l'événement accidentel. Nous pouvons représenter les conséquences financières d'une exposition au risque pendant une période donnée par une famille de variables aléatoires. Ces variables concernent les moments dans le temps et les montants futurs suivants :

- T_0 le temps futur aléatoire d'occurrence de l'événement accidentel,
- T_1, T_2, \dots les temps futurs aléatoires auxquels des paiements seront effectués,
- S_1, S_2, \dots les montants de chacun de ces paiements aux temps T_1, T_2, \dots

Si nous considérons comme période d'exposition une année entière, le temps d'observation t sera compris entre 0 et 1. Deux cas de figure peuvent se présenter : soit nous observons la réalisation de l'événement défavorable durant la période d'observation, soit nous ne l'observons pas.

- Si l'événement accidentel se réalise durant la période (l'année) considérée, c'est-à-dire si la réalisation de T_0 , notée t_0 , vérifie $t_0 \leq 1$, l'événement sera considéré et la variable aléatoire S est égale à la valeur actuelle de tous les paiements futurs s_1, s_2, \dots , réalisations des variables aléatoires S_1, S_2, \dots , aux temps t_1, t_2, \dots , réalisations des variables aléatoires T_1, T_2, \dots . Ces paiements pourront avoir lieu durant la période considérée ou bien plus tard.
- Dans le cas contraire, si l'événement accidentel ne se réalise pas durant cette période, c'est-à-dire si $t_0 > 1$, alors on a $S = 0$. On comptabilise une perte nulle car l'événement ne s'est pas réalisé durant la période d'observation.

L'illustration de la figure 3.6 présente un exemple dans lequel l'événement accidentel a lieu à un temps t_0 dans l'intervalle $[0; 1]$. Trois paiements entrent en considération : les paiements s_1 et s_2 qui sont à faire durant la période, donc avant la fin de l'année aux temps $t_1, t_2 \leq 1$, et un troisième paiement s_3 qui est requis plus tard ($t_3 > 1$). La variable aléatoire S représentant le total des pertes associées à cette exposition au risque correspond à la somme des valeurs actuelles des paiements s_1, s_2 et s_3 .

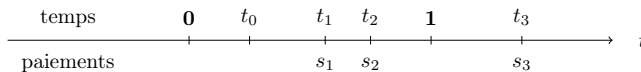


FIGURE 3.6 – Illustration des pertes liées à une exposition au risque.

Concept d'un principe d'évaluation du risque L'objectif est dès lors de définir un critère permettant d'évaluer cette variable aléatoire et de pouvoir la comparer à d'autres variables aléatoires. À la section 3.5 (définition 3.24), nous

définissons qu'un principe d'évaluation du risque ou principe de mesure d'un risque consiste à associer à chaque variable aléatoire S une valeur déterministe $\Pi(S)$. Plusieurs critères, c'est-à-dire différentes applications Π , sont possibles. Par exemple, le principe d'équivalence ou de l'espérance mathématique utilise comme fonction Π l'espérance mathématique. D'autres principes sont liés à l'utilité espérée ou encore la valeur à risque (voir la section 3.5).

L'application d'une technique de gestion du risque aura comme conséquence de transformer la variable aléatoire S en une nouvelle variable aléatoire. Deux types de questions fondamentales en relation avec cette perte potentielle S se posent et sont évaluées avant et après l'application d'une technique de gestion du risque :

- Quelle est la valeur déterministe qu'il faut attribuer à la variable aléatoire S ? C'est « l'étiquette de prix » ou le problème de la tarification du risque.
- Avec quelle « perte maximale » doit-on compter ? Ou encore : de quel capital faut-il disposer pour survivre à l'événement défavorable, c'est-à-dire à la perte potentielle S ? C'est la problématique de la solvabilité.

Ces questions nous guident pour introduire divers concepts et considérer différentes manières pour évaluer les pertes potentielles. Aux sections 3.3 et 3.4, nous introduisons la théorie sur les variables aléatoires respectivement le concept d'utilité. Nous détaillons ensuite différents principes d'évaluation du risque à la section 3.5.

Remarques avant d'aller plus loin

- *Terminologie risque vs. perte* : Dans certains ouvrages, on identifie la variable aléatoire à l'exposition au risque même et on parle du « risque S ». Nous utilisons le terme « perte S » correspondant à l'exposition au risque.
- *Valeurs prises par S* : Dans le cas d'un risque pur, la variable S est une variable aléatoire positive ou nulle. En principe, on peut également introduire une variable aléatoire pour une exposition à un risque spéculatif. La différence réside dans le domaine des valeurs que peut prendre la perte S : les valeurs positives sont typiquement associées à une perte effective, les valeurs négatives sont interprétées comme un gain (voir la figure 3.4).
- *Durée des pertes* : Dans certains cas, la durée pendant laquelle des paiements futurs devront être effectués peut dépasser la durée de l'exposition au risque. Par exemple, dans le cas d'une exposition au risque de responsabilité civile sur l'année en cours, un accident entraînant l'invalidité d'une personne imposera le paiement d'une rente pendant la durée de vie entière de la victime. Cet horizon temporel dépasse la période considérée pour l'exposition au risque.
- *Types d'exposition* : Selon le type de l'exposition au risque, un ou plusieurs événements accidentels peuvent se produire pendant la période sous

considération. Pour le risque de décès d'une personne par exemple, l'événement est unique. Néanmoins, dans la plupart des cas, plusieurs événements sont possibles. Par exemple, le risque d'accident d'un véhicule dans la flotte d'une entreprise ou encore le risque de décès d'un collaborateur dans une grande entreprise sont des événements qui peuvent se réaliser plusieurs fois durant une période considérée. La variable aléatoire S représente alors la somme des valeurs actuelles de toutes les pertes liées aux événements accidentels qui se réalisent pendant la période d'exposition.

- « *Volume* » de l'exposition : Lorsque plusieurs événements accidentels peuvent se réaliser, il est souvent possible de définir une grandeur représentant le volume de l'exposition au risque. Pour reprendre les exemples précédents, le nombre de véhicules ou de collaborateurs peut exprimer le volume de l'exposition au risque. Dans de tels cas, la fréquence de l'exposition au risque peut être exprimée par unité de volume, c'est-à-dire la probabilité qu'un véhicule ait un accident ou la probabilité qu'un collaborateur décède pendant la période d'exposition.

3.3 Variables aléatoires et théorie des probabilités

À la section 3.2, nous avons vu que pour évaluer une exposition au risque, les pertes potentielles sont décrites par une variable aléatoire, disons X . Évaluer une exposition au risque reviendra donc à étudier cette variable aléatoire, c'est-à-dire ses propriétés mathématiques ou encore les réalisations possibles. Dans ce qui suit, nous reprenons quelques définitions et outils de mathématiques des domaines de la théorie des probabilités et de la statistique.

Variable aléatoire Une variable aléatoire X est une variable pouvant prendre diverses valeurs x dans un intervalle défini. Ces valeurs sont appelées réalisations de la variable aléatoire et sont des nombres réels. Elles dépendent de l'événement réalisé ω et nous désignons par Ω l'univers de tous les événements réalisables. Ici, nous n'entrons pas dans les détails formels de la construction de l'espace de probabilité et de la mesure de probabilité \mathbb{P} . Notons cependant que l'information disponible à un instant donné joue un rôle clé dans l'analyse du risque dans un cadre dynamique.

Nous formalisons à présent le modèle de base de l'évaluation des risques et nous distinguons formellement deux cas : le cas où cette variable aléatoire X est discrète et le cas où X est continue. S'il s'agit d'une variable aléatoire discrète, l'ensemble des valeurs que la variable peut prendre est fini et dénombrable, c'est un sous-ensemble discret des nombres réels. Si par contre la variable aléatoire est continue, cette variable peut prendre une valeur numérique réelle quelconque dans un intervalle ou dans une famille d'intervalles donnés. Nous retenons la définition suivante :

Définition 3.5 (Variable aléatoire)

Une **variable aléatoire** X est une application de l'ensemble des éventualités Ω vers \mathbb{R} , qui à chaque éventualité ω associe un nombre réel x ,

$$X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$$

$$\omega \mapsto x = X(\omega).$$

L'ensemble des valeurs possibles x s'appelle le support de X et est noté \mathcal{X} .

Par convention, nous utilisons des majuscules pour noter les variables aléatoires (par exemple, X , Y , S et N). Les réalisations sont notées avec des minuscules. Ainsi $(X = x)$ représente l'événement pour lequel la réalisation de la variable aléatoire X est le nombre x , et $\mathbb{P}(X = x)$ désigne la probabilité de cet événement, donc la probabilité que la variable aléatoire X prenne la valeur x .

Fonction de répartition Lorsqu'on s'intéresse à l'analyse d'une variable aléatoire, et dans notre cas précis à une perte potentielle, il est important de déterminer comment cette variable est distribuée. Dans ce contexte, la fonction de répartition d'une perte permet de déterminer la probabilité qu'une perte soit égale ou inférieure à un certain montant. Formellement, nous la définissons comme suit :

Définition 3.6 (Fonction de répartition)

La **fonction de répartition** F_X d'une variable aléatoire X est définie comme

$$F_X(x) = \mathbb{P}(X \leq x), \forall x \in \mathbb{R}.$$

Nous interprétons l'expression $F_X(x)$ comme la probabilité que la variable aléatoire X prenne une valeur inférieure ou égale à x . Cette fonction de répartition satisfait trois conditions :

- (a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} F_X(x) = 0$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} F_X(x) = 1$,
- (b) F_X est une fonction croissante,
- (c) F_X est continue à droite.

Il découle des deux premières conditions que les valeurs $F_X(x)$ sont comprises entre 0 et 1, c'est-à-dire :

$$0 \leq F_X(x) \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Partant de la définition, nous avons, $\forall a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$, l'identité :

$$\mathbb{P}(a < X \leq b) = \mathbb{P}(X \leq b) - \mathbb{P}(X \leq a) = F_X(b) - F_X(a).$$

Plus loin, nous verrons graphiquement quelle forme prend la fonction de répartition pour une sélection des lois de probabilité les plus couramment utilisées.

Variable aléatoire continue et discrète Dans la suite, nous distinguons les variables aléatoires continues et discrètes :

Définition 3.7 (*Variable aléatoire continue et discrète*)

Une variable aléatoire X est **continue** si sa fonction de répartition F_X est une fonction continue ; X prend alors un nombre infini de valeurs. En contrepartie, une variable aléatoire **discrète** prend un nombre fini de valeurs et sa fonction de répartition est une fonction en escalier.

Les deux types de variables aléatoires partagent beaucoup de leurs propriétés et les concepts que nous voyons s'appliquent de manière similaire aux deux. Néanmoins, leur support est différent, fini dans le cas discret, infini dans le cas continu. Ceci implique que les expressions utilisées diffèrent formellement. On utilisera notamment des sommes finies sur les réalisations d'une variable aléatoire discrète, mais une intégrale dans le contexte d'une variable aléatoire continue.

Fonctions de masse et de densité de probabilité Dans le cas d'une variable aléatoire discrète, la fonction de masse évaluée en x nous indique la probabilité que la variable aléatoire X prenne une valeur égale à x . Elle se distingue notamment de la fonction de répartition qui considère la probabilité que la variable aléatoire prenne une valeur inférieure ou égale à une valeur donnée. Formellement, ceci nous amène à la définition suivante :

Définition 3.8 (*Fonction de masse*)

La fonction de masse f_X d'une variable aléatoire discrète X est donnée par

$$f_X(x) = \mathbb{P}(X = x), \quad \forall x \in \mathcal{X}.$$

Ainsi, on obtient que pour une variable discrète, la fonction de répartition a la caractéristique suivante

$$F_X(x) = \mathbb{P}(X \leq x) = \sum_{k: x_k \leq x} f_X(x_k), \quad \forall x \in \mathbb{R},$$

où les $x_k \in \mathcal{X}$ correspondent aux réalisations de la variable aléatoire X . Nous voyons donc que la somme des valeurs prises par la fonction de masse en toutes les réalisations x_k inférieures ou égales à x donne la valeur de la fonction de répartition F_X en x . Graphiquement, la fonction de répartition est une fonction

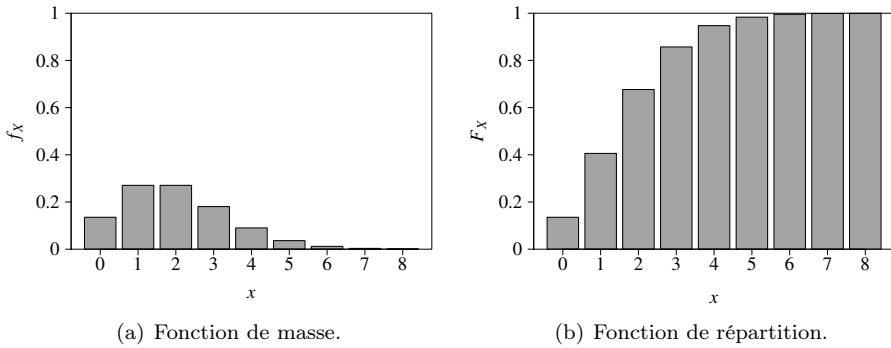


FIGURE 3.7 – Illustration des fonctions de masse et de répartition d’une variable aléatoire discrète (à l’exemple d’une loi de Poisson de paramètre $\lambda = 2$).

en escalier qui a un saut de hauteur $f_X(x_k)$ en chaque réalisation x_k de X . La figure 3.7 illustre la fonction de masse (graphique a) et la fonction de répartition (graphique b) d’une variable discrète en prenant l’exemple d’une loi de Poisson de paramètre $\lambda = 2$.

Dans le cas d’une variable aléatoire continue X , la fonction de répartition F_X est continue et dérivable. Par conséquent, pour un accroissement $\Delta x > 0$ de la variable aléatoire, nous avons

$$\mathbb{P}(x < X \leq x + \Delta x) = F_X(x + \Delta x) - F_X(x) \approx f_X(x) \cdot \Delta x,$$

où $f_X(x) = F'_X(x)$. Si nous considérons cette équation en termes de différentielle, nous avons

$$\mathbb{P}(x < X \leq x + dx) = f_X(x) dx = dF_X(x).$$

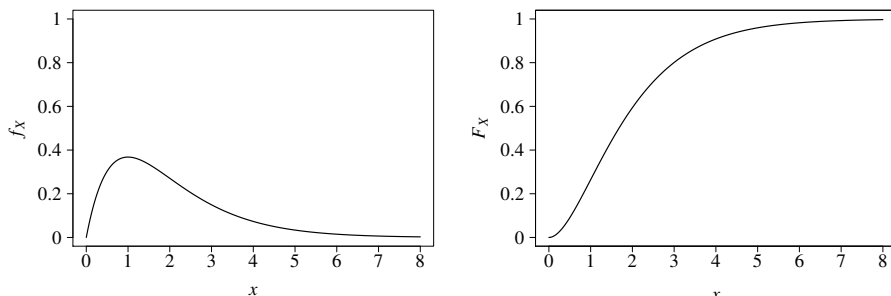
La fonction f_X est appelée densité de probabilité. Par analogie à la relation entre la fonction de répartition et la fonction de masse dans le cas d’une variable discrète, nous pouvons remplacer la somme par une intégrale dans le cas d’une variable aléatoire continue, ce qui nous mène à la relation suivante :

Définition 3.9 (Fonction de densité de probabilité)

La fonction de densité de probabilité f_X d’une variable aléatoire continue X est donnée par

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(y) dy, \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

La figure 3.8(a) illustre la fonction de densité de probabilité et la fonction de répartition (graphique b) d'une variable continue à l'aide d'une loi Gamma de paramètres $k = 2$ et $\theta = 1$ (voir plus loin pour une définition de la loi Gamma).



(a) Fonction de densité de probabilité.

(b) Fonction de répartition.

FIGURE 3.8 – Illustration des fonctions de densité de probabilité et de répartition d'une variable aléatoire continue (à l'exemple d'une loi Gamma de paramètres $k = 2$ et $\theta = 1$).

Nous ajoutons que la fonction f_X est une fonction de masse dans le cas d'une variable aléatoire discrète ou une fonction de densité dans le cas d'une variable aléatoire continue si et seulement si elle satisfait les deux conditions suivantes :

(a) $f_X(x) \geq 0, \forall x,$

(b) $\sum_{x \in \mathcal{X}} f_X(x) = 1,$ respectivement $\int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x) dx = 1.$

La première condition stipule que f_X ne prend que des valeurs positives. La seconde veut que la somme des probabilités sur toutes les réalisations possibles de la variable aléatoire X soit égale à 1.

Définition 3.10 (*Espérance mathématique*)

L'espérance mathématique $\mathbb{E}(X)$ d'une variable aléatoire X est donnée par

– Si X est une variable aléatoire discrète :

$$\mathbb{E}(X) = \sum_{x \in \mathcal{X}} x \cdot f_X(x) = \sum_{x \in \mathcal{X}} x \cdot \mathbb{P}(X = x),$$

– Si X est une variable aléatoire continue :

$$\mathbb{E}(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f_X(x) dx.$$

Espérance mathématique L'espérance mathématique d'une variable aléatoire X est la moyenne pondérée de ses réalisations possibles. Les réalisations sont pondérées avec leurs probabilités, c'est-à-dire les valeurs des fonctions de masse ou de densité respectives.

L'espérance mathématique possède certaines propriétés importantes :

- (a) Pour toute constante c :

$$\mathbb{E}(c) = c.$$

- (b) Pour une variable aléatoire X et deux paramètres réels a et b :

$$\mathbb{E}(a + b \cdot X) = a + b \cdot \mathbb{E}(X).$$

- (c) Pour deux variables aléatoires X et Y et deux paramètres réels a et b :

$$\mathbb{E}(a \cdot X + b \cdot Y) = a \cdot \mathbb{E}(X) + b \cdot \mathbb{E}(Y).$$

- (d) Pour deux variables aléatoires X et Y :

$$\text{Si } X \leq Y, \text{ alors } \mathbb{E}(X) \leq \mathbb{E}(Y).$$

Transformation d'une variable aléatoire Si nous considérons une variable aléatoire X et une fonction réelle $u : x \mapsto u(x)$, alors $u(X)$ représente une nouvelle variable aléatoire.

L'espérance mathématique $\mathbb{E}(u(X))$ de la variable aléatoire $u(X)$ se calcule comme suit :

- Si X est une variable aléatoire discrète :

$$\mathbb{E}(u(X)) = \sum_{x \in \mathcal{X}} u(x) \cdot f_X(x) = \sum_{x \in \mathcal{X}} u(x) \cdot \mathbb{P}(X = x),$$

- Si X est une variable aléatoire continue :

$$\mathbb{E}(u(X)) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(x) \cdot f_X(x) dx.$$

Inégalités de Jensen Les inégalités de Jensen sont des résultats mathématiques qui, pour une fonction u , permettent de donner une relation d'ordre entre l'espérance mathématique de la variable aléatoire transformée $\mathbb{E}(u(X))$ et la fonction appliquée à l'espérance mathématique de la variable aléatoire $u(\mathbb{E}(X))$. La relation d'ordre dépendra de la concavité de la fonction u .

Rappelons qu'une fonction u est dite convexe ou de concavité tournée vers le haut si $d^2u(x)/dx^2 = u''(x) \geq 0$. Inversement, une fonction u est concave ou de concavité tournée vers le bas si $u''(x) \leq 0$.

Nous avons les inégalités suivantes :

Théorème 3.1 (Inégalités de Jensen)

– Si u est une fonction convexe ($u''(x) \geq 0$), alors pour toute variable aléatoire X nous avons

$$\mathbb{E}(u(X)) \geq u(\mathbb{E}(X)).$$

– Si u est une fonction concave ($u''(x) \leq 0$), alors pour toute variable aléatoire X nous avons

$$\mathbb{E}(u(X)) \leq u(\mathbb{E}(X)).$$

Nous proposons une démonstration de la première des deux inégalités (la deuxième pouvant être démontrée en appliquant le même raisonnement).

En effet, dans le cas où u est une fonction convexe, nous avons pour tout $x, y \in \mathbb{R}$

$$u(y) \geq u(x) + u'(x) \cdot (y - x).$$

Graphiquement, cette équation correspond à l'équation de la tangente au point x à la représentation de la fonction u . En posant $y = X$ et $x = \mathbb{E}(X)$, nous avons

$$u(X) \geq u(\mathbb{E}(X)) + u'(\mathbb{E}(X)) \cdot (X - \mathbb{E}(X)).$$

En prenant l'espérance mathématique des deux côtés de l'inégalité précédente, nous obtenons

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(u(X)) &\geq \mathbb{E}[u(\mathbb{E}(X)) + u'(\mathbb{E}(X)) \cdot (X - \mathbb{E}(X))] \\ &= \mathbb{E}[u(\mathbb{E}(X))] + \mathbb{E}[u'(\mathbb{E}(X))] \cdot \mathbb{E}[X - \mathbb{E}(X)] \\ &= u(\mathbb{E}(X)) + u'(\mathbb{E}(X)) \cdot (\mathbb{E}(X) - \mathbb{E}(X)) \\ &= u(\mathbb{E}(X)). \end{aligned}$$

Donc $\mathbb{E}(u(X)) \geq u(\mathbb{E}(X))$.

Moments, variance et écart-type Les moments sont des mesures de dispersion d'une variable aléatoire. Pour un nombre naturel non-nul $n \in \mathbb{N}^*$, le moment d'ordre n et le moment central d'ordre n , notés μ'_n respectivement μ_n , d'une variable aléatoire X sont définis comme suit :

Définition 3.11 (Moment et moment central d'ordre n)

Le moment d'ordre n , $n \geq 1$, d'une variable aléatoire X est donné par

$$\mu'_n = \mathbb{E}(X^n).$$

Le moment central d'ordre n , $n \geq 1$, d'une variable aléatoire X est donné par

$$\mu_n = \mathbb{E}[(X - \mathbb{E}(X))^n].$$

Nous remarquons que l'espérance mathématique correspond au moment d'ordre 1 ; en effet $\mu'_1 = \mathbb{E}(X)$. Nous constatons aussi que par construction le moment central d'ordre 1 est nul car $\mu_1 = \mathbb{E}(X - \mathbb{E}(X)) = \mathbb{E}(X) - \mathbb{E}(X) = 0$.

Le deuxième moment central correspond à la variance. En dépassant le simple calcul d'une moyenne ou de l'espérance mathématique, la variance est une première mesure de variabilité. Pour deux variables aléatoires exprimées en une même unité de mesure, celle qui aura la plus grande variance aura donc une plus grande variabilité ou une moins grande stabilité par rapport à l'autre variable. Les définitions de la variance et de l'écart-type sont :

Définition 3.12 (Variance et écart-type)

La **variance** $\text{Var}(X)$ d'une variable aléatoire X est le deuxième moment central donné par

$$\text{Var}(X) = \mu_2 = \mathbb{E}[(X - \mathbb{E}(X))^2].$$

L'**écart-type** $\sigma(X)$ d'une variable aléatoire X est la racine carrée de la variance donnée par

$$\sigma(X) = \sqrt{\text{Var}(X)}.$$

Ci-dessous nous résumons une sélection des propriétés de la variance :

(a) Pour une variable aléatoire X :

$$\text{Var}(X) = \mathbb{E}(X^2) - \mathbb{E}(X)^2.$$

(b) Pour toute constante c :

$$\text{Var}(c) = 0.$$

(c) Pour une variable aléatoire X et deux paramètres réels a et b :

$$\text{Var}(a + b \cdot X) = b^2 \cdot \text{Var}(X).$$

Nous pouvons utiliser les définitions et les propriétés de la variance et de l'espérance mathématique pour déterminer $\text{Var}(x)$:

- Si X est une variable aléatoire discrète :

$$\text{Var}(X) = \sum_{x \in \mathcal{X}} (x - \mathbb{E}(X))^2 \cdot f_X(x) = \left(\sum_{x \in \mathcal{X}} x^2 \cdot \mathbb{P}(X = x) \right) - \mathbb{E}(X)^2,$$

- Si X est une variable aléatoire continue :

$$\text{Var}(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mathbb{E}(X))^2 \cdot f_X(x) \, dx = \left(\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot f_X(x) \, dx \right) - \mathbb{E}(X)^2.$$

Les expressions ci-dessus montrent également les calculs, notamment sommes finies et intégrales, à effectuer pour évaluer la variance si la loi de distribution de la variable aléatoire est donnée.

Covariance et corrélation Deux mesures sont particulièrement importantes lorsqu'on est en présence de plusieurs expositions au risque décrites par plusieurs variables aléatoires. En effet, une première étude de la dépendance et des relations entre des variables aléatoires se fait souvent par la covariance et la corrélation. Au premier abord, ces deux mesures peuvent sembler similaires, cependant elles présentent des différences notables. La covariance mesure la façon dont deux variables évoluent l'une par rapport à l'autre et est une extension du concept de la variance, qui, elle, indique comment une seule variable varie. Cette mesure peut prendre toute valeur réelle et est définie comme suit :

Définition 3.13 (Covariance)

Si X et Y sont deux variables aléatoires d'espérance mathématique μ_X et μ_Y respectivement, la **covariance** de X et Y est donnée par

$$\text{Cov}(X, Y) = \mathbb{E}((X - \mu_X) \cdot (Y - \mu_Y)).$$

En valeur absolue, plus la covariance est élevée, plus les deux variables aléatoires sont reliées et dépendantes. Une valeur positive indique qu'une augmentation d'une variable entraîne également une augmentation de l'autre variable, alors qu'une valeur négative indique une relation inverse entre les deux variables aléatoires. Bien que cette mesure soit très utile pour définir le type de relation existant entre deux variables, elle ne permet pas de mesurer son ampleur car elle est dépendante des unités de mesure. L'unité de mesure de la covariance est celle du produit entre les unités de mesure des deux variables aléatoires.

Pour deux variables aléatoires X et Y , nous avons :

$$\text{Var}(X + Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y) + 2 \cdot \text{Cov}(X, Y).$$

Pour comparer l'ampleur entre plusieurs interactions entre variables aléatoires, nous avons besoin d'une mesure normalisée de dépendance, la corrélation, qui est une mesure unitaire de la façon dont des variables aléatoires interagissent l'une par rapport à l'autre. La corrélation est une valeur de covariance normalisée :

Définition 3.14 (Corrélation)

Si X et Y sont deux variables aléatoires d'écart-type σ_X et σ_Y respectivement, la **corrélation** entre X et Y est donnée par

$$\rho(X, Y) = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_X \cdot \sigma_Y}.$$

La corrélation prend des valeurs comprises entre -1 et $+1$. Une corrélation proche de $+1$ indique qu'il existe une forte relation positive entre les deux variables aléa-

toires, tandis qu'une corrélation proche de -1 indique qu'il existe une forte relation négative.

Pour des variables aléatoires X et Y d'espérance mathématique μ_X et μ_Y respectivement, nous avons les propriétés suivantes :

$$(a) \text{Cov}(X, Y) = \mathbb{E}(X \cdot Y) - \mu_X \cdot \mu_Y,$$

$$(b) \text{Cov}(X, X) = \text{Var}(X),$$

$$(c) -1 \leq \rho(X, Y) \leq 1,$$

$$(d) \rho(X, X) = 1.$$

Ici nous ne considérons que la corrélation linéaire entre deux variables aléatoires. En réalité, la dépendance entre expositions au risque respectivement entre les variables aléatoires qui les décrivent donne lieu à une structure de corrélation plus complexe. Dans un tel contexte, on fait recours à des fonctions copules qui permettent de caractériser les relations de dépendance de manière plus générale.

Variables aléatoires indépendantes Après avoir vu les notions pour mesurer la dépendance entre deux variables aléatoires avec la covariance et la corrélation, il est tout aussi utile de s'intéresser à la notion d'indépendance que nous formalisons dans ce qui suit. En effet, déterminer si deux variables aléatoires sont indépendantes, c'est s'intéresser à savoir si les réalisations de l'une des variables aléatoires n'affectent pas les valeurs prises par l'autre. D'un point de vue des probabilités, la probabilité conjointe (voir ci-dessous) de deux variables aléatoires indépendantes est simplement égale au produit des probabilités de chacune des variables.

Définition 3.15 (*Variables aléatoires indépendantes*)

Deux variables aléatoires discrètes X et Y sont **indépendantes** si pour toutes réalisations x et y nous avons

$$\mathbb{P}(X = x, Y = y) = \mathbb{P}(X = x) \cdot \mathbb{P}(Y = y).$$

La propriété d'indépendance est particulièrement intéressante car elle amène à la propriété suivante. Deux variables aléatoires X et Y sont indépendantes si et seulement si, pour toutes fonctions u et v , on a

$$\mathbb{E}(u(X) \cdot v(Y)) = \mathbb{E}(u(X)) \cdot \mathbb{E}(v(Y)).$$

Pour illustrer cette propriété prenons l'exemple suivant. Si X et Y sont deux variables aléatoires indépendantes, alors nous pouvons écrire

$$\mathbb{E}(X \cdot Y) = \mathbb{E}(X) \cdot \mathbb{E}(Y).$$

En particulier, leur covariance et leur coefficient de corrélation sont nuls. En effet, pour la covariance $\text{Cov}(X, Y)$, nous trouvons en utilisant la propriété (a) ci-dessus :

$$\text{Cov}(X, Y) = \mathbb{E}(X \cdot Y) - \mathbb{E}(X) \cdot \mathbb{E}(Y) = 0.$$

De ce résultat, il suit pour le coefficient de corrélation : $\rho(X, Y) = 0$.

Finalement, si X et Y sont deux variables aléatoires indépendantes, nous avons vu que leur covariance est nulle et donc

$$\text{Var}(X + Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y).$$

Les définitions d'indépendance et les propriétés peuvent être généralisées à un nombre quelconque de variables aléatoires.

Distributions conjointe et marginale En présence de familles de variables aléatoires discrètes, c'est-à-dire de plusieurs variables aléatoires discrètes, qui décrivent différentes expositions au risque, il est souvent utile d'avoir des informations sur les probabilités des combinaisons de certaines réalisations. Nous donnons d'abord la définition de la distribution conjointe :

Définition 3.16 (*Distribution conjointe*)

La **distribution conjointe** de deux variables aléatoires discrètes X et Y avec réalisations respectives x et y et supports respectifs \mathcal{X} et \mathcal{Y} est définie par

- le domaine des combinaisons de réalisations possibles de X et Y , soit $\mathcal{X} \times \mathcal{Y}$,
- la probabilité conjointe de chacune des combinaisons de réalisations, soit $\mathbb{P}(X = x, Y = y)$, $\forall (x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}$.

À partir de la distribution conjointe des deux variables aléatoires, nous construisons la distribution marginale de X .

Définition 3.17 (*Distribution marginale*)

Soient deux variables aléatoires discrètes X et Y avec réalisations respectives x et y et supports respectifs \mathcal{X} et \mathcal{Y} . La **distribution marginale** de X est définie par

$$\mathbb{P}(X = x) = \sum_{y \in \mathcal{Y}} \mathbb{P}(X = x, Y = y).$$

De même, la distribution marginale de Y s'écrit

$$\mathbb{P}(Y = y) = \sum_{x \in \mathcal{X}} \mathbb{P}(X = x, Y = y).$$

Le tableau 3.1 représente les densités conjointe et marginale pour deux variables aléatoires discrètes X et Y avec réalisations possibles $\mathcal{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ respectivement $\mathcal{Y} = \{y_1, y_2, \dots, y_m\}$. Pour chaque combinaison de réalisations (x_i, y_j) , $1 \leq i \leq n$, $1 \leq j \leq m$, nous présentons la probabilité conjointe $p_{ij} \doteq \mathbb{P}(X = x_i, Y = y_j)$. En sommant sur toutes les réalisations de la variable aléatoire Y respectivement X nous présentons les distributions marginales $\mathbb{P}(X = x_i)$ et $\mathbb{P}(Y = y_j)$ de X et Y respectivement. Notons que la somme des distributions marginales, c'est-à-dire $\sum_{x_i \in \mathcal{X}} \mathbb{P}(X = x_i)$, somme sur la dernière colonne du tableau, respectivement $\sum_{y_j \in \mathcal{Y}} \mathbb{P}(Y = y_j)$, somme sur la dernière ligne du tableau, est toujours égale à 1.

$X \backslash Y$	y_1	y_2	\dots	y_m	$\sum_{y_j \in \mathcal{Y}}$
x_1	$p_{11} = \mathbb{P}(X = x_1, Y = y_1)$	$p_{12} = \mathbb{P}(X = x_1, Y = y_2)$	\dots	$p_{1m} = \mathbb{P}(X = x_1, Y = y_m)$	$\mathbb{P}(X = x_1)$
x_2	$p_{21} = \mathbb{P}(X = x_2, Y = y_1)$	$p_{22} = \mathbb{P}(X = x_2, Y = y_2)$	\dots	$p_{2m} = \mathbb{P}(X = x_2, Y = y_m)$	$\mathbb{P}(X = x_2)$
\vdots	\vdots	\vdots	\ddots	\vdots	\vdots
x_n	$p_{n1} = \mathbb{P}(X = x_n, Y = y_1)$	$p_{n2} = \mathbb{P}(X = x_n, Y = y_2)$	\dots	$p_{nm} = \mathbb{P}(X = x_n, Y = y_m)$	$\mathbb{P}(X = x_n)$
$\sum_{x_i \in \mathcal{X}}$	$\mathbb{P}(Y = y_1)$	$\mathbb{P}(Y = y_2)$	\dots	$\mathbb{P}(Y = y_m)$	1

Tableau 3.1 – Illustration des distributions conjointe et marginale de deux variables aléatoires X et Y .

Afin d'illustrer les concepts vus ci-dessus, nous présentons deux exemples d'applications numériques.

Application avec une variable aléatoire discrète

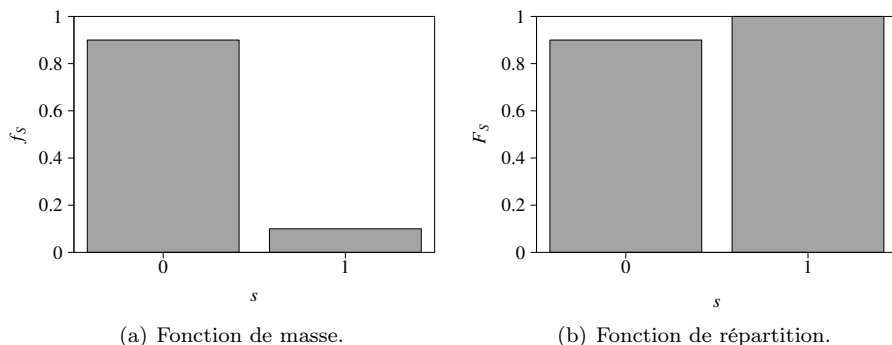
Soit la variable aléatoire discrète S représentant le montant d'une perte potentielle liée à une exposition au risque. Nous ne connaissons pas le montant futur de la perte, mais nous avons des informations sur la distribution de la perte à travers sa fonction de masse. Nous savons qu'avec 90% de chance la perte est nulle, $S = 0$, et que la perte vaut $S = 1$ avec une probabilité de 10%.

Dans cet exemple, les réalisations possibles pour la variable aléatoire S sont 0 et 1. La probabilité de chacune de ses réalisations (fonction de masse) est de 90% pour la valeur $S = 0$ et de 10% pour la valeur $S = 1$. Notons $f_S(s) = \mathbb{P}(S = s)$, la fonction de masse de la variable aléatoire S . On peut représenter la distribution de la variable aléatoire discrète S de différentes manières. Nous pouvons tout d'abord utiliser un tableau reprenant les réalisations possibles avec les probabilités respectives (voir le tableau 3.2).

Réalisations de S	Probabilités de réalisation
$s_1 = 0$	$f_S(s_1) = \mathbb{P}(S = s_1) = \mathbb{P}(S = 0) = 0.90$
$s_2 = 1$	$f_S(s_2) = \mathbb{P}(S = s_2) = \mathbb{P}(S = 1) = 0.10$

Tableau 3.2 – Représentation des réalisations de S et des probabilités associées.**Application avec une variable aléatoire discrète** (suite)

La deuxième possibilité pour représenter la distribution de S est d'utiliser un graphe de la fonction de masse f_S représentant en abscisse les réalisations possibles et en ordonnée les probabilités correspondantes comme illustré à la figure 3.9(a). Pour qu'une illustration représente la fonction de masse d'une variable aléatoire discrète ou la densité de probabilité d'une variable aléatoire continue, il faut évidemment que la probabilité de chaque réalisation s soit comprise entre 0 et 1 et que la somme des probabilités de toutes les réalisations s donne la valeur de 1. Le graphique (b) de la figure 3.9 illustre la fonction de répartition F_S . Nous relevons qu'en chaque point, la fonction de répartition F_S , partant de 0, est incrémentée de la valeur de la fonction de masse en ce point. Au dernier point, F_S atteint la valeur de 1.

FIGURE 3.9 – Représentation des fonctions de masse et de répartition de S .**Application avec une variable aléatoire discrète** (suite et fin)

En appliquant la définition 3.10, nous calculons l'espérance mathématique de S ,

$$\mathbb{E}(S) = \sum_{s \in \mathcal{S}} s \cdot f_S(s) = \sum_{s \in \mathcal{S}} s \cdot \mathbb{P}(S = s) = 0 \cdot 0.90 + 1 \cdot 0.10 = 0.1.$$

Par la définition 3.12, la variance de S est égale à

$$\text{Var}(S) = \left(\sum_{s \in \mathcal{S}} s^2 \cdot \mathbb{P}(S = s) \right) - \mathbb{E}(S)^2 = 0^2 \cdot 0.90 + 1^2 \cdot 0.10 - 0.1^2 = 0.09.$$

Application avec deux variables aléatoires discrètes

Soit N une variable aléatoire représentant le nombre d'accidents d'un cycliste. La fonction de masse est la suivante :

$$f_N(n) = \begin{cases} 0.80 & \text{pour } n = 0, \\ 0.16 & \text{pour } n = 1, \\ 0.04 & \text{pour } n = 2. \end{cases}$$

Le montant des pertes potentielles A d'un seul accident est distribué de la façon suivante :

$$f_A(a) = \begin{cases} 0.50 & \text{pour } a = 1\,000, \\ 0.50 & \text{pour } a = 2\,000. \end{cases}$$

Notons que la perte d'un accident A est indépendante du nombre d'accidents N . Soit S le montant total des pertes potentielles représentant le montant total pour tous les accidents qui ont lieu.

La distribution conjointe du nombre d'accidents N et du montant total des pertes potentielles S est donnée dans le tableau 3.3. Pour les réalisations de N donnant le nombre d'accidents, nous considérons les valeurs possibles 0, 1 et 2. Pour chacune de ces valeurs, nous imaginons quel sera le montant total des pertes S . Pour $N = 0$, donc en absence d'accidents, les pertes sont nulles et $S = 0$. Pour $N = 1$, nous sommes face à un accident de montant $A = 1\,000$ ou bien $A = 2\,000$, donc S peut prendre ces deux valeurs. Pour $N = 2$, nous trouvons de la même manière un montant des pertes de 2 000 (deux accidents à 1 000), 3 000 (un accident à 1 000 et un autre à 2 000) ou 4 000 (deux accidents à 2 000).

Ayant énuméré les réalisations de N et de S , nous évaluons les probabilités conjointes dans la 3^e colonne du tableau 3.3. La probabilité pour l'événement $(N = 0, S = 0)$ est 0.80 qui se dérive directement de $\mathbb{P}(N = 0) = 0.80$. Il n'y a pas de réalisation de A à considérer. Ensuite, nous trouvons la probabilité $\mathbb{P}(N = 1, S = 1\,000)$ par multiplication des deux facteurs $\mathbb{P}(N = 1) = 0.16$ et $\mathbb{P}(A = 1\,000) = 0.50$ qui donne 0.08. Ce produit donne la probabilité conjointe car les variables aléatoires N et A sont indépendantes (voir la définition 3.15). Le même raisonnement peut être fait pour $\mathbb{P}(N = 1, S = 2\,000)$.

Pour $N = 2$, nous articulons à chaque fois les pertes possibles de chaque accident. Pour l'événement $(N = 2, S = 2\,000)$, nous avons $\mathbb{P}(N = 2) = 0.04$

et nous rapportons deux accidents à 1000. Pour le premier accident nous avons $\mathbb{P}(A = 1000) = 0.50$ et pour le deuxième accident nous avons pareillement $\mathbb{P}(A = 1000) = 0.50$. Le produit des trois probabilités donne $\mathbb{P}(N = 2, S = 2000) = 0.04 \cdot 0.50 \cdot 0.50 = 0.01$. Pour $\mathbb{P}(N = 2, S = 4000)$ nous pouvons appliquer le même raisonnement en remplaçant 1000 par 2000 pour la perte liée à chaque accident. Finalement, nous évaluons $\mathbb{P}(N = 2, S = 3000)$. Nous avons toujours $\mathbb{P}(N = 2) = 0.04$. Par contre pour $S = 3000$ nous avons deux possibilités dont nous sommes les probabilités. Nous devons envisager un premier cas où le premier accident cause une perte de 1000 avec $\mathbb{P}(A = 1000) = 0.50$ et le deuxième accident cause une perte de 2000 avec $\mathbb{P}(A = 2000) = 0.50$. Ensuite, nous envisageons une deuxième situation où le premier accident cause une perte de $A = 2000$ et le deuxième est moins onéreux avec $A = 1000$. Ces deux cas de figure représentent deux possibilités et doivent être additionnés comme suit : $\mathbb{P}(N = 2, S = 3000) = \mathbb{P}(N = 2) \cdot [\mathbb{P}(A = 1000) \cdot \mathbb{P}(A = 2000) + \mathbb{P}(A = 2000) \cdot \mathbb{P}(A = 1000)] = 0.02$. Nous vérifions finalement que la somme de toutes les probabilités conjointes donne bien 1.

Réalisations de N	Réalisations de S	Probabilités conjointes
0	0	0.80
1	1000	0.08
1	2000	0.08
2	2000	0.01
2	3000	0.02
2	4000	0.01

Tableau 3.3 – Représentation de la distribution conjointe de N et S .

Application avec deux variables aléatoires discrètes (suite et fin)

Le tableau 3.4 présente la distribution marginale de S qui est obtenue en sommant toutes les réalisations possibles de N pour chaque réalisation de S (voir la définition 3.17). En partant du tableau 3.3, nous constatons que la réalisation $S = 2000$ est la seule qui provient de deux valeurs de N . En effet,

Réalisations de S	Probabilité marginale de S
0	0.80
1000	0.08
2000	0.09
3000	0.02
4000	0.01

Tableau 3.4 – Représentation de la distribution marginale de S .

faisant la somme de $\mathbb{P}(N = 1, S = 2000)$ et de $\mathbb{P}(N = 2, S = 2000)$ nous obtenons $\mathbb{P}(S = 2000) = 0.08 + 0.01 = 0.09$.

Finalement, nous pouvons résumer l'ensemble des probabilités des distributions conjointe et marginale de N et S dans le tableau 3.5.

$N \backslash S$	0	1000	2000	3000	4000	$\sum_{s \in \mathcal{S}}$
0	0.80					0.80
1		0.08	0.08			0.16
2			0.01	0.02	0.01	0.04
$\sum_{n \in \mathcal{N}}$	0.80	0.08	0.09	0.02	0.01	1

Tableau 3.5 – Représentation des distributions conjointe et marginale de N et S .

Loi des grands nombres et théorème central limite Avant de conclure cette partie, nous relevons encore deux théorèmes importants pour l'évaluation des risques et la tarification des assurances. La loi des grand nombres indique que plus la taille d'un échantillon augmente, plus les caractéristiques statistiques de ce dernier se rapprochent de celles de la population concernée. Cela signifie que la moyenne empirique, calculée sur les observations d'un échantillon, converge vers l'espérance mathématique lorsque la taille de l'échantillon tend vers l'infini. Ce résultat est particulièrement important pour la gestion du risque. Il existe plusieurs versions du théorème et nous énonçons ici la loi faible des grands nombres.

Théorème 3.2 (Loi des grands nombres)

Soit X_n une suite de n variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées de même espérance mathématique $\mu = \mathbb{E}(X_i)$. Notons $\mu_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ la moyenne empirique.

La loi des grands nombres stipule que la moyenne empirique μ_n converge en probabilité vers l'espérance mathématique μ quand n tend vers l'infini :

$$\forall \epsilon > 0, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \mathbb{P}(|\mu_n - \mu| \geq \epsilon) = 0.$$

Le théorème central limite est probablement l'un des théorèmes les plus utilisés en théorie des probabilités. Il donne une importance particulière à la distribution normale standard (voir plus loin). En effet, le théorème nous permet d'avoir une indication sur la convergence de la somme d'une suite de variables aléatoires.

Théorème 3.3 (Théorème central limite)

Soit X_n une suite de n variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées, de même moyenne $\mu = \mathbb{E}(X_i)$ et de même écart-type $\sigma = \sigma(X_i)$. Notons $\mu_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ la moyenne empirique.

Le **théorème central limite** stipule que la variable aléatoire

$$Z_n = \frac{\mu_n - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

converge vers la loi normale standard quand n tend vers l'infini :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \mathbb{P}(Z_n \leq x) = \Phi(x),$$

où Φ est la fonction de répartition de la loi normale standard. En d'autres mots, la suite Z_n converge vers la loi normale standard.

La suite Z_n du théorème 3.3 peut être interprétée comme une mesure de la déviation de la moyenne empirique μ_n (calculée sur n variables aléatoires) par rapport à l'espérance mathématique μ . Si n prend des valeurs de plus en plus grandes, la suite Z_n tend vers la loi normale standard qui a une espérance mathématique égale à 0. Ainsi, l'erreur de la moyenne empirique μ_n par rapport à l'espérance mathématique μ tend vers 0 quand n tend vers l'infini.

Allant plus loin, le théorème nous permet de dériver des intervalles de confiance ou encadrements pour l'estimation de l'espérance mathématique par la moyenne empirique. En utilisant le quantile q de la loi normale standard (voir ci-dessous), nous avons :

$$\mu - q \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu_n < \mu + q \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

Cette relation nous donne un encadrement de la moyenne empirique μ_n si l'espérance mathématique μ et l'écart-type σ sont connus. Or, en pratique, on cherche typiquement à estimer, à partir des observations, un encadrement pour l'espérance mathématique μ . Par le théorème, nous avons l'encadrement,

$$\mu_n - q \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \mu_n + q \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

Cette deuxième relation indique un encadrement pour l'espérance mathématique μ en fonction de la moyenne empirique μ_n calculée à partir des observations. Comme dans cette dernière relation l'écart-type σ n'est généralement pas connu, on utilise une évaluation sur la base des données empiriques, $\sigma_n = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu_n)^2}$, et nous obtenons :

$$\mu_n - q \cdot \frac{\sigma_n}{\sqrt{n}} < \mu < \mu_n + q \cdot \frac{\sigma_n}{\sqrt{n}}.$$

Pour l'estimation d'un intervalle de confiance symétrique à 95%, on choisit $q = \Phi^{-1}(0.975) \approx 1.96$. Nous avons alors :

$$\mathbb{P}\left(\mu \in \left[\mu_n - 1.96 \cdot \frac{\sigma_n}{\sqrt{n}}; \mu_n + 1.96 \cdot \frac{\sigma_n}{\sqrt{n}}\right]\right) \approx 95\%.$$

Exemples de lois de probabilité discrètes Dans cette partie, nous présentons certaines lois de probabilité discrètes qui nous seront utiles par la suite. En particulier, nous nous intéressons à la loi de Bernoulli, la loi de Poisson, la loi binomiale, la loi binomiale négative et la loi géométrique. Pour chacune d'elles, nous présentons leur fonction de masse et caractérisons leur espérance et leur variance en fonction des paramètres de la loi dans le tableau 3.6.

Loi de probabilité	$f_X(k)$	$\mathbb{E}(X)$	$\text{Var}(X)$
Loi de Bernoulli (p) $0 < p < 1$	$\begin{cases} \mathbb{P}(X = k = 1) = p \\ \mathbb{P}(X = k = 0) = 1 - p \end{cases}$	p	$p \cdot (1 - p)$
Loi de Poisson (λ) $\lambda > 0$	$\mathbb{P}(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$ $\forall k \in \mathbb{N}$	λ	λ
Loi binomiale (n, p) $n \in \mathbb{N}, 0 < p < 1$	$\mathbb{P}(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$ $\forall k \in \{0, 1, 2, \dots, n\}$	$n \cdot p$	$n \cdot p \cdot (1 - p)$
Loi binomiale négative (n, p) $n \in \mathbb{N}, 0 < p < 1$	$\mathbb{P}(X = k) = \binom{k+n-1}{k} \cdot p^n \cdot (1 - p)^k$ $\forall k \in \mathbb{N}$	$\frac{n \cdot (1 - p)}{p}$	$\frac{n \cdot (1 - p)}{p^2}$
Loi géométrique (p) $0 < p < 1$	$\mathbb{P}(X = k) = p \cdot (1 - p)^{k-1}$ $\forall k \in \mathbb{N}^*$	$\frac{1}{p}$	$\frac{1 - p}{p^2}$
Loi géométrique* (p) $0 < p < 1$	$\mathbb{P}(X = k) = p \cdot (1 - p)^k$ $\forall k \in \mathbb{N}$	$\frac{1 - p}{p}$	$\frac{1 - p}{p^2}$

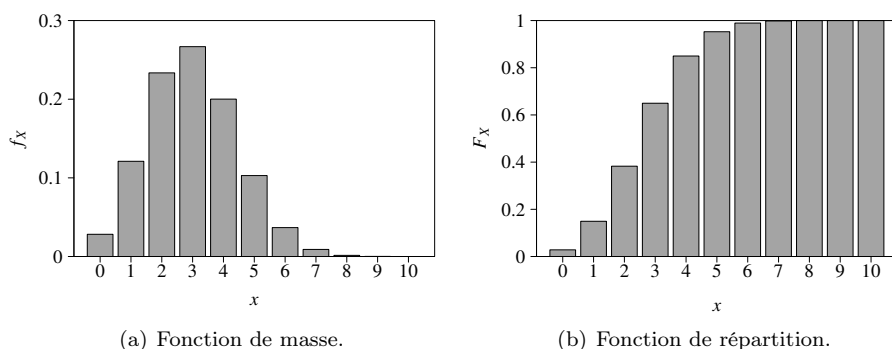
* Définition alternative.

Tableau 3.6 – Exemples de lois de probabilité discrètes.

Dans nos commentaires, nous donnons des exemples d'usage des différentes lois. En effet, certaines lois sont fréquemment utilisées pour décrire la fréquence d'un sinistre. C'est le cas de la loi de Poisson, utilisée pour décrire le nombre d'événements qui se réalisent dans un intervalle de temps donné. L'espérance mathématique d'une telle variable est égale au paramètre λ qui spécifie la loi. Ce paramètre peut être évalué relativement facilement en étudiant les statistiques historiques et en dérivant le nombre moyen d'événements qui se réalisent par intervalle de temps. Cependant, la loi de Poisson présente de l'équidispersion et le seul paramètre λ ne permet pas de calibrer la variance indépendamment de la moyenne. Dans de nombreuses situations, notamment pour les expositions au risque couvertes par l'assurance non-vie (voir la figure 5.7 à la section 5.4), le nombre annuel de sinistres présente empiriquement de la surdispersion. Cela signifie que la variabilité est plus grande que celle prédite par le modèle. De cette observation découle l'intérêt d'utiliser des lois comme la loi binomiale négative.

Commentaires sur les exemples de lois de probabilité discrètes

- *Loi de Bernoulli* : Cette loi est utilisée dans des épreuves binaires. Les deux issues, souvent interprétées comme succès respectivement échec, ou comme réalisation d'un événement A respectivement non-réalisation de A , ont une probabilité de p respectivement de $(1 - p)$.
- *Loi de Poisson* : Cette loi est utilisée pour compter, par exemple, le nombre d'accidents, de sinistres, d'arrivées à un comptoir (file d'attente). Ainsi, pour un événement A , la loi de probabilité de paramètre λ donne le nombre de réalisations de A (dans un intervalle de temps donné). Les fonctions de masse et de répartition d'une loi de Poisson de paramètre $\lambda = 2$ sont illustrées dans la figure 3.7.
- *Loi binomiale* : Cette loi est utilisée pour compter le nombre de réalisations parmi n tentatives. Ainsi, pour un événement A avec probabilité d'occurrence p , la variable aléatoire X indique le nombre de réalisations de A sur n épreuves (essais avec remise). Les fonctions de masse et de répartition d'une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0.3$ sont illustrées dans la figure 3.10.
- *Loi binomiale négative* : Cette loi est utilisée pour compter le nombre de non-réalisations avant la n^{e} réalisation. Ainsi, pour un événement A avec probabilité d'occurrence p , la variable aléatoire X indique le nombre de non-réalisations de A avant de comptabiliser n réalisations de A .
- *Loi géométrique* : Cette loi est utilisée pour compter le nombre d'épreuves nécessaires avant la première réalisation. Ainsi, pour un événement A avec probabilité d'occurrence p , la variable aléatoire X indique le nombre d'épreuves nécessaires avant de comptabiliser la première réalisation de A .



(a) Fonction de masse.

(b) Fonction de répartition.

Note : Dans les graphiques (a) et (b) les axes des ordonnées ne sont pas à la même échelle.

FIGURE 3.10 – Illustration des fonctions de masse et de répartition d'une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0.3$.

- *Loi géométrique (définition alternative)* : Cette formulation alternative de la loi géométrique est utilisée pour compter le nombre de non-réalisations avant la première réalisation. Il s'agit d'une formulation alternative avec un décalage d'une unité en k (compter les non-réalisations vs. compter le nombre d'épreuves jusqu'à la première réalisation). C'est un cas particulier de la loi binomiale négative avec $n = 1$. Ainsi, pour un événement A avec probabilité d'occurrence p , la variable aléatoire X indique le nombre de non-réalisations de A avant d'en comptabiliser la première réalisation.

Exemples de lois de probabilité continues Après les lois de probabilité discrètes, nous résumons quelques lois de probabilité continues. Dans cette partie, nous nous intéressons tout particulièrement à la loi uniforme, la loi exponentielle, la loi normale, la loi normale standard, la loi log-normale, la loi de Pareto et la loi Gamma. Nous en résumons les paramètres, les fonctions de densité de probabilité et de répartition ainsi que l'espérance mathématique et la variance dans le tableau 3.7.

Les lois de probabilité continues sont particulièrement utiles pour décrire des phénomènes qui peuvent prendre des valeurs continues, comme par exemple le temps qui court ou le montant des pertes. Ainsi, la loi exponentielle est utilisée pour qualifier la durée de temps entre deux événements. La loi Gamma est souvent utilisée pour décrire la distribution des pertes potentielles liées à un événement. Les paramètres de ces lois sont calibrés en pratique à l'aide des observations empiriques. Relevons encore que la loi normale est à la source de nombreuses modélisations financières, en particulier pour ce qui concerne les log-rendements d'actifs dans le modèle de Black-Scholes utilisé pour calculer la valeur théorique d'options.

Commentaires sur les exemples de lois de probabilité continues

- *Loi uniforme* : Cette loi, de support sur un intervalle borné $[a; b]$, propose la même densité de probabilité en chaque point de l'intervalle. Des sous-intervalles de même longueur ont la même probabilité. Les fonctions de densité de probabilité et de répartition d'une loi uniforme de paramètres génériques a et b sont illustrées dans la figure 3.11.
- *Loi exponentielle* : La loi exponentielle est souvent utilisée pour modéliser le temps écoulé entre deux événements. Elle est paramétrée par son intensité λ . Ainsi, pour un événement A , la variable aléatoire X indique le temps d'attente pour la réalisation de cet événement, un accident ou un sinistre par exemple. Si les temps d'attente suivent une loi exponentielle, le nombre de réalisations par intervalle de temps peut être décrit par une loi de Poisson. Les fonctions de densité de probabilité et de répartition d'une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 1$ sont illustrées dans la figure 3.12.

Loi de probabilité	$f_X(x)$	$F_X(x)$	$\mathbb{E}(X)$	$\text{Var}(X)$
Loi uniforme (a, b)	$\begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{si } a \leq x \leq b \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$	$\begin{cases} 0 & \text{si } x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{si } a \leq x \leq b \\ 1 & \text{si } x > b \end{cases}$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$
$a, b \in \mathbb{R}, a < b$	$\forall x \in \mathbb{R} \text{ (support } [a; b])$			
Loi exponentielle (λ)	$\begin{cases} \lambda \cdot \exp(-\lambda x) & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$	$\begin{cases} 1 - \exp(-\lambda x) & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$
$\lambda \in \mathbb{R}_+^*$	$\forall x \in \mathbb{R} \text{ (support } \mathbb{R}_+)$			
Loi normale (μ, σ^2)	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right)$	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)^2\right) dt$	μ	σ^2
$\mu \in \mathbb{R}, \sigma^2 \in \mathbb{R}_+^*$	$\forall x \in \mathbb{R}$			
Loi normale standard	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{1}{2}(t-\mu)^2\right) dt$	0	1
$\forall x \in \mathbb{R}$				
Loi log-normale (μ, σ^2)	$\frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{(\ln(x)-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \text{erf}\left(\frac{\ln(x)-\mu}{\sigma\sqrt{2}}\right)$	$\exp(\mu + \sigma^2/2)$	$(\exp(\sigma^2) - 1) \cdot \exp(2\mu + \sigma^2)$
$\mu \in \mathbb{R}, \sigma^2 \in \mathbb{R}_+^*$	$\forall x \in \mathbb{R}_+^*$			
Loi de Pareto (x_m, k)	$k \cdot \frac{x_m^k}{x^{k+1}}$	$1 - \left(\frac{x_m}{x}\right)^k$	$\frac{k \cdot x_m}{k-1}$ si $k > 1$	$\frac{k \cdot x_m^2}{(k-1)^2 \cdot (k-2)}$ si $k > 2$
$x_m \in \mathbb{R}_+^*, k \in \mathbb{R}_+^*$	$\forall x \in [x_m; +\infty[$		∞ si $k \leq 1$	∞ si $k \leq 2$
Loi Gamma (k, θ)	$\frac{x^{k-1} \cdot \exp\left(-\frac{x}{\theta}\right)}{\Gamma(k) \cdot \theta^k}$	$\frac{\gamma(k, x/\theta)}{\Gamma(k)}$	$k \cdot \theta$	$k \cdot \theta^2$
$k \in \mathbb{R}_+^*, \theta \in \mathbb{R}_+^*$	$\forall x \in \mathbb{R}_+^*$			

Note : $\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-t^2) dt$ est la fonction d'erreur de Gauss, $\Gamma(k) = \int_0^\infty t^{k-1} \cdot \exp(-t) dt$ est la fonction Gamma d'Euler, $\gamma(k, x) = \int_0^x t^{k-1} \cdot \exp(-t) dt$ est la fonction Gamma incomplète inférieure.

Tableau 3.7 – Exemples de lois de probabilité continues.

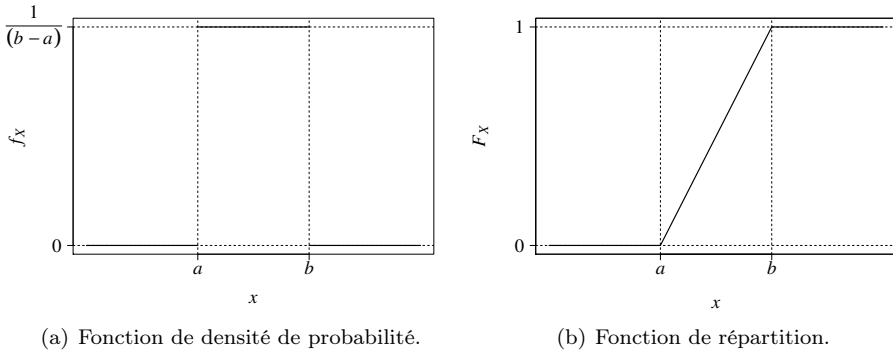


FIGURE 3.11 – Illustration des fonctions de densité de probabilité et de répartition d'une loi uniforme de paramètres a et b .

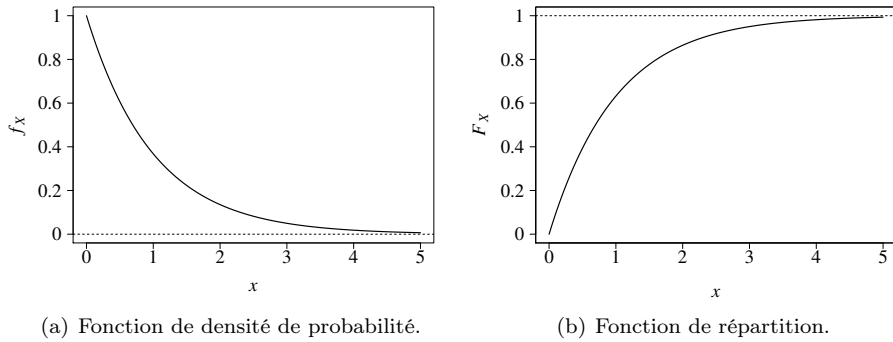


FIGURE 3.12 – Illustration des fonctions de densité de probabilité et de répartition d'une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 1$.

- *Loi normale* : La loi normale, aussi appelée loi gaussienne, est utilisée pour décrire des phénomènes aléatoires. Une variable aléatoire normale est caractérisée par son espérance mathématique μ et sa variance σ^2 (ou écart-type σ). La loi normale a une place particulière en mathématiques grâce au théorème central limite (voir le théorème 3.3). Toute variable aléatoire normale peut être décomposée comme $X = \mu + \sigma \cdot Z$ où Z est une variable aléatoire qui suit une loi normale dite standard, d'espérance mathématique $\mu = 0$ et d'écart-type $\sigma = 1$.
- *Loi normale standard* : Il s'agit d'un cas particulier de loi normale avec une espérance mathématique de 0 et un écart-type de 1. Si X est normale d'espérance mathématique μ et de variance σ^2 , alors $Z = (X - \mu)/\sigma$ est normale standard. Les fonctions de densité de probabilité et de répartition d'une loi normale standard sont illustrées dans la figure 3.13.

3.3. Variables aléatoires et théorie des probabilités

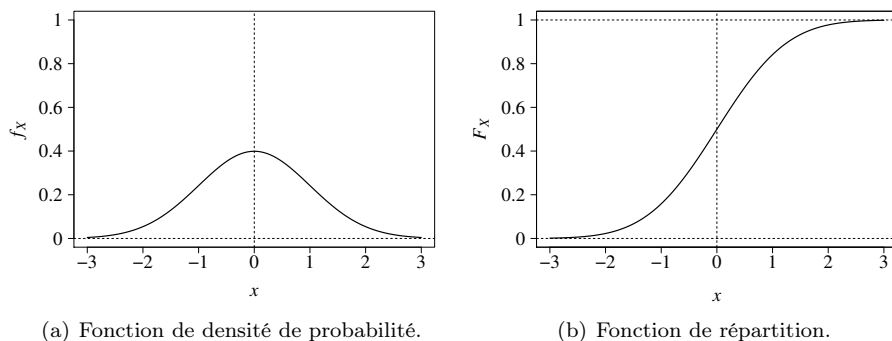


FIGURE 3.13 – Illustration des fonctions de densité de probabilité et de répartition d'une loi normale standard.

- *Loi log-normale* : La loi log-normale est souvent utilisée dans les analyses financières pour décrire les cours d'instruments financiers, comme, par exemple, les actions, les cours de change ou les taux d'intérêt. Une variable aléatoire X suit une loi log-normale d'espérance mathématique μ et de variance σ^2 (ou d'écart-type σ) si la variable $\ln(X)$ suit une loi normale d'espérance mathématique μ et de variance σ^2 . Les fonctions de densité de probabilité et de répartition d'une loi log-normale de paramètres $\mu = 0$ et $\sigma = 1$ sont illustrées dans la figure 3.14.
- *Loi de Pareto* : La loi de Pareto est un type particulier de loi de puissance qui a des applications en sciences physiques et sociales. Elle permet notamment de donner une base théorique au « principe des 80-20 », aussi appelé principe de Pareto, et elle est très utilisée en réassurance non-vie.

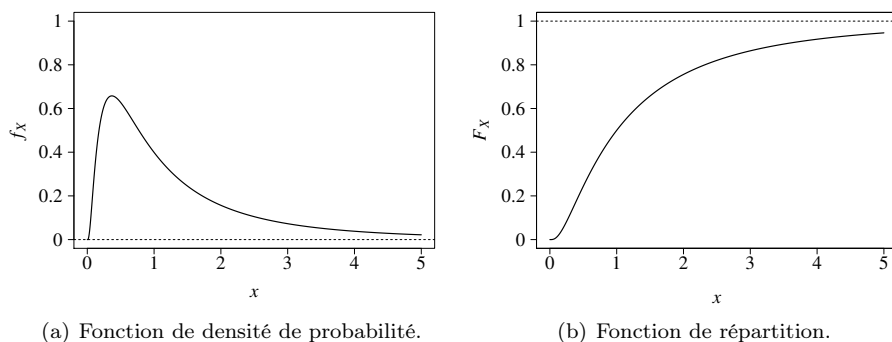


FIGURE 3.14 – Illustration des fonctions de densité de probabilité et de répartition d'une loi log-normale de paramètres $\mu = 0$ et $\sigma^2 = 1$.

La loi de Pareto considère deux paramètres, la variable x_m qui caractérise aussi le support $[x_m; +\infty[$ et le paramètre k qui est souvent nommé indice de Pareto.

- *Loi Gamma* : La loi Gamma est utile pour mesurer les probabilités liées à des valeurs positives, comme le temps écoulé, par exemple dans une analyse de survie, ou encore les montants de sinistres. Elle est caractérisée par deux paramètres k et θ qui affectent respectivement la forme et l'échelle de la représentation graphique de sa distribution. Les fonctions de densité de probabilité et de répartition d'une loi Gamma de paramètres $k = 2$ et $\theta = 1$ sont illustrées dans la figure 3.8.

3.4 Utilité et fonctions d'utilité

Dans la section 3.5, quand nous étudierons les principes d'évaluation des risques, nous allons constater qu'analyser les risques en recourant à l'espérance mathématique des pertes n'est pas satisfaisant. En effet, un montant donné est perçu différemment par différents individus ou entreprises. En particulier, cette perception dépendra de l'entreprise et de ses préférences de risque. Ainsi, par exemple, une perte d'un million de francs suisses peut être catastrophique pour une petite entreprise et considérée comme faible par une multinationale avec un volume d'affaires qui se chiffre en milliards de francs. Pour tenir compte de ces préférences, nous transformons des valeurs de fortune, de gain et de pertes en quantités d'utilité qui reflètent l'attitude individuelle face au risque. Dans cette partie, nous allons introduire le concept d'utilité et de l'équivalent certain. Nous illustrons les fonctions d'utilité les plus courantes et relierons l'aversion au risque aux paramètres des fonctions d'utilité.

Définition et hypothèses L'utilité est une mesure de la « satisfaction » obtenue par l'obtention d'un bien. Nous représentons l'utilité de la possession d'une somme d'argent x par la valeur $u(x)$. Comme nous le voyons plus loin, la forme du graphe de la fonction u varie selon les préférences de l'individu considéré. Formellement, une fonction d'utilité attribue une valeur d'utilité $u(x)$ à une valeur monétaire x :

Définition 3.18 (*Fonction d'utilité*)

Une **fonction d'utilité** u est une application qui à toute somme d'argent x associe une utilité $u(x)$,

$$u : x \mapsto u(x).$$

En utilisant cette mesure, un individu peut hiérarchiser différentes possibilités qui s'offrent à lui, compte tenu de ses préférences. Cette fonction u est différente pour

chaque personne et chaque entreprise. Nous supposons que la fonction d'utilité est n fois dérivable. Elle doit également satisfaire deux hypothèses supplémentaires importantes :

- *Hypothèse 1* : Toute personne préfère posséder plus d'argent que moins d'argent : l'utilité u est une fonction croissante. Ainsi, pour deux montants d'argent x et y ,

$$x > y \quad \Rightarrow \quad u(x) \geq u(y).$$

En d'autres termes, la première dérivée de la fonction d'utilité u est positive :

$$\frac{du}{dx} = u'(x) \geq 0.$$

Nous retenons que u est une fonction croissante, c'est-à-dire que

$$u'(x) \geq 0.$$

- *Hypothèse 2* : Plus une personne est riche, moins elle valorise un accroissement de sa fortune : l'utilité marginale est une fonction décroissante. L'utilité u est une fonction concave. Nous avons pour tout montant h positif :

$$x > y \quad \Rightarrow \quad u(x+h) - u(x) \leq u(y+h) - u(y).$$

En d'autres termes, la dérivée seconde de la fonction d'utilité u est négative :

$$\frac{d^2u}{dx^2} = u''(x) \leq 0.$$

Nous retenons que l'utilité marginale est décroissante, c'est-à-dire que

$$u''(x) \leq 0.$$

Utilité espérée L'espérance mathématique de l'utilité $u(X)$, donc de l'utilité u d'une variable aléatoire X , est obtenue en appliquant la définition de l'espérance mathématique. Si X est une variable aléatoire qui représente la fortune, la valeur de cette fortune en termes d'utilité est donnée par l'utilité espérée.

Définition 3.19 (*Utilité espérée*)

L'utilité espérée d'une variable aléatoire X est donnée par

– Si X est une variable aléatoire discrète :

$$\mathbb{E}(u(X)) = \sum_{x \in \mathcal{X}} u(x) \cdot \mathbb{P}(X = x),$$

– Si X est une variable aléatoire continue :

$$\mathbb{E}(u(X)) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(x) \cdot f_X(x) dx.$$

Si v est une autre fonction d'utilité de la forme $v(x) = \alpha \cdot u(x) + \beta$ avec $\alpha > 0$, l'ordre de préférence n'est pas modifié. Ainsi, pour des variables aléatoires X et Y , nous avons la relation suivante :

$$\mathbb{E}(v(X)) > \mathbb{E}(v(Y)) \iff \mathbb{E}(u(X)) > \mathbb{E}(u(Y)).$$

La fonction d'utilité définit donc bien un ordre de préférence.

Attitude face au risque La fonction d'utilité d'un individu ou d'une entreprise reflète ses préférences. En particulier, elle intègre la notion d'attitude par rapport au risque. Nous distinguons trois types de comportement face au risque : la neutralité, l'aversion ou la préférence. Ce qui permet de classer les préférences dans ces catégories est la pente de l'utilité marginale $u'(x)$, donc $u''(x)$.

Plus précisément, un individu ou une entreprise neutre vis-à-vis du risque ($u''(x) = 0$) a une fonction d'utilité linéaire. Une aversion au risque ou attitude risquophobe est exprimée par une fonction d'utilité concave ($u''(x) < 0$), tandis qu'une préférence pour le risque ou une attitude risquophile est décrite par une fonction d'utilité convexe ($u''(x) > 0$). Nous résumons les diverses attitudes face au risque selon la forme de la représentation graphique de $u(x)$ dans le tableau 3.8.

Finalement, en nous rappelant les inégalités de Jensen vues à la section 3.3 (voir le théorème 3.1), nous déduisons des relations d'ordre entre l'utilité espérée $\mathbb{E}(u(X))$ et l'utilité de l'espérance mathématique $u(\mathbb{E}(X))$. Ces inégalités dépendent de la concavité de la fonction u , donc du signe de $u''(x)$. Dans le cas d'une aversion au risque, nous constatons que $u''(x) < 0$ et nous avons $\mathbb{E}(u(X)) < u(\mathbb{E}(X))$, donc l'utilité espérée est plus petite que l'utilité de la valeur moyenne.

Attitude	Condition	Forme de $u(x)$	Relation d'ordre
Aversion pour le risque, « risquophobe »	$u''(x) < 0$	Concave	$\mathbb{E}(u(X)) < u(\mathbb{E}(X))$
Neutralité vis-à-vis du risque	$u''(x) = 0$	Linéaire	$\mathbb{E}(u(X)) = u(\mathbb{E}(X))$
Goût pour le risque, « risquophile »	$u''(x) > 0$	Convexe	$\mathbb{E}(u(X)) > u(\mathbb{E}(X))$

Tableau 3.8 – Attitudes face au risque, formes de la représentation graphique de la fonction d'utilité et relations d'ordre entre l'utilité espérée et l'utilité de l'espérance mathématique.

Équivalent certain En théorie du risque, lorsqu'on fait face à des choix guidés par des mesures d'utilité, l'équivalent certain est un concept important. En effet, cette mesure reflète le montant que vaut une situation de certitude face à une alternative incertaine. Selon l'attitude au risque, ce montant s'éloigne significativement de l'espérance mathématique des montants en jeu dans les réalisations possibles.

À titre d'exemple, considérons l'alternative suivante : il est proposé à un agent de faire un choix entre un montant certain x et participer à une loterie où ce montant x peut augmenter à y_1 avec probabilité p et diminuer à y_2 avec probabilité $1 - p$.

Pour avoir une idée plus concrète, on peut imaginer que les montants x , y_1 et y_2 représentent une fortune ou un avoir de compte en banque.

Comment déterminer si un individu rationnel va préférer la loterie ou prendre le montant certain ? Pour ce faire, il faut déterminer l'équivalent certain de la loterie et le comparer au montant promis avec certitude. Cet équivalent certain dépendra bien évidemment des montants y_1 et y_2 et de la probabilité p , mais également du décideur. Si l'équivalent certain de la loterie est supérieur au montant proposé avec certitude, alors l'individu va préférer jouer à la loterie. Dans le cas inverse, il va préférer prendre le montant certain. Si l'équivalent certain se trouve être égal au montant offert avec certitude, il sera indifférent entre les deux alternatives.

Définition 3.20 (*Équivalent certain*)

En théorie de décision, l'équivalent certain représente le montant qu'un individu ou une entreprise serait prêt à payer ou accepterait de recevoir pour ne pas se retrouver dans une situation d'incertitude donnée.

Il s'ensuit que la valeur de l'équivalent certain correspond au montant qui rend le décideur indifférent entre les situations incertaine et certaine. Dans le cas d'une propension à payer, il s'agit du montant maximal, tandis que dans le cas d'une réception d'argent, il s'agit du montant minimal. La valeur est différente pour chaque personne ou entreprise et permet de caractériser l'attitude face au risque de l'individu ou de l'entreprise.

Équivalent certain et ticket de loterie

Imaginez que vous faites face à l'alternative suivante : « Vous possédez un ticket de loterie qui vous donne 50% de chances de gagner CHF 1 000. Combien, au minimum, devrait-on vous payer pour que vous acceptiez de le vendre ? »

Dans cette situation, vous avez le choix entre (a) une chance sur deux de gagner CHF 1 000, (b) obtenir un montant certain en vendant le ticket de loterie. L'équivalent certain est le prix auquel vous acceptez de vendre le ticket de loterie. Ce montant est individuel, il s'agit donc de « votre » équivalent certain.

Équivalent certain et prime d'assurance

Imaginez que vous faites face à l'alternative suivante : « Vous gardez et cadenassez votre nouveau vélo le matin à la gare. Il y a 5% de chances que votre vélo, valant CHF 2 000, sera volé quand vous revenez le soir. Combien, au maximum, seriez-vous prêt à payer pour contracter une assurance vol pour votre vélo ? »

Dans cette situation, vous avez le choix entre (a) une chance sur vingt de perdre votre vélo neuf d'une valeur de CHF 2000, (b) payer une prime certaine pour une assurance qui couvre la perte potentielle du vélo. L'équivalent certain est le prix auquel vous acceptez de contracter une assurance pour votre vélo. Cette propension à payer est individuelle.

Formellement, nous utilisons les variables aléatoires X et Y pour illustrer la situation certaine et la situation incertaine respectivement. Nous posons pour des réalisations $x, y_1, y_2 \in \mathbb{R}_+$ avec $y_1 > y_2$:

$$X = x \quad \text{avec certitude (probabilité 1),}$$

et

$$Y = \begin{cases} y_1 & \text{avec probabilité } p, \\ y_2 & \text{avec probabilité } 1 - p. \end{cases}$$

Nous illustrons les points y_1, y_2 , l'espérance de la loterie Y , à savoir $\mathbb{E}(Y)$, et les valeurs de l'utilité aux points y_1, y_2 et $\mathbb{E}(Y)$ pour une personne averse au risque dans le graphique de la Figure 3.15. Notons la forme concave de u correspondant à l'attitude risquophobe.

L'espérance mathématique de l'utilité $u(Y)$, c'est-à-dire l'utilité moyenne pondérée par les probabilités entre les alternatives $u(y_1)$ et $u(y_2)$, est indiquée par

$$\bar{u} = \mathbb{E}(u(Y)) = p \cdot u(y_1) + (1 - p) \cdot u(y_2).$$

C'est l'utilité associée à la loterie. Pour y_1 et y_2 données, l'équivalent certain est le montant $x = x_0$, à déterminer, qui rend le décideur indifférent entre les deux alternatives : certitude et loterie. Ce montant x_0 est tel que $u(x_0) = \bar{u}$. Formellement, l'égalité des utilités espérées donne :

$$\mathbb{E}(u(X)) = \mathbb{E}(u(Y)) \iff u(x_0) = \bar{u}.$$

Dans notre cas, ceci revient à dire que l'équivalent certain x_0 peut être déterminé par la formule suivante :

$$x_0 = u^{-1}(\bar{u}) = u^{-1}(\mathbb{E}(u(Y))) = u^{-1}[(p \cdot u(y_1) + (1 - p) \cdot u(y_2))].$$

Le graphique de la figure 3.15 illustre les relations entre l'espérance mathématique de la loterie $\mathbb{E}(Y)$ et l'équivalent certain. Tout d'abord, nous trouvons la représentation graphique d'une fonction d'utilité d'un individu ou d'une entreprise risquophobe. Ensuite, sur l'axe des abscisses, les montants y_1 et y_2 ainsi que $\mathbb{E}(Y)$ sont reportés. Le graphique illustre le cas où $p = 0.5$, ainsi $\mathbb{E}(Y)$ se trouve au milieu de y_1 et y_2 . À chacun de ces trois montants, y_1, y_2 et $\bar{y} = \mathbb{E}(Y)$, nous associons l'utilité sur l'axe des ordonnées, notée $u(y_1), u(y_2)$ respectivement $u(\bar{y}) = u(\mathbb{E}(Y))$. Nous calculons l'espérance mathématique $\bar{u} = \mathbb{E}(u(Y))$ à partir des valeurs $u(y_1)$ et $u(y_2)$. Avec $p = 0.5$, nous trouvons $\bar{u} = \mathbb{E}(u(Y))$ au milieu de $u(y_1)$ et $u(y_2)$. Finalement, nous recherchons le montant qui correspond à cette utilité moyenne

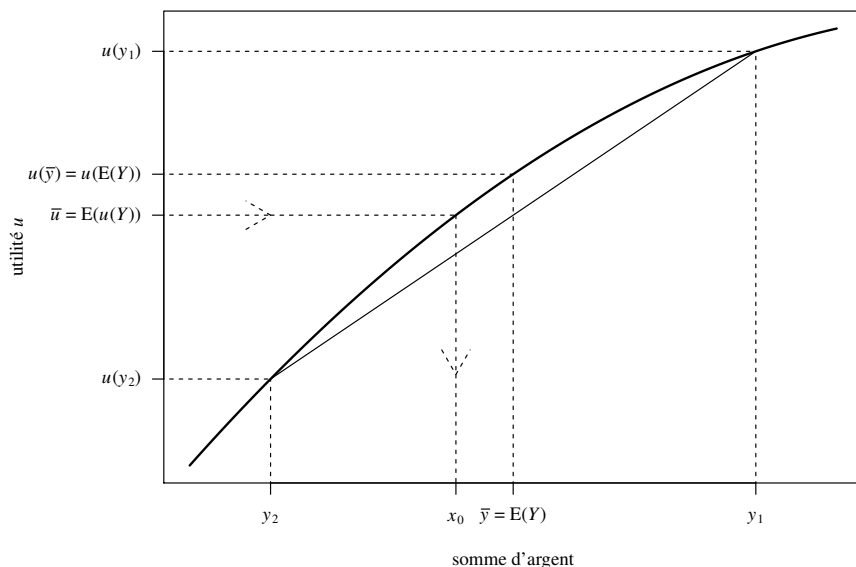


FIGURE 3.15 – Illustration de l'équivalent certain dans une attitude risquophobe.

en appliquant la fonction inverse u^{-1} . Cette étape est indiquée par les flèches sur le graphique. C'est l'équivalent certain $x_0 = u^{-1}(\bar{u}) = u^{-1}(\mathbb{E}(u(Y)))$. Nous constatons que $x_0 < \bar{y}$, une conséquence de la concavité de la fonction d'utilité.

L'équivalent certain amène à des résultats aisément interprétables. La différence entre l'espérance mathématique de la variable aléatoire $\bar{y} = \mathbb{E}(Y)$ et l'équivalent certain $x_0 = u^{-1}(\bar{u}) = u^{-1}(\mathbb{E}(u(Y)))$ nous donne une première façon d'évaluer une prime de risque. En effet, l'espérance mathématique $\mathbb{E}(Y)$ nous donne le montant espéré par un agent indifférent au risque. Lorsqu'un agent est averse au risque, l'équivalent certain est inférieur à l'espérance mathématique. En effet, l'agent donne à la loterie une valeur inférieure à l'espérance mathématique. Ainsi, on obtient une « prime de risque » positive : l'agent est prêt à abandonner une partie du montant (espérance mathématique) pour recevoir un montant avec certitude (équivalent certain). La « prime de risque » est donnée par la différence $\mathbb{E}(Y) - x_0$. Dans le cas où l'agent a une préférence face au risque, l'équivalent certain est supérieur à l'espérance mathématique et la « prime de risque » est négative : il faut payer l'agent pour qu'il ne joue pas. L'exemple d'un joueur de casino est souvent utilisé pour illustrer ce second cas. Dans le contexte de la gestion des risques et des assurances, nous sommes le plus souvent face à des agents risquophobes, prêts à investir dans des mesures pour limiter les risques. La différence $\mathbb{E}(Y) - x_0$ donne une indication de la propension à payer pour de telles mesures que nous détaillons plus loin.

Coefficient d'aversion au risque Afin de pouvoir évaluer les différences d'utilité vues plus haut, il est important de bien choisir et de correctement paramétrer la fonction d'utilité. En effet, cette dernière doit refléter l'attitude au risque. Cette attitude est souvent caractérisée par un coefficient d'aversion au risque. Dans ce qui suit, nous proposons de relier le coefficient d'aversion au risque à la fonction d'utilité. Nous illustrons l'approche dans le cas de petites variations et recourons au développement en série de Taylor.

Comme plus haut, nous prenons une situation avec alternatives certaine et incertaine que nous précisons comme suit : il est proposé à un agent de faire un choix entre un montant certain x et participer à une loterie où ce montant peut augmenter à $x + h$ avec probabilité p et diminuer à $x - h$ avec probabilité $1 - p$. Dans cet exemple, h est une constante positive. Formellement, nous décrivons l'alternative certaine par la variable X ,

$$X = x \quad \text{avec certitude (probabilité 1),}$$

et l'alternative incertaine par la variable aléatoire Y ,

$$Y = \begin{cases} x + h & \text{avec probabilité } p, \\ x - h & \text{avec probabilité } 1 - p. \end{cases}$$

Le choix de l'agent est fortement influencé par les montants x et h en jeu ainsi que par la probabilité p de gagner à la loterie. Des variations importantes h ou une probabilité faible p peuvent notamment être prohibitives. Ici, nous nous intéressons à la question suivante : quelle doit être la probabilité p de la loterie, pour x et h donnés, de sorte à ce que l'agent soit indifférent entre le montant certain x et la loterie Y ?

Pour poser ce problème, nous définissons la probabilité $p = p(x, h)$ comme fonction de x et de h et cherchons p tel que l'individu soit indifférent entre les deux alternatives, c'est-à-dire, il s'agit de trouver

$$p = p(x, h) \quad \text{tel que} \quad \mathbb{E}(u(X)) = \mathbb{E}(u(Y)).$$

Pour x et h donnés, la valeur de cette probabilité quantifie l'aversion au risque. Ainsi, plus elle est importante, plus l'aversion de l'agent est grande. En effet, pour des personnes très averses au risque, la probabilité de gagner p doit être élevée pour que la personne accepte la loterie, c'est-à-dire soit indifférente par rapport à l'alternative certaine.

Nous avons $\mathbb{E}(u(X)) = u(x)$ car $X = x$ de manière certaine. Avec la définition de l'espérance mathématique $\mathbb{E}(u(Y)) = p \cdot u(x + h) + (1 - p) \cdot u(x - h)$, la condition $\mathbb{E}(u(X)) = \mathbb{E}(u(Y))$ ci-dessus peut s'écrire :

$$u(x) = p \cdot u(x + h) + (1 - p) \cdot u(x - h).$$

En résolvant cette équation en p , il s'ensuit que

$$p = p(x, h) = \frac{u(x) - u(x - h)}{u(x + h) - u(x - h)}$$

Pour h petit, nous utilisons les développements en série de Taylor de $u(x+h)$ et $u(x-h)$:

$$u(x+h) = u(x) + \frac{h}{1!} \cdot u'(x) + \frac{h^2}{2!} \cdot u''(x) + \dots + \frac{h^n}{n!} \cdot u^{(n)}(x) + \dots,$$

$$u(x-h) = u(x) - \frac{h}{1!} \cdot u'(x) + \frac{h^2}{2!} \cdot u''(x) + \dots + (-1)^n \frac{h^n}{n!} \cdot u^{(n)}(x) + \dots,$$

et considérons les approximations de deuxième ordre suivantes :

$$u(x+h) \approx u(x) + h \cdot u'(x) + \frac{1}{2}h^2 \cdot u''(x),$$

$$u(x-h) \approx u(x) - h \cdot u'(x) + \frac{1}{2}h^2 \cdot u''(x),$$

que nous substituons dans la formule précédente de $p(x, h)$.

$$p(x, h) \approx \frac{h \cdot u'(x) - \frac{1}{2}h^2 \cdot u''(x)}{2h \cdot u'(x)} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}h \cdot \left(\frac{-u''(x)}{u'(x)} \right).$$

Afin d'interpréter ce résultat, nous introduisons la définition suivante :

Définition 3.21 (Coefficient absolu d'aversion au risque)

Le coefficient absolu d'aversion au risque $A(x)$ d'une fonction d'utilité u est défini par

$$A(x) = \frac{-u''(x)}{u'(x)} = -\frac{d}{dx} \ln(u'(x)).$$

Introduit par Pratt (1964), le coefficient $A(x)$ évalue la courbure de la fonction d'utilité normalisée par sa dérivée. Il fait le lien entre la fonction d'utilité et l'aversion au risque. C'est donc une mesure de sensibilité. Par exemple, un agent a moins d'aversion pour le risque à mesure que sa richesse augmente si et seulement si son aversion absolue d'aversion au risque diminue. En effet, une aversion pour le risque se traduit par $A(x) > 0$ car dans ce cas $u''(x) < 0$. Rappelons que le terme $u'(x)$ est positif pour toute fonction d'utilité selon l'Hypothèse 1 faite au début de la section 3.4. De manière similaire, nous avons $A(x) < 0$ en cas de préférence pour le risque car $u''(x) > 0$.

En utilisant la définition du coefficient absolu d'aversion au risque $A(x)$, le résultat pour la probabilité $p(x, h)$ s'écrit :

$$p(x, h) \approx \frac{1}{2} + \frac{1}{4}h \cdot A(x).$$

Ce résultat suscite quelques commentaires. Pour une aversion au risque nulle, nous trouvons que $p \approx 1/2$. En effet, dans ce cas l'utilité espérée et l'espérance mathématique de X et de Y sont identiques. Un agent neutre vis-à-vis du risque ne tient

pas compte des variations h dans la loterie et évalue une loterie avec des chances 50:50, comme une situation certaine de même espérance mathématique. Partant de $p \approx 1/2$, pour un agent averse au risque, donc avec une attitude caractérisée par $A(x) > 0$, nous constatons que la probabilité de gain p doit être plus grande. De même, p doit augmenter au cas où la loterie présente des variations h plus importantes, donc des pertes ou des gains potentiels plus grands. Finalement, p dépend de x à travers le coefficient absolu d'aversion au risque $A(x)$.

En général, nous classifions les fonctions d'utilité dans l'une des trois catégories suivantes, selon le coefficient absolu d'aversion au risque qui est une fonction de x :

- Si $A(x)$ est une constante, nous caractérisons la fonction d'utilité de « constant absolute risk aversion » (CARA),
- Si $A(x)$ est décroissant en x , nous qualifions la fonction d'utilité de « decreasing absolute risk aversion » (DARA),
- Si $A(x)$ est croissant en x , la fonction d'utilité est dite de type « increasing absolute risk aversion » (IARA).

Le coefficient absolu d'aversion au risque présente le désavantage de ne pas tenir compte de la richesse initiale d'un agent. Il est simple d'imaginer que des individus moins riches soient plus sensibles à des augmentations de fortune que ceux ayant déjà une fortune élevée. Le coefficient relatif d'aversion au risque $R(x)$ relève ce point. Il est défini comme suit :

Définition 3.22 (Coefficient relatif d'aversion au risque)

Le coefficient relatif d'aversion au risque $R(x)$ d'une fonction d'utilité u est défini par

$$R(x) = x \cdot A(x) = x \cdot \frac{-u''(x)}{u'(x)} = -x \cdot \frac{d}{dx} \ln(u'(x)).$$

Le coefficient relatif d'aversion au risque est proportionnel à la richesse. Nous distinguons trois familles de fonctions d'utilité :

- Si $R(x)$ est une constante, nous qualifions la fonction d'utilité de « constant relative risk aversion » (CRRA),
- Si $R(x)$ est décroissant en x , nous caractérisons la fonction d'utilité de « decreasing relative risk aversion » (DRRA),
- Si $R(x)$ est croissant en x , la fonction d'utilité est dite de type « increasing relative risk aversion » (IRRA).

Exemples de fonctions d'utilité Dans le tableau 3.9, nous donnons quelques exemples de fonctions d'utilité couramment utilisées. Ce sont les fonctions d'utilité exponentielle, de type puissance, logarithmique et quadratique. Nous présentons la définition et les coefficients absolus et relatifs d'aversion au risque qui permettent de caractériser le type de la fonction d'utilité.

En termes économiques, une fonction d'utilité exponentielle correspond à celle d'un individu modeste. Selon le choix de la valeur du paramètre λ , le niveau de « saturation » en utilité est plus ou moins rapidement atteint. En présence d'une importante fortune, une augmentation de richesse ne fait croître l'utilité que de manière infime. Nous illustrons des exemples dans la figure 3.16(a). Au contraire, une fonction d'utilité quadratique convient pour décrire un comportement du type d'« Oncle Picsou » : même en étant très riche, une fortune plus grande augmente son utilité de manière significative. Des exemples de telles fonctions sont représentés à la figure 3.16(b).

Fonction d'utilité	$u(x)$	$A(x)$	$R(x)$	Type d'utilité
Utilité exponentielle (λ, c) $\lambda \in \mathbb{R}_+^*, c \in \mathbb{R}$	$u(x) = -\exp(-\lambda \cdot x) + c$ $x \in \mathbb{R}_+$	λ	$x \cdot \lambda$	CARA, IRRA
Utilité de type puissance (γ) $\gamma \in]0; 1[\cup]1; +\infty[$	$u(x) = \frac{x^{1-\gamma}}{1-\gamma}$ $x \in \mathbb{R}_+^*$	$\frac{\gamma}{x}$	γ	DARA, CRRA
Utilité logarithmique	$\ln(x)$ $x \in \mathbb{R}_+^*$	$\frac{1}{x}$	1	DARA, CRRA
Utilité quadratique (α) $\alpha \in \mathbb{R}_+^*$	$x - \alpha \cdot x^2$ $x \in \left[0; \frac{1}{2\alpha}\right]$	$\frac{2\alpha}{1-2\alpha x}$	$\frac{2\alpha x}{1-2\alpha x}$	IARA, IRRA

Tableau 3.9 – Exemples de fonctions d'utilité.

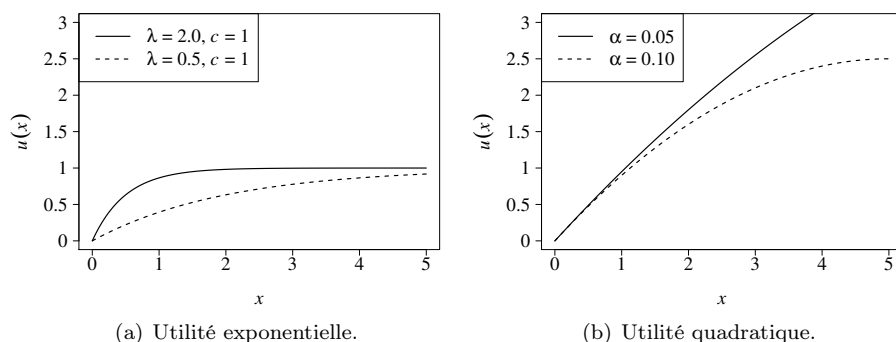


FIGURE 3.16 – Illustration des fonctions d'utilité exponentielle et quadratique.

Évaluation de la prime de risque Nous avons vu plus haut (voir la figure 3.15) que l'équivalent certain est inférieur à l'espérance mathématique : un agent risquophobe est prêt à abandonner une partie de richesse pour atteindre une situation certaine. Nous avons appelé cet écart $\mathbb{E}(Y) - x_0$ la prime de risque. Ainsi, dans le contexte de l'évaluation d'un risque avec pertes potentielles S , l'utilisation de l'utilité espérée conduit à introduire une marge de sécurité de sorte à ce que l'évaluation d'un risque ou son « étiquette de prix » π soit supérieure à son espérance mathématique : $\pi > \mathbb{E}(S)$. Les considérations suivantes approfondissent ce concept de marge de sécurité.

Dans l'évaluation d'une prime de risque, c'est-à-dire du montant (maximal) qu'on est prêt à payer pour se couvrir contre un risque, ou qu'on accepte de recevoir (au minimum) pour supporter un risque, les perspectives des deux parties impliquées sont à prendre en compte. Ceci s'illustre très bien dans le domaine des assurances. Une assurance est un contrat qui permet de couvrir un assuré contre les pertes liées à des expositions au risque définies. Les deux parties sont donc la compagnie d'assurances qui propose le contrat et l'assuré qui souscrit le contrat. Avec le contrat d'assurance, un transfert du risque de l'assuré vers l'assureur a lieu. En simplifiant la problématique et en admettant que les agents sont rationnels, un contrat entre les deux parties est possible si la prime maximale que l'assuré accepte de payer pour le contrat excède la prime minimale que l'assureur souhaite proposer. En prenant la perspective de l'assuré, la problématique se résume à calculer la prime maximale que l'assuré est prêt à payer. En prenant la perspective de l'assureur, il s'agit, à l'inverse, de calculer la prime minimale qu'il souhaite encaisser. Nous posons la définition suivante :

Définition 3.23 (Prime de risque)

La **prime de risque** π est le montant (a) qu'un agent est prêt à payer au maximum pour se couvrir contre un risque ou (b) qu'un agent accepte de recevoir au minimum pour supporter un risque.

- Situation (a) : Si u est la fonction d'utilité d'un agent (par exemple, un assuré) avec fortune initiale w face à une exposition au risque de pertes potentielles décrites par la variable aléatoire S , la prime de risque ou le montant maximal π qu'il est prêt à payer pour se couvrir est solution de l'équation

$$u(w - \pi) = \mathbb{E}(u(w - S)).$$

- Situation (b) : Si u est la fonction d'utilité d'un agent (par exemple, un assureur) avec fortune initiale w prêt à supporter une exposition au risque de pertes potentielles décrites par la variable aléatoire S , la prime de risque ou le montant minimal π qu'il est prêt à accepter pour couvrir le risque est solution de l'équation

$$u(w) = \mathbb{E}(u(w + \pi - S)).$$

En guise d'illustration et pour commenter les relations introduites dans la définition 3.23, nous commençons par analyser le *point de vue d'un assuré* qui souhaite se couvrir contre l'exposition à une perte. Supposons que le montant des pertes est décrit par la variable aléatoire S . Soit w la fortune de l'assuré et u sa fonction d'utilité. L'assuré accepte de souscrire une assurance uniquement si son utilité espérée est améliorée par le contrat. En effet, l'assuré face au risque a deux options : il peut s'assurer contre le risque en payant une prime π ou il peut ne pas s'assurer et supporter lui-même le risque. Dans le premier cas, son utilité est $u(w - \pi)$; dans le deuxième cas, son utilité est $\mathbb{E}(u(w - S))$. La prime maximale π qu'il accepte de payer est celle qui égalise l'utilité produite par les deux options, à savoir

$$u(w - \pi) = \mathbb{E}(u(w - S)).$$

Le membre de gauche représente l'utilité de l'assuré s'il souscrit une assurance. Dans ce cas, il doit payer la prime, mais n'a pas à assumer les conséquences financières S . Dans ce cas de figure, le montant d'utilité est déterministe. Le membre de droite est son utilité espérée s'il ne souscrit pas une assurance. Il doit donc puiser dans sa propre fortune pour payer les conséquences S . Comme u est fonction de la variable aléatoire S , nous devons utiliser l'espérance mathématique pour évaluer l'utilité.

Prime de risque du point de vue d'un assuré

Considérons un assuré potentiel avec une fonction d'utilité exponentielle

$$u(x) = -e^{-\gamma x},$$

une fortune initiale w et soumis à des pertes potentielles représentées par une variable aléatoire S . De son point de vue, la prime maximale acceptable π pour couvrir S doit vérifier l'équation

$$-e^{-\gamma(w-\pi)} = \mathbb{E}(-e^{-\gamma(w-S)}).$$

En résolvant cette équation, nous obtenons la prime maximale que l'assuré est prêt à payer,

$$\pi = \frac{1}{\gamma} \cdot \ln(\mathbb{E}(e^{\gamma S})).$$

Remarquons que, dans ce cas particulier, la prime π ne dépend pas de la fortune initiale w de l'assuré. Seule la fonction d'utilité exponentielle possède cette propriété.

Nous pouvons montrer que, si l'assuré est averse au risque, la prime π qu'il est prêt à payer est supérieure à l'espérance mathématique de la perte. En effet, en appliquant l'inégalité de Jensen sur le membre de droite $\mathbb{E}(u(w - S))$ de l'équation ci-dessus, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(u(w - S)) &< u(\mathbb{E}(w - S)) \\ &= u(w - \mathbb{E}(S)). \end{aligned}$$

Ainsi, en introduisant ce résultat dans l'équation que doit vérifier π , nous avons

$$u(w - \pi) < u(w - \mathbb{E}(S)).$$

De la monotonie et de la croissance de la fonction d'utilité u , nous déduisons que

$$\pi > \mathbb{E}(S).$$

La prime de risque π est supérieure à l'espérance mathématique $\mathbb{E}(S)$: la prime de risque comprend donc une marge de sécurité pour le risque.

Plaçons-nous à présent du *point de vue d'un assureur* qui couvre l'exposition aux pertes d'un individu ou d'une entreprise. Supposons, comme précédemment, que le montant des pertes est donné par la variable aléatoire S . Disons que le capital disponible de l'assureur est w et que u désigne sa fonction d'utilité. L'assureur ne consentira à couvrir le risque que si son utilité espérée est accrue ou, tout au moins, demeure inchangée suite à l'acceptation du transfert de risque. Il est donc confronté à deux alternatives, soit ne pas offrir d'assurance et, dans ce cas, sa fortune initiale demeure inchangée, soit offrir une assurance, auquel cas il perçoit une prime et couvre les dommages potentiels S . La prime minimale π qu'il exige est la solution de l'équation égalisant les deux situations évoquées

$$u(w) = \mathbb{E}(u(w + \pi - S)).$$

Le membre de gauche est l'utilité de l'assureur s'il ne couvre pas le risque. Ce terme est entièrement déterministe. Le membre de droite est son utilité espérée s'il accepte d'assurer le risque. Il reçoit alors la prime π et paie en contrepartie le montant aléatoire S .

Prime de risque du point de vue d'un assureur

Considérons un assureur avec une fonction d'utilité exponentielle

$$u(x) = -e^{-\gamma x}$$

et une fortune w . Il est prêt à couvrir les pertes S pour une prime minimale π qui vérifie

$$-e^{-\gamma w} = \mathbb{E}(-e^{-\gamma(w + \pi - S)}).$$

En résolvant cette équation, nous concluons que

$$\pi = \frac{1}{\gamma} \cdot \ln(\mathbb{E}(e^{\gamma S})).$$

Il s'agit de la même prime que nous avons obtenue précédemment dans l'application du point de vue d'un assuré. Pour l'assuré, il s'agit de la prime maximale qu'il est prêt à payer. Pour l'assureur, la prime calculée est la prime minimale qu'il compte charger à l'assuré. Dans notre application, les deux primes sont égales et un contrat d'assurance peut se réaliser. Finalement, notons qu'en pratique, la fonction d'utilité u , le paramètre γ et la fortune w ne sont pas les mêmes pour l'assuré et l'assureur.

Comme précédemment, nous pouvons montrer que la prime minimale π exigée par un assureur averse au risque est supérieure à l'espérance mathématique de la perte S qu'il couvre. Pour cela, il suffit d'appliquer l'inégalité de Jensen à $\mathbb{E}(u(w + \pi - S))$. Nous avons :

$$\begin{aligned}\mathbb{E}(u(w + \pi - S)) &< u(\mathbb{E}(w + \pi - S)) \\ &= u(w + \pi - \mathbb{E}(S)).\end{aligned}$$

Ainsi l'équation initiale définissant π devient

$$u(w) < u(w + \pi - \mathbb{E}(S)),$$

et comme la fonction d'utilité u est monotone croissante, nous concluons que

$$\pi - \mathbb{E}(S) > 0 \iff \pi > \mathbb{E}(S).$$

La prime π obtenue dans ce cas comprend bien une marge pour le risque.

Approximation de la prime pour de petits risques Le calcul de la prime de risque est intimement lié au concept d'utilité. La fonction d'utilité et les caractéristiques de l'agent et de l'exposition au risque permettent d'évaluer la prime de risque dans des cas précis. Dans ce qui suit, nous proposons de trouver une relation générale qui lie la prime de risque à l'espérance mathématique et à la variance de la perte S tout en indiquant le rôle de l'attitude au risque. Nous faisons une dérivation de la prime dans le cas de « petits risques », ce qui nous permet de recourir à des approximations. Pour cela, nous partons d'un agent (par exemple un assureur) avec une fortune w qui accepte de couvrir un risque et nous considérons l'équation que doit vérifier la prime minimale π :

$$u(w) = \mathbb{E}(u(w + \pi - S)).$$

Nous cherchons à calculer π et posons la question suivante : Quelle est la prime $\pi(z)$ à payer en contrepartie d'une couverture de $z \cdot S$, d'une fraction z de la perte S ? Nous réécrivons l'équation de la façon suivante :

$$u(w) = \mathbb{E}(u(w + \pi(z) - z \cdot S)).$$

Nous constatons que si $z = 0$, alors $\pi(0) = 0$. Ce cas est trivial, car pour $z = 0$ la perte est nulle et il n'y a pas de couverture. Dans ce qui suit, nous nous intéressons au cas où $z \rightarrow 0$, c'est-à-dire une situation où nous pouvons utiliser une approximation de $\pi(z)$ par son développement de Taylor d'ordre deux au voisinage de 0.

Si nous dérivons l'équation ci-dessus par rapport à z , nous obtenons :

$$\begin{aligned}\frac{du(w)}{dz} &= \frac{d\mathbb{E}(u(w + \pi(z) - z \cdot S))}{dz} \\ \Leftrightarrow 0 &= \mathbb{E}(u'(w + \pi(z) - z \cdot S) \cdot (\pi'(z) - S)).\end{aligned}$$

Comme la fonction d'utilité est monotone croissante en w , cette dernière équation est satisfaite uniquement si $\mathbb{E}(\pi'(z) - S) = 0$. Nous avons donc nécessairement $\pi'(z) = \mathbb{E}(S)$, $\forall z$, et en particulier, dans le cas $z = 0$, $\pi'(0) = \mathbb{E}(S)$.

Si nous dérivons l'équation une deuxième fois par rapport à z , nous obtenons :

$$\mathbb{E}(u''(w + \pi(z) - z \cdot S) \cdot (\pi'(z) - S)^2) + \mathbb{E}(u'(w + \pi(z) - z \cdot S) \cdot \pi''(z)) = 0.$$

Évaluée en $z = 0$, cette dernière équation nous donne

$$\mathbb{E}(u''(w + \pi(0)) \cdot (\pi'(0) - S)^2) + \mathbb{E}(u'(w + \pi(0)) \cdot \pi''(0)) = 0,$$

et avec $\pi(0) = 0$ et $\pi'(0) = \mathbb{E}(S)$, il en résulte :

$$\mathbb{E}(u''(w) \cdot (\mathbb{E}(S) - S)^2) + \mathbb{E}(u'(w) \cdot \pi''(0)) = 0.$$

Nous pouvons résoudre cette dernière équation pour $\pi''(0)$ et nous avons :

$$\pi''(0) = -\frac{u''(w)}{u'(w)} \cdot \mathbb{E}((S - \mathbb{E}(S))^2).$$

Pour des petites valeurs de z , nous introduisons l'approximation de π par son développement de Taylor d'ordre deux au voisinage de zéro :

$$\pi(z) = \pi(0 + z) \approx \pi(0) + \frac{z}{1!} \cdot \pi'(0) + \frac{z^2}{2!} \cdot \pi''(0).$$

Avec les résultats qui précèdent, $\pi(0) = 0$, $\pi'(0) = \mathbb{E}(S)$ et $\pi''(0) = -\frac{u''(w)}{u'(w)} \cdot \mathbb{E}((S - \mathbb{E}(S))^2)$, il s'ensuit :

$$\begin{aligned} \pi(z) &\approx \mathbb{E}(S) \cdot z - \frac{1}{2} \cdot \frac{u''(w)}{u'(w)} \mathbb{E}((S - \mathbb{E}(S))^2) \cdot z^2 \\ &\approx \mathbb{E}(z \cdot S) + \frac{1}{2} A(w) \cdot \text{Var}(z \cdot S), \end{aligned}$$

où $A(x)$ est le coefficient absolu d'aversion au risque introduit dans la définition 3.21.

Si nous posons $X = z \cdot S$, alors la variable aléatoire X est la perte associée à un petit risque. Nous concluons que, pour ce type de risque, la prime de risque notée π_X est approximativement :

$$\pi_X \approx \mathbb{E}(X) + \frac{1}{2} A(w) \cdot \text{Var}(X).$$

La prime de risque revient essentiellement à l'espérance mathématique de X à laquelle nous ajoutons une marge pour le risque. Cette marge est proportionnelle à la variance de X mais dépend aussi de l'aversion au risque. Plus cette dernière est importante, plus la marge pour le risque est grande. Cette approximation, valide

pour les petits risques, met en évidence le rôle de la variabilité de la perte S , ici la variance, dans la détermination de la prime.

En général, en présence d'un agent risquophobe qui couvre une exposition au risque avec perte potentielle S , on pose souvent

$$\pi \approx \mathbb{E}(S) + \alpha \cdot \text{Var}(S), \quad \alpha \in \mathbb{R}_+.$$

Dans cette approche, on a bien $\pi \geq \mathbb{E}(S)$ et on considère que la marge de sécurité est proportionnelle à la variance de la perte. Deux paramètres interviennent alors dans l'évaluation et dans la détermination de α : ce sont la *capacité financière* de celui qui doit supporter la perte et son *attitude individuelle* en relation avec le risque, donc l'aversion au risque. Nous retrouvons ces éléments, – fortune w et coefficient d'aversion au risque A , – dans le résultat que nous venons de dériver pour de petits risques.

3.5 Principes d'évaluation des risques

L'évaluation d'un risque consiste à transformer une exposition à un risque en une valeur (pécuniaire). Plus particulièrement, l'objectif est de définir un critère permettant d'évaluer les pertes potentielles résultant d'une exposition au risque et décrites par une variable aléatoire. Un tel critère doit permettre de comparer différentes expositions au risque, d'analyser l'impact de différentes techniques de gestion du risque et de choisir quelle technique est la plus appropriée dans une situation donnée.

Différents critères pour évaluer les risques sont disponibles : ce sont des principes basés, par exemple, sur l'espérance mathématique, sur l'utilité espérée ou encore sur la valeur à risque. Le plus souvent, l'utilisation d'un critère d'évaluation est nécessaire afin de faire un choix. Chaque individu ou entreprise est amené à agir selon son attitude par rapport à la prise de risque et selon la situation. Dans de nombreux cas, il n'y a pas de « bon » ou de « mauvais » choix.

Évaluation situationnelle du risque

Nous proposons d'évaluer nos préférences dans les situations suivantes :

- *Situation 1* : Faire un choix entre
 - (a) un profit de CHF 30 000 avec une probabilité de 25%,
 - (b) un profit de CHF 45 000 avec une probabilité de 20%.
- *Situation 2* : Faire un choix entre
 - (a) un gain de CHF 50 000 avec une probabilité de 80%,
 - (b) un gain de CHF 30 000 avec une probabilité de 100%.

Dans la situation 1, certains sont attirés par le profit plus élevé de l'option (b), d'autres se concentrent sur la probabilité plus élevée de 5 points de pourcentage d'avoir un profit dans (a). Les plus matheux disent que la valeur espérée

dans (a) est de CHF 7500, tandis que celle de (b) est de CHF 9000. Dans la situation 2, les mêmes personnes qui font des calculs trouveront une valeur de CHF 40000 pour (a) et de CHF 30000 pour (b), et, malgré ce résultat, préfèrent peut-être l'option (b) car il y a un gain certain.

Utilisons-nous les mêmes critères lorsqu'il s'agit de pertes ?

- *Situation 3* : Faire un choix entre
 - (a) une perte de CHF 50000 avec une probabilité de 80%,
 - (b) une perte de CHF 30000 avec une probabilité de 100%.

Dans ce cas, malgré la valeur espérée d'une perte plus élevée, certains choisiront l'option (a), espérant profiter de la probabilité de 20% de ne pas avoir de perte.

D'autres situations peuvent se présenter comme suit :

- *Situation 4* : Imaginez avoir payé CHF 50 un ticket pour visiter un concert. Au moment d'entrer, vous ne pouvez plus retrouver votre ticket. Achèteriez-vous un nouveau ticket ?
- *Situation 5* : Pour le même concert : imaginez qu'au moment d'acheter le ticket d'entrée vous constatez avoir perdu un billet de CHF 50 sur votre chemin. Allez-vous toujours acheter un ticket au prix de CHF 50 ?

Les deux derniers exemples mettent en avant à quel point l'évaluation est subjective et demande une étude dans le contexte de l'utilité. La réponse dépend de la situation et est peut-être influencée par la ou les personnes qui vous accompagnent au concert.

Afin d'évaluer les risques, nous étudions différents critères d'évaluation. Ainsi, donner une valeur économique à un risque fait référence à ce qu'on appelle un principe d'évaluation des risques qui peut être défini comme suit :

Définition 3.24 (*Principe d'évaluation d'un risque*)

Un **principe d'évaluation d'un risque** est une application qui, à la variable aléatoire S décrivant les pertes associées à une exposition au risque, fait correspondre un nombre réel déterministe $\Pi(S)$,

$$S \mapsto \Pi(S).$$

Un principe d'évaluation des risques est donc une fonction qui, à chaque variable aléatoire S qui représente la perte conséquente à une exposition au risque, fait correspondre un nombre déterministe réel $\Pi(S)$. Dans les parties suivantes, nous détaillons certaines des fonctions d'évaluation les plus utilisées.

Critère de l'espérance mathématique L'idée première derrière l'utilisation du critère de l'espérance mathématique est d'évaluer la perte représentée par la variable aléatoire S . Sur la base de ce critère, une exposition au risque sera d'autant plus crainte que l'espérance mathématique de sa perte sera plus élevée. Le concept consiste à associer à chaque variable aléatoire S un nombre déterministe $\mathbb{E}(S)$ permettant de la mesurer. Le fait de mesurer un risque par son espérance mathématique est appelé le principe d'équivalence.

Définition 3.25 (Principe d'équivalence)

Le principe d'équivalence est un principe d'évaluation du risque qui, à la variable aléatoire S décrivant les pertes associées à une exposition au risque, fait correspondre son espérance mathématique $\mathbb{E}(S)$,

$$S \mapsto \mathbb{E}(S).$$

Le principe d'équivalence est un cas particulier d'un principe d'évaluation des risques pour lequel

$$\Pi(S) = \mathbb{E}(S).$$

Ce critère est purement économique et comporte certaines lacunes. Une première critique peut s'illustrer en considérant la variable aléatoire S ayant la fonction de masse suivante :

$$\mathbb{P}_S(S = s) = \begin{cases} 0.5 & \text{pour } s = -1, \\ 0.5 & \text{pour } s = +1. \end{cases}$$

L'espérance mathématique $\mathbb{E}(S)$ de la variable aléatoire S est égale à 0. Nous pouvons interpréter S comme le résultat d'un jeu de pile ou face, dans lequel le joueur reçoit un s'il obtient face et perd un s'il obtient pile. Le gain espéré pour ce jeu est nul. Si les sommes étaient libellées en francs, il est probable que plusieurs personnes accepteraient de jouer.

Imaginons à présent le cas où les lots ou les pertes ne sont pas de CHF 1 mais de CHF 1 000. L'espérance mathématique n'a pas changé par rapport au cas précédent, pourtant un nombre bien inférieur de personnes seraient prêtes à jouer. Pour la plupart des gens, ces deux jeux sont très différents. Perdre ou gagner un franc est sans conséquence sur le bien-être, alors que, même si gagner mille francs est fort agréable, une perte de mille francs peut avoir des conséquences négatives importantes. Nous concluons que le principe d'équivalence ne permet donc pas de distinguer le *niveau de risque* de deux situations où l'espérance mathématique est la même.

La seconde lacune peut être relevée à travers le paradoxe de Saint-Petersbourg.

Paradoxe de Saint-Pétersbourg

Considérons le jeu de pile ou face suivant entre un joueur et une banque. Dans ce jeu, qu'on veut à somme nulle, le joueur parie une mise initiale. La banque encaisse la mise du joueur. Une pièce de monnaie est alors lancée. Si face apparaît, la banque paie un franc au joueur et le jeu s'arrête. Dans le cas contraire, la pièce est lancée une nouvelle fois. Si face apparaît au 2^e tour, la banque paie deux francs au joueur. S'il y a un 3^e tour, le gain est de quatre francs, et ainsi de suite. Ainsi, si face apparaît pour la première fois au n^{e} lancer, la banque paie 2^{n-1} francs au joueur.

La question suivante se pose : Quelle est la mise initiale du joueur pour que le jeu soit équitable, c'est-à-dire pour que ni la banque ni le joueur ne soient avantagés par le jeu ?

L'évaluation de la réponse revient à déterminer le gain moyen espéré du joueur. Ainsi, pour que le jeu soit équitable, la mise initiale du joueur doit être égale à l'espérance mathématique du gain. Pour répondre à la question, il convient de sommer les gains (1, 2, 4, ...) pondérés avec leurs probabilités d'occurrence respectives ($1/2, 1/4, 1/8, \dots$) :

$$\mathbb{E}(\text{gain}) = \frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{4} \cdot 2 + \frac{1}{8} \cdot 4 + \dots = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{2^n} \cdot 2^{n-1} = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{2} = +\infty.$$

Pour que le jeu soit équitable, la mise initiale doit être infinie, sinon le jeu est favorable pour le joueur. Ainsi, si seulement le gain importait, il serait rationnel de miser toute sa fortune (finie) dans ce jeu qui offre un gain infini (donc supérieur). Or, en pratique, peu de personnes sont prêtes à jouer au jeu.

Comment se fait-il que les individus refusent de jouer tout leur argent alors que l'espérance de gain est infinie dans le jeu du paradoxe de Saint-Pétersbourg ? Nous pouvons relever deux réponses potentielles. Premièrement, les individus ont des préférences en matière de risque. Dans la majorité des cas, ils éprouvent une aversion au risque et sont donc moins prêts à miser leur argent. Deuxièmement, une évaluation basée sur l'espérance mathématique, même si le calcul formel est compris, n'est pas satisfaisante car des facteurs personnels sont exclus.

Ce paradoxe a été relevé pour la première fois par le mathématicien Daniel Bernoulli (Bernoulli, 1954). En 1713, il réalise que la mesure du risque n'est pas suffisante et que l'évaluation des préférences individuelles joue un rôle important dans la prise de décision. Il en conclut que les personnes accordent à une somme d'argent une valeur différente de sa valeur numérique, une sorte de *valeur morale* dépendant de différents facteurs dont leur fortune personnelle et leur aversion pour le risque.

Ces constatations sur le niveau de risque et la valeur morale ont été faites il y a plus de trois cents ans quand ces questions étaient discutées dans le contexte de jeux de cartes, de dés et de pile ou face. En conclusion, nous définissons ci-dessous un autre principe d'évaluation du risque qui intègre la notion d'utilité.

Critère de l'utilité espérée Face au constat de l'inefficacité et insatisfait du principe d'équivalence pour l'évaluation de certaines situations, Bernoulli développa, en 1632, les bases de la théorie de l'utilité qui prend en compte les attitudes des individus face au risque. Nous allons à présent considérer un critère basé sur le concept d'utilité qui permet de définir une valeur déterministe $\Pi(S)$ pour la perte aléatoire S . C'est l'utilité espérée qui nous permet d'introduire le critère de l'utilité espérée :

Définition 3.26 (*Critère de l'utilité espérée*)

Le critère de l'utilité espérée est un principe d'évaluation du risque qui, à la variable aléatoire S décrivant les pertes associées à une exposition au risque, fait correspondre son utilité espérée $\mathbb{E}(u(S))$,

$$S \mapsto \mathbb{E}(u(S)).$$

Nous avons vu que la fonction d'utilité définit un ordre de préférence (voir la section 3.4). Ainsi, si X et Y désignent deux variables aléatoires représentant des fortunes, le critère de l'utilité espérée veut que X soit préférée à Y si $\mathbb{E}(u(X)) > \mathbb{E}(u(Y))$. Le critère permet donc bien d'ordonner les préférences d'une personne faisant face à des alternatives avec issues incertaines que nous représentons par des variables aléatoires.

Théories économiques normatives et comportementales

Aujourd'hui encore, les modèles économiques possèdent souvent un caractère normatif donnant une évaluation absolue et fournissent des indices pour le comportement rationnel. Ils décrivent comment le monde devrait être et cherchent à répondre à la question « comment devrions-nous agir dans des situations à risque? ».

L'espérance mathématique ou encore l'utilité espérée sont des critères à caractère normatif. Il s'agit d'une évaluation dite absolue. Dans le cas de l'utilité, la mesure inclut l'attitude individuelle par rapport au risque car les valeurs de fortune ou de gain sont transformées en quantités d'utilité. De ce fait, si la personne est rationnelle, il est certain qu'elle choisira l'alternative qui maximise son utilité espérée.

Les préférences de risque, l'aversion au risque en particulier, et l'évaluation des risques sont reflétées dans de nombreux phénomènes empiriques :

- Existence de taux d'intérêt positifs qui offrent un rendement pour un investissement risqué,
- Primes de risque plus grandes que la perte attendue,
- Jeux avec prime, donc des jeux où la mise est supérieure à la récupération espérée pour les participants.

Ces théories font face à la recherche plus récente de l'économie comportementale, « behavioral economics » en anglais, qui met l'accent sur la mesure des risques empiriquement observables et l'évaluation des risques par les individus. Dans ce cas, les théories tentent de décrire comment les gens se comportent dans la réalité. Toutefois, les deux approches sont importantes et l'économie comportementale ne remplacera pas la théorie normative.

Critère de la valeur à risque (VaR) Les critères considérés précédemment permettent de définir la valeur déterministe ou le « prix » d'une perte aléatoire. Une autre approche consiste à déterminer le capital nécessaire pour qu'une perte aléatoire ne mette pas en danger la survie de l'entreprise. Ce concept est en particulier utilisé dans la pratique prudentielle des institutions financières qui font référence à la probabilité de ruine. Dans notre contexte, ce concept s'intéresse aux situations où la perte potentielle d'une exposition au risque peut dépasser la fortune disponible.

Considérons une variable aléatoire S qui représente la perte correspondant à une exposition au risque. Pour évaluer la valeur à risque, il s'agit de choisir un niveau de confiance ou une probabilité de ruine jugée acceptable. Pour un agent avec un capital disponible w , la probabilité de ruine liée à l'exposition au risque considérée est la probabilité que la perte S dépasse la fortune w , donc $\mathbb{P}(S > w)$.

Nous notons le niveau de confiance α respectivement la probabilité de ruine $1 - \alpha$. Typiquement, le paramètre α prend des valeurs proches de 1, par exemple 0.95, 0.99 ou 0.995, correspondant à un niveau de confiance élevé (95%, 99% ou 99.5%) et une probabilité de ruine faible (5%, 1% ou 0.5%). La valeur à risque est alors le capital w tel que la probabilité de ruine $\mathbb{P}(S > w)$ est égale à $1 - \alpha$, donc $\mathbb{P}(S > w) = 1 - \alpha$.

Définition 3.27 (Valeur à risque)

La **valeur à risque** de niveau α d'une perte potentielle S , notée $\text{VaR}_\alpha(S)$, est le montant de capital minimal dont un agent doit disposer pour couvrir la perte potentielle avec une probabilité égale à α . En d'autres mots, c'est le capital minimal nécessaire pour que la probabilité de ruine soit égale à $1 - \alpha$. Ce capital est donné par

– Si S est une variable aléatoire continue :

$$\text{VaR}_\alpha(S) \text{ tel que } \mathbb{P}(S > \text{VaR}_\alpha(S)) = 1 - \alpha,$$

– Si S est une variable aléatoire discrète :

$$\text{VaR}_\alpha(S) = \inf\{x \mid \mathbb{P}(S > x) \leq 1 - \alpha\}.$$

Ainsi, nous identifions par $w = \text{VaR}_\alpha(S)$ le niveau de capital minimal dont une entreprise doit disposer pour couvrir une perte potentielle S avec une probabilité égale à α . De la même manière, nous pouvons dire que la probabilité de ruine est alors égale à $1 - \alpha$. Si le capital disponible w est supérieur à $\text{VaR}_\alpha(S)$, le niveau de confiance est supérieur à α et la probabilité de ruine est inférieure à $1 - \alpha$. Le graphique de la figure 3.17 illustre la valeur à risque de niveau $\alpha = 95\%$ d'une perte potentielle S associée à une exposition à un risque spéculatif et décrite par la loi normale standard. L'espérance mathématique de S est nulle. Dans cet exemple, la valeur à risque correspond approximativement à 1.65. La probabilité cumulée des pertes supérieures à la valeur à risque de niveau 95% est égale à 5% (fond gris).

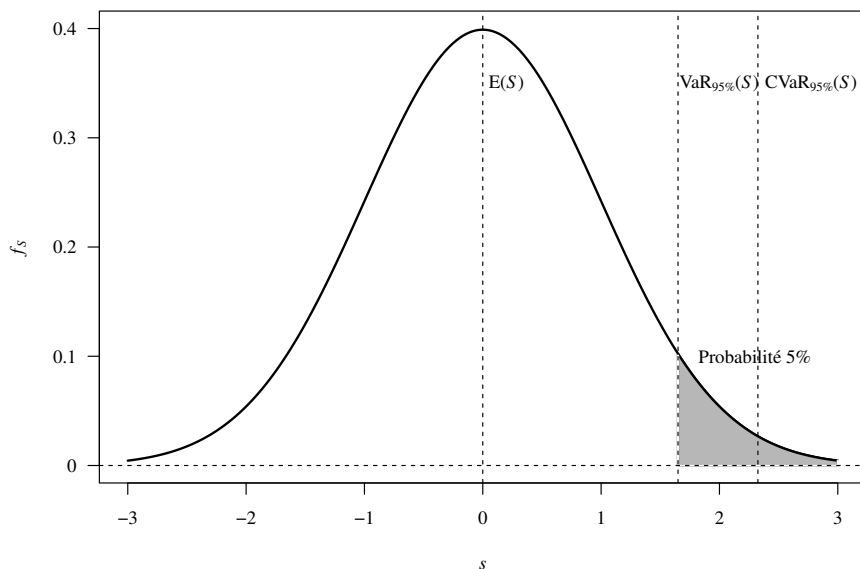
Deux expositions au risque peuvent être comparées en calculant pour chacune le capital nécessaire par la valeur à risque d'un même niveau α . L'exposition qui requiert le moins de capital est celle qui est préférable.

Définition 3.28 (Critère de la valeur à risque)

Le **critère de la valeur à risque** est un principe d'évaluation du risque qui, à la variable aléatoire S décrivant les pertes associées à une exposition au risque, fait correspondre sa valeur à risque de niveau α , $\text{VaR}_\alpha(S)$,

$$S \mapsto \text{VaR}_\alpha(S).$$

Étudions à présent le cas particulier d'une variable aléatoire S suivant une loi de distribution normale d'espérance mathématique $\mathbb{E}(S)$ et d'écart-type $\sigma(S)$. Dans



Note : Les valeurs positives de S sont associées à une perte effective.

FIGURE 3.17 – Illustration de la valeur à risque et de la valeur à risque conditionnelle de niveau $\alpha = 95\%$ d’une perte potentielle S associée à une exposition à un risque spéculatif et décrite par la loi normale standard (adapté de McNeil et al., 2015, figure 2.2).

ce cas, nous avons

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(S > VaR_{\alpha}(S)) &= \mathbb{P}\left(\frac{S - \mathbb{E}(S)}{\sigma(S)} > \frac{VaR_{\alpha}(S) - \mathbb{E}(S)}{\sigma(S)}\right) \\ &= \mathbb{P}\left(Z > \frac{VaR_{\alpha}(S) - \mathbb{E}(S)}{\sigma(S)}\right), \end{aligned}$$

où Z suit une loi normale standard (voir la section 3.3). Alors

$$\mathbb{P}(S > VaR_{\alpha}(S)) = 1 - \alpha \iff \mathbb{P}\left(Z < \frac{VaR_{\alpha}(S) - \mathbb{E}(S)}{\sigma(S)}\right) = \alpha.$$

Nous en déduisons que

$$VaR_{\alpha}(S) = \mathbb{E}(S) + c_{\alpha} \cdot \sigma(S),$$

où c_{α} est le quantile de la distribution normale standard correspondant à α , c’est-à-dire c_{α} est tel que $\mathbb{P}(W > c_{\alpha}) = 1 - \alpha$ pour une variable aléatoire W de distribution normale standard.

Dans le cas d'une distribution normale de la perte S , l'évaluation du risque est donnée par l'espérance mathématique à laquelle nous ajoutons une marge proportionnelle à son écart-type. Cette formule rappelle le résultat obtenu pour la prime de risque à la section 3.4. La marge était alors proportionnelle à la variance de S . Notons que dans le cas d'une distribution quelconque de la perte aléatoire S , cette formule pour $\text{VaR}_\alpha(S)$, valable pour une perte distribuée normalement, ne sera au mieux qu'une approximation plus ou moins précise.

Deux critiques sont souvent adressées à la notion de valeur à risque. Premièrement, la valeur à risque ne tient pas compte de la sévérité de l'excédent de perte potentielle $(S - \text{VaR}_\alpha(S))^+$: il s'agit du montant dont la perte potentielle dépasse la valeur à risque. Cet excédent peut être important, prendre des valeurs extrêmes et doit être considéré lors de l'appréciation d'un risque.

Deuxièmement, la valeur à risque n'est pas une mesure cohérente du risque et fusionner deux portefeuilles ne réduit pas forcément le risque. En effet, il faut se rendre compte qu'il y a des distributions de pertes S_1 et S_2 liées à deux risques différents pour lesquelles $\text{VaR}_\alpha(S_1 + S_2) > \text{VaR}_\alpha(S_1) + \text{VaR}_\alpha(S_2)$. Dans ce cas, en considérant les risques séparément, le capital nécessaire pour atteindre un certain niveau de sécurité serait moindre. Ceci est incohérent, en particulier, lorsqu'une institution financière calcule le capital prudentiel nécessaire pour couvrir ses risques. La valeur à risque donne des résultats incohérents car l'entité considérée aurait intérêt à morceler ses risques pour avoir une exigence de capital total inférieure au capital nécessaire pour couvrir globalement l'ensemble des risques.

Bien que la valeur à risque soit l'une des mesures privilégiées aujourd'hui, elle est donc loin d'être sans failles. Aux problématiques évoquées ci-dessus s'ajoute le fait qu'elle indique la perte minimale à laquelle nous pouvons nous attendre sur une certaine période pour une probabilité donnée. En d'autres mots, elle ne permet pas d'évaluer un ensemble de risques combinés. Une meilleure mesure est la valeur à risque conditionnelle, la perte moyenne subie si les choses vont effectivement mal (Rockinger, 2012).

Critère de la valeur à risque conditionnelle (CVaR) À travers les principes précédents, nous avons vu que le choix du principe d'évaluation amène chaque fois ses propres caractéristiques et critiques. La manière dont nous déterminons le risque est cruciale. Même si la valeur à risque (voir la définition 3.27) est la mesure privilégiée aujourd'hui, elle n'est pas parfaite. Elle indique la perte minimale à laquelle on peut s'attendre sur une certaine période pour une probabilité donnée. Mais elle ne tient pas compte des pertes plus importantes, des fois extrêmes, qu'une exposition au risque amène.

Une meilleure mesure, mais moins populaire, est la valeur à risque conditionnelle ou déficit prévu (« expected shortfall ») qui revient à évaluer la perte moyenne subie au-delà d'un niveau donné. La valeur à risque conditionnelle est une seconde mesure du capital nécessaire pour s'assurer qu'une perte aléatoire ne mette pas en danger la sécurité financière d'une entreprise. C'est la mesure préconisée dans le

test de solvabilité pour les compagnies d'assurances en Suisse. Formellement, nous définissons cette mesure comme suit :

Définition 3.29 (Valeur à risque conditionnelle)

La **valeur à risque conditionnelle** de niveau α d'une perte potentielle S , noté $\text{CVaR}_\alpha(S)$, est l'espérance conditionnelle de la perte potentielle S , c'est-à-dire l'espérance mathématique de S sous la condition que S dépasse la valeur à risque de niveau α , donc $\text{VaR}_\alpha(S)$. Formellement,

$$\text{CVaR}_\alpha(S) = \mathbb{E}(S | S > \text{VaR}_\alpha(S)).$$

Le concept est essentiellement théorique. Pour calculer cette espérance mathématique, il faut connaître la distribution exacte S de la perte potentielle, en particulier la queue de distribution. Ce n'est pratiquement jamais le cas dans la réalité, parce que la queue de la distribution correspond à des événements (extrêmement) rares et pour lesquels il n'existe que très peu d'observations. Nous illustrons graphiquement la valeur à risque conditionnelle de niveau $\alpha = 95\%$ d'une perte potentielle S de loi normale standard dans la figure 3.17. La valeur à risque conditionnelle correspond à l'espérance mathématique des réalisations de pertes supérieures à la valeur à risque (fond gris). Dans cet exemple, elle est approximativement égale à 2.33.

Nous définissons le critère de la valeur à risque conditionnelle comme suit :

Définition 3.30 (Critère de la valeur à risque conditionnelle)

Le **critère de la valeur à risque conditionnelle** est un principe d'évaluation du risque qui, à la variable aléatoire S décrivant les pertes associées à une exposition au risque, fait correspondre sa valeur à risque conditionnelle de niveau α , $\text{CVaR}_\alpha(S)$,

$$S \mapsto \text{CVaR}_\alpha(S).$$

Comme pour la valeur à risque, une exposition au risque est préférable si les pertes potentielles associées minimisent la valeur à risque conditionnelle.

Autres critères En gestion du risque, en sciences actuarielles et en économie financière, une mesure de risque peut être définie de différentes manières pour autant qu'elle présente un certain nombre de propriétés. Pour clarifier le concept, ces caractéristiques peuvent être étudiées et décrites théoriquement. Souvent on exige que la mesure de risque soit cohérente, c'est-à-dire qu'elle vérifie des propriétés de monotonie (un ensemble d'expositions au risque avec des pertes moindres qu'un autre ensemble est moins risqué), d'invariance par translation (ajouter du capital sûr diminue le risque du même montant), d'homogénéité (doubler l'ensemble des

expositions signifie doubler le risque) et de sous-additivité (deux ensembles d'expositions au risque pris ensemble ne peuvent être plus risqués que chaque ensemble pris séparément). En théorie, un grand nombre de mesures de risque et de critères d'évaluation peuvent être imaginés.

En pratique, des mesures telles que la perte maximale possible (« possible maximal loss ») et la perte maximale espérée (« expected maximal loss ») ou probable (« probable maximal loss »), viennent compléter la palette des mesures évoquées sur lesquelles des critères peuvent être construits. Nous retenons les définitions suivantes :

Définition 3.31 (*Perte maximale possible, espérée et probable*)

- La **perte maximale possible** désigne le montant maximal de la perte potentielle.
- La **perte maximale espérée** ou **perte maximale probable** désigne le montant probable de la perte potentielle.

Par exemple, considérons les différents bâtiments et les installations d'une usine sur le site d'une entreprise qui sont soumis au risque d'un incendie. Supposons que l'entreprise a mis en place un système pour diminuer l'envergure d'un incendie, notamment en construisant les bâtiments bien espacés l'un de l'autre et en installant des portes coupe-feu à l'intérieur. Dans ces circonstances, la destruction totale de tous les bâtiments et de toutes les installations est théoriquement possible, mais peut être pratiquement exclue. La perte maximale possible fait référence au montant des pertes correspondant à une destruction totale du site, c'est le montant maximal. La perte maximale espérée fait référence à un montant bien plus bas et correspond à la perte la plus probable.

Finalement, on trouve aussi la « worst conditional expectation » qui peut être considérée comme une interprétation pratique de la valeur à risque conditionnelle (« expected shortfall »). La méthode consiste à sélectionner un certain nombre de scénarios A qui peuvent se réaliser avec une probabilité supérieure ou égale à un niveau α donné et à évaluer le risque en prenant le maximum des espérances mathématiques de la perte correspondant à chacun des scénarios retenus.

Définition 3.32 (« *Worst conditional expectation* »)

La « **worst conditional expectation** » de niveau α d'une perte potentielle S , notée $WCE_\alpha(S)$, est le supremum des espérances conditionnelles de la perte potentielle S sur des scénarios A . Le supremum est pris sur tous les scénarios A qui ont une probabilité de se réaliser supérieure ou égale à α . Formellement,

$$WCE_\alpha(S) = \sup\{\mathbb{E}(S|A) | \mathbb{P}(A) > \alpha\}.$$

En particulier, il s'agit d'une définition plus formelle et plus précise de la perte maximale espérée mentionnée plus haut. En pratique, le gestionnaire des risques élabore plusieurs scénarios A_1, \dots, A_n et ne retient que ceux qui ont une probabilité d'occurrence supérieure ou égale à un niveau choisi. Sur ces scénarios, il calcule l'espérance conditionnelle $\mathbb{E}(S|A_j)$ de la perte potentielle S . Enfin, il garde la valeur la plus élevée pour valeur de la « worst conditional expectation ».

On peut résumer l'inventaire des critères d'évaluation des risques considérés de la manière suivante. Premièrement, pour des agents risquophobes, l'évaluation d'un risque est supérieure à son espérance mathématique. Chacun des concepts conduit à considérer une marge de sécurité. En première analyse, cette marge de sécurité est proportionnelle à un paramètre mesurant la variabilité de la perte, par exemple la variance ou l'écart-type. Ensuite, deux éléments spécifiques de l'entité devant financer ces risques interviennent dans l'évaluation (voir aussi la fin de la section 3.4). Tout d'abord, la *capacité financière* de cette organisation représentée par son capital. Ensuite, son comportement subjectif ou *attitude individuelle* face au risque, comportement quantifié suivant les modèles mathématiques par l'aversion au risque ou la probabilité de ruine tolérée. Ces deux derniers éléments sont les mêmes pour évaluer tous les risques que subit l'entité en question. Nous en concluons qu'il n'existe pas une évaluation objective d'un risque, mais que cette évaluation dépend d'éléments subjectifs, propres à l'entité qui doit le financer.

Gestion du risque

La gestion du risque, « risk management » en anglais, vise à limiter l'occurrence d'événements défavorables et à minimiser les conséquences lorsqu'ils se produisent. Les conséquences négatives peuvent être considérées à différents niveaux, par exemple le nombre de victimes et le coût des dommages. Il est essentiel d'intégrer tous les types de valeurs exposées au risque (voir la section 2.7) afin d'estimer correctement les conséquences. La gestion du risque ne permet pas d'éviter tous les risques. Par exemple, le décès d'une personne arrivera tôt ou tard et, dans ce contexte, la gestion des risques amène à vivre sainement. D'autre part, il est possible d'assurer les proches contre les conséquences financières du décès. Dans la même optique, même s'il est parfois impossible d'empêcher le vol d'une voiture, des mesures de prévention permettent d'en réduire l'occurrence et font partie intégrante de la gestion des risques.

À la section 4.1, nous donnons une définition du terme gestion du risque. Nous discutons les objectifs d'un programme de gestion du risque et en définissons les processus. Ensuite, nous illustrons les différentes étapes du processus qui incluent l'identification et l'analyse des expositions au risque (voir la section 4.2), l'étude des techniques applicables (voir la section 4.3), le choix des techniques les plus appropriées (voir la section 4.4), l'implémentation des mesures (voir la section 4.5) et le contrôle des résultats (voir la section 4.6). Dans la présentation des techniques, nous exposons des détails sur le transfert alternatif du risque et, dans les parties d'implémentation et de contrôle, nous analysons l'organisation, le modèle des trois lignes de défense et la culture du risque. Nous terminons l'exposé avec une application dans le contexte de la gestion des cyber-risques (voir la section 4.7).

4.1 Définition et objectifs de la gestion du risque

Activités et définition Le point de départ du concept de la gestion du risque est une volonté de planification, de prévision et de gestion des risques pertinents pour un individu ou une entreprise. Ces agents sont sujets à de l'incertitude par rapport à des catastrophes naturelles, à la bourse, aux réformes fiscales et aux accidents et maladies par exemple. Dans une entreprise, le cadre de la gestion du risque comprend les concepts d'incertitude et de degré de risque, mais également ceux d'information, de communication et de valeur d'actionnariat. Ces éléments influencent la valeur de l'entreprise à travers les parties prenantes, « stakeholders » en anglais. Les parties prenantes comprennent toutes les entités susceptibles d'affecter les activités de l'entreprise ou d'être affectées par les décisions qui sont prises. Ce sont, par exemple, les créanciers, le personnel, les fournisseurs et les consommateurs. Les facteurs prix et primes de risque qui sont exigés par ces parties ont un impact important, sur la valeur d'une entreprise notamment.

Les domaines d'activités liés à la gestion du risque au sein d'une entreprise sont, entre autres, l'assistance dans l'identification des risques, la mise en oeuvre de programmes de prévention et de limitation des pertes en évitant et en contrôlant les risques, la formation quant aux activités de gestion du risque, la surveillance de la conformité avec les directives légales, le développement de différentes manières de gérer, financer et transférer les risques, la conception des produits et le traitement des sinistres. Ainsi, une entreprise peut avoir des objectifs de différents ordres dont, par exemple, le profit, la croissance ou le service public. Pour atteindre ces objectifs, l'entité doit tout d'abord satisfaire une priorité essentielle qui est d'être capable de survivre, même dans le cas d'évènements défavorables.

Une définition courte de la gestion du risque pourrait donc énoncer qu'il s'agit d'un processus de management et de prise de décision ayant comme fonction de minimiser, à un prix raisonnable, les conséquences d'évènements défavorables mettant en danger les objectifs de l'organisation. La gestion du risque a un aspect double : c'est à la fois un *processus de gestion* et un *processus de prise de décision*. Une définition plus complète de la gestion du risque, tenant compte à la fois de l'aspect administratif et de l'aspect décisionnel du processus, est la suivante :

Définition 4.1 (*Gestion du risque*)

La gestion du risque est un processus de gestion et de prise de décision permettant de planifier, d'organiser, de diriger et de contrôler les activités d'une entité de façon à minimiser, pour un coût raisonnable, les conséquences défavorables des risques auxquels est exposée cette entité.

Notre définition inclut les éléments de la définition de la norme ISO Guide 73:2009 de l'Organisation Internationale de Normalisation (2009, section 2.1), reprise dans la norme ISO 31000:2018 de l'Organisation Internationale de Normalisation (2018,

section 3.1), qui définissent le management du risque par des « activités coordonnées dans le but de diriger et piloter un organisme vis-à-vis du risque ».

Un tel processus n'est évidemment pas statique et ne peut pas être établi une fois pour toutes. Il s'agit au contraire d'un processus dynamique qui doit être continuellement adapté en tenant compte, d'une part, des changements pouvant intervenir au niveau de l'exposition au risque et, d'autre part, des résultats de la gestion du risque, notamment du contrôle de l'efficacité du programme. Nous reviendrons sur les caractéristiques de l'ensemble des processus et de l'organisation à la section 4.5. Pour la mise en place d'un système de gestion des risques dans une entreprise, deux questions se posent au préalable. Premièrement, quels types de risques doivent être pris en compte dans un programme de « risk management » ? Deuxièmement, quel est exactement le domaine de compétences du « risk manager » d'une entreprise ? Dans ce contexte, les questions de leadership du gestionnaire du risque et de l'intégration des méthodes de gestion dans l'entreprise et sa culture seront étudiées.

À l'origine, la gestion du risque ciblait uniquement les pertes purement accidentelles (voir la discussion du « enterprise risk management » à la section 1.3). Aujourd'hui, ce sont toujours les pertes de risques purs (voir la définition 2.4 à la section 2.4) qui sont priorisées. Les risques accidentels ne comprennent généralement pas les risques liés aux investissements financiers, les risques économiques liés aux affaires d'une entreprise comme, par exemple, le manque de succès d'un nouveau produit mis sur le marché, les risques politiques, technologiques ou militaires. Ainsi, dans une entreprise, les risques spéculatifs ou « business risks » ne sont souvent étudiés que dans un deuxième temps, car ils résultent d'actes intentionnels dont les conséquences potentielles ont été analysées au moment de la prise de décision. Cependant, dans une conception plus large que l'on trouve récemment de plus en plus souvent, les techniques et les méthodes développées sont appliquées à des domaines plus larges. Dans notre conception, la gestion des risques peut intégrer les deux types de risques : les risques purs et les risques spéculatifs.

Au-delà des aspects de prise de décision, notre définition de la gestion du risque inclut des objectifs du point de vue de l'administration ou de la gestion. La gestion du risque comprend ainsi la mise en place de processus pour planifier, organiser, diriger et contrôler les ressources d'une organisation pour lui permettre de réaliser ses objectifs à des coûts raisonnables. Dès lors, le processus de la gestion des risques, compris comme processus administratif, doit couvrir quatre fonctions : la planification, l'organisation, la direction et le contrôle.

La norme ISO 31000:2018 (Organisation Internationale de Normalisation, 2018, chapitre 4) stipule les principes qui fournissent les grands axes d'une gestion du risque efficace et efficiente. Si la création et la préservation de valeur sont au cœur des finalités d'un programme de gestion du risque, il convient de communiquer son intention et sa valeur. Les principes sous-jacents incluent notamment que le programme s'intègre dans toutes les activités de l'entreprise, qu'il suive une approche structurée et globale, qu'il soit adapté et proportionné au contexte de l'entreprise

et qu'il soit inclusif et en relation avec tous les domaines. Le programme se base sur les meilleures informations disponibles et inclut les aspects humains et la culture d'entreprise. La gestion du risque se veut dynamique et en amélioration continue.

Cycle de la gestion du risque À côté des aspects d'administration et de gestion, la gestion des risques impose également des prises de décision. Afin d'établir un programme de gestion des risques d'une organisation, il convient de définir un processus décisionnel. Ce processus itératif peut prendre différentes formes et nous proposons ci-dessous le cycle décisionnel qui comprend la séquence des cinq étapes suivantes :

1. Identification et analyse de l'exposition au risque,
2. Étude des techniques de gestion du risque applicables,
3. Sélection des techniques les plus appropriées,
4. Implémentation (mise en oeuvre) des techniques choisies,
5. Contrôle des résultats des techniques mises en place pour assurer l'efficacité.

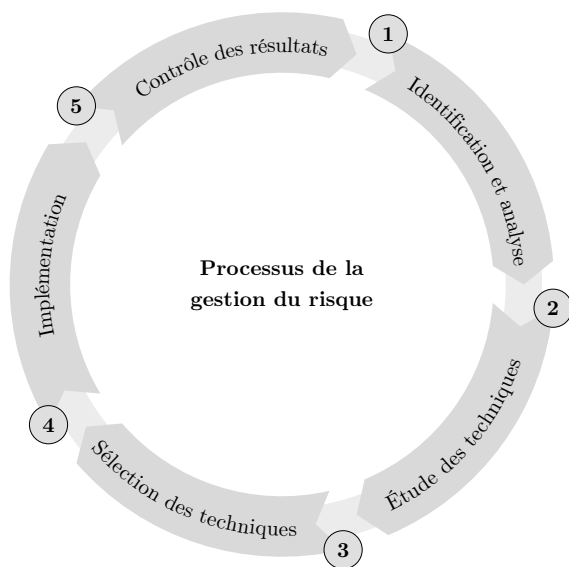


FIGURE 4.1 – Les cinq étapes du processus de la gestion du risque.

Ces cinq étapes d'un programme de gestion du risque nous servent de guide pour la suite de ce chapitre. En effet, nous discutons et illustrons chacune des étapes du processus qui nécessitent toutes une démarche rigoureuse. La représentation graphique en forme de cycle met en lumière le fait qu'il s'agit d'un processus itératif qui se répète. La périodicité est souvent annuelle, même si, selon les secteurs d'activité, des changements dans les expositions au risque peuvent nécessiter des révisions plus régulières. Rappelons que le modèle en cinq étapes tel que nous

le proposons ici n'est qu'un exemple qui comprend les plus importantes étapes. Selon les besoins de l'entreprise, un programme de gestion du risque peut être plus ou moins affiné et, selon les circonstances et l'organisation, s'articuler le long de variantes de ces étapes.

4.2 Méthodes d'identification et d'analyse des risques

La première étape de la gestion des risques consiste dans la détection systématique des risques, avant et après leur réalisation. Elle a pour but de reconnaître et de comprendre quelles pertes accidentelles sont possibles et d'évaluer les conséquences de ces pertes éventuelles. En effet, la mise en oeuvre d'un programme de gestion du risque commence par l'établissement d'une cartographie des risques, d'abord grossière, puis affiné avec le temps. L'objectif est une identification exhaustive des expositions au risque qui sont ensuite évaluées. Apprécier les risques (voir le chapitre 3) signifie évaluer les conséquences des pertes possibles, c'est-à-dire déterminer en particulier la fréquence et la sévérité des événements, leur prévisibilité ainsi que leur impact sur la faculté de l'entreprise à atteindre ses objectifs.

Pour assurer la réalisation de cette étape, trois conditions sont nécessaires. Premièrement, il faut disposer d'un schéma logique de classification permettant d'identifier les expositions aux pertes. Un tel schéma a été introduit au chapitre 2 et inclut notamment la caractérisation des risques, des expositions au risque et la classification des périls et des types de valeur. Deuxièmement, des méthodes adaptées doivent être utilisées pour l'identification et l'analyse de chacune de ces expositions. Nous les détaillons dans cette partie. Enfin, il est nécessaire de pouvoir tester les conséquences défavorables potentielles de chacune de ces expositions au risque : dans quelle mesure ces expositions peuvent-elles empêcher l'organisation d'atteindre ses objectifs ? Ces éléments font partie de l'appréciation des risques que nous avons étudiée au chapitre 3.

Méthodes pour l'identification d'expositions au risque Un certain nombre de méthodes standardisées ont été développées pour permettre de systématiser le travail d'identification des expositions au risque. Malgré ces méthodes, les conditions les plus importantes concernent les gestionnaires du risque mêmes : il faut des personnes qui ont une connaissance détaillée de l'entreprise, de ses activités et de son organisation. De l'expérience et de la compétence en gestion du risque ainsi qu'un esprit critique et créatif sont également importants. Pour ce qui est des méthodes à suivre, nous donnons ci-dessous un aperçu de la large variété des options :

- *Questionnaires standardisés* : De tels documents sont utilisés pour identifier et analyser des expositions au risque et permettent au gestionnaire d'établir une liste de toutes les valeurs de l'entreprise qui peuvent être sujettes à une perte. Des questionnaires par branche ou par thème permettent de faire des check-list des vulnérabilités d'une entreprise à travers des questions

types qui passent en revue un large éventail de sujets. Le principal problème de ce genre de questionnaires est qu'ils ne sont pas forcément adaptés aux spécificités des entreprises. Par conséquent, les thèmes abordés sont souvent très larges et les listes de questions sont longues pour toucher l'ensemble des expositions éventuelles. De nombreuses organisations et associations mettent à disposition des questionnaires.

- *Historique et statistiques de pertes* : Les événements défavorables qui ont eu lieu dans le passé permettent de mieux se préparer pour le futur. En particulier, une étude historique permet d'éviter ou de mieux gérer certaines expositions aux risques. Néanmoins, il ne faut pas se limiter à cette démarche qui inclut implicitement l'hypothèse que l'entreprise et son environnement n'évoluent pas, ce qui n'est pas le cas. Les statistiques de pertes permettent de mieux apprécier différentes expositions au risque et de faire une première analyse. Dans ce cas, il faut veiller à ce qu'un nombre suffisant d'échantillons apparaissent dans les statistiques et que ces dernières ne soient pas biaisées. Ces conditions sont en principe satisfaites pour des événements fréquents de faible importance, comme par exemple le nombre de jours d'absence des employés sur une année, mais pas pour des événements plus rares et plus graves. Le gestionnaire des risques d'une entreprise peut à la fois s'appuyer sur l'historique et les statistiques de l'entreprise elle-même et sur ceux de l'ensemble de la branche. Une telle comparaison permet notamment d'avoir une vue plus large sur les événements défavorables potentiels et de valider certaines statistiques. En particulier, tout événement catastrophique, naturel ou technique (voir la section 1.2), amène les responsables de la gestion du risque à contrôler et à actualiser leurs appréciations.
- *Rapports financiers, comptables et d'audit* : Le bilan, le compte des pertes et profits, le détail des engagements financiers de l'entreprise, ses réserves et son budget sont des documents nécessaires pour permettre une analyse de l'exposition au risque. Le bilan offre un premier regard sur les biens de l'entreprise ainsi que sur les dettes. Il permet également le calcul de divers indicateurs pour évaluer la solidité financière. Le compte de résultat indique quelles activités génèrent les profits de la société. Le détail des pertes permet d'évaluer celles qui sont dues à des expositions au risque. Le tableau de flux de trésorerie nous informe sur les principaux flux financiers et les annexes rendent compte des engagements hors bilan. Des rapports d'audit donnent souvent des indications sur les domaines d'une entreprise où des risques particuliers sont à surveiller.
- *Autres rapports et documents internes* : En principe, tous les documents se rapportant à l'entreprise, qui permettent de mieux comprendre ses activités et son fonctionnement peuvent être utiles pour mieux appréhender les expositions au risque.
- *Organigrammes, diagrammes et graphiques* : Une représentation graphique permet de visualiser les étapes d'un processus de production, d'un processus de distribution ou d'un flux d'informations par exemple. Le gestionnaire

des risques peut ainsi identifier les activités ou les personnes essentielles, notamment celles qui, en cas de dysfonctionnement, sont susceptibles de bloquer l'ensemble du processus.

- *Inspections personnelles* : Le contact direct du gestionnaire des risques de l'entreprise est souvent idéal pour compléter les informations de l'entreprise et concrétiser les idées sur le fonctionnement effectif des différents départements au quotidien.
- *Expertises internes et externes* : Les gestionnaires du risque qui travaillent au sein des entreprises sont en principe des généralistes qui ont une vision globale des domaines de l'entreprise. Des fois, il leur est utile de faire appel à des spécialistes dans certains domaines pour effectuer une identification approfondie des risques. De telles analyses peuvent aussi être demandées par les organes qui dirigent l'entreprise (conseil d'administration, direction générale). Toutes les grandes entreprises de conseil offrent des services dans le domaine de la gestion du risque.

Notons que pour mener à bien ces méthodes, les gestionnaires du risque doivent comprendre les risques. Ils consultent les personnes clés des différents domaines d'expertise et s'assurent que toutes les perspectives sont prises en compte. Inversement, une communication de la part du programme de gestion du risque vise à sensibiliser aux risques et à faire naître un sentiment d'inclusion parmi ceux qui, au quotidien, sont affectés par les expositions au risque. Un exemple d'intégration est l'utilisation, à l'interne d'une entreprise, d'applications où chaque collaborateur est invité à relever les risques observés (Meyer et al., 2021).

Représentation des risques Face à la multitude des risques auxquels peuvent être confrontées les entreprises, Darsa (2016) propose la « démarche de la pyramide », un outil pour représenter de manière structurée et hiérarchique les grandes classes de risques. La représentation de la figure 4.2 illustre cette structure. Elle a été conçue selon trois approches logiques :

- *Perspective* : La première approche part de l'individu et progresse vers le groupe. Il s'agit d'abord de prendre connaissance des risques relatifs à un individu, une entité de l'entreprise, un client ou un fournisseur. Ensuite, on intègre ces risques dans des groupes de plus en plus larges : l'équipe, le service, le département, l'entreprise, le secteur d'activité.
- *Environnement économique* : La seconde approche complète les réflexions « bottom-up » précédentes en partant des dimensions macroéconomiques de l'environnement de l'entreprise, comme le marché ou les zones géographiques. Elle aborde ensuite les entités micro-économiques, les États, les régions d'un pays, et finalement l'entreprise elle-même.
- *Classes de risques critiques* : Finalement, tout en restant généraliste, il s'agit de réfléchir sur les classes de risques critiques pour une entreprise. La pyramide proposée est composée de treize classes de risques. Nous y retrouvons

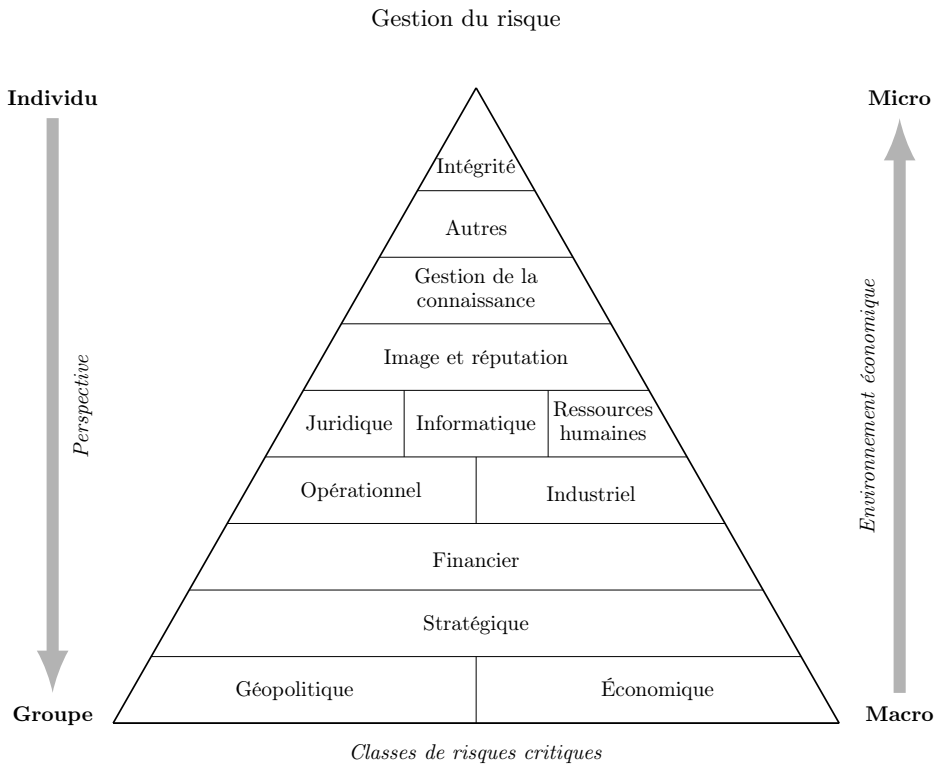


FIGURE 4.2 – Illustration de la représentation en pyramide des classes de risques (adapté de Darsa, 2016, chapitre 3).

les risques géopolitiques, économiques, stratégiques, financiers, opérationnels, industriels, juridiques, informatiques, de ressources humaines, d’image et de réputation, de gestion de la connaissance, d’intégrité ainsi que d’autres risques. Nous avons abordé un bon nombre de ces classes de risques au chapitre 2.

« **Master risk list** » À la fin de l’exercice d’identification, le gestionnaire du risque d’une entreprise se retrouve avec une liste de toutes les expositions au risque. Cette liste des principaux risques est utile dans le processus de gestion du risque, notamment en vu de ne pas oublier un risque, et sert également de cartographie synthétique pour les organes dirigeants de l’entreprise. Le tableau 4.1 illustre une telle « master risk list » sur l’exemple d’une entreprise de production tiré du livre de Müller et al. (2019). La liste reprend cinquante principaux risques le long de douze catégories : les risques liés aux marchés, aux clients, aux produits et services, à la sécurité au travail et prévention des accidents, à la production et distribution, au gouvernement d’entreprise (« corporate governance » en anglais), aux ressources humaines, aux obligations, aux finances, aux actifs, à la technologie de l’information et à la conformité. Comme mentionné précédemment, tous les éléments de la gestion du risque doivent être adaptés au contexte précis de l’entre-

4.2. Méthodes d'identification et d'analyse des risques

<i>Marchés</i>	<i>Ressources humaines</i>
1. Évolution de la situation macroéconomique	28. Recrutement, formation, connaissances spécialisées et compétences
2. Évolution des parts de marché	29. Intégrité et fiabilité du personnel
3. Concurrence	30. Motivation
4. Contexte politique/légal	31. Rémunération du travail (y c. prévoyance du personnel)
<i>Clients</i>	32. Relations avec les syndicats
5. Portefeuille de clients	<i>Obligations</i>
6. Pertes de clients	33. Obligations contractuelles/obligations d'achat et de livraison
7. Degré de satisfaction des clients/comportement des clients, réputation	34. Créances et nantissements
<i>Produits/Services</i>	35. Responsabilité du fait des produits/cas de garantie
8. Portefeuille de produits/services	36. Obligations éthiques/réputation
9. Cycle de vie du produit/service, innovations, produits de substitution	37. Obligations morales
10. Qualité du produit/service	<i>Finances</i>
<i>Sécurité au travail et prévention des accidents</i>	38. Capacité de générer des flux de trésorerie/création de valeur
11. Sécurité technique	39. Accès au financement/taux d'intérêt
12. Santé, hygiène et sécurité (au travail)	40. Système de paiement
13. Prévention des accidents au lieu de travail	41. Risques liés au taux de change
<i>Production et distribution</i>	42. Fiabilité, actualité et disponibilité des informations financières
14. Innovation et développement de produits	<i>Actifs</i>
15. Offre et logistique	43. Pertes dues à des catastrophes naturelles
16. Production (y c. prestations de services)	44. Actif immobilisé (y c. évaluation)
17. Vente, prix et distribution	45. Inventaire (y c. évaluation)
18. Service clientèle	46. Intégrité
19. Marque déposée et réputation	47. Disponibilité
<i>Gouvernement d'entreprise</i>	<i>Conformité (« compliance »)</i>
20. Planification	48. Conformité aux lois
21. Structure de l'organisation	49. Conformité aux recommandations sur le gouvernement d'entreprise
22. Communication	50. Lois fiscales
23. Rapports	
24. Projets	
25. Investissements (y c. acquisitions)	
26. Fusions et coopérations	
27. Gestion du risque	

Tableau 4.1 – Illustration de la liste des principaux risques d'une société de production (adapté de Müller et al., 2019, section 4.36).

prise. Ainsi, nous constatons que même si certaines catégories sont identiques aux classes de risques illustrées plus haut dans la figure 4.2, d'autres sont spécifiques au cas précis.

Pour ces risques, après avoir été identifiés et complétés par une brève description, il s'agit de proposer une première évaluation de la probabilité de survenance et de l'impact. La probabilité de survenance peut être qualifiée, par exemple, de faible, possible ou pratiquement certaine. L'impact peut être caractérisé par des

qualificatifs comme négligeable, modéré ou catastrophique. Ces deux éléments sont des indicateurs qualitatifs de la fréquence et de la sévérité qui suffisent pour établir une première carte des risques (voir la section 3.1 sur l'analyse d'une exposition au risque et l'illustration de la figure 3.2).

Ensuite, pour chaque risque, une stratégie quant au risque sera choisie (voir les sections 4.3 et 4.4), par exemple éviter, assurer, contrôler ou accepter. Finalement, les mesures prises seront implémentées et contrôlées (voir les sections 4.5 et 4.6). Ces informations peuvent être complétées dans un tableau le long des risques identifiés, comme illustré dans Müller et al. (2019, section 4.58).

4.3 Étude des techniques de gestion du risque applicables

Pour tous les risques identifiés et analysés dans la précédente étape, il faut décider de la technique de gestion du risque à appliquer. Nous étudions la sélection de la technique à la section 4.4 suivant. En effet, nous passons tout d'abord en revue l'éventail des techniques disponibles et applicables. Afin de gérer les risques, nous distinguons deux familles de techniques de gestion du risque complémentaires, les techniques de contrôle du risque, et les techniques de financement du risque.

Les techniques dites de contrôle du risque comprennent toutes les techniques et mesures prises pour minimiser la fréquence et la sévérité des pertes ou pour rendre

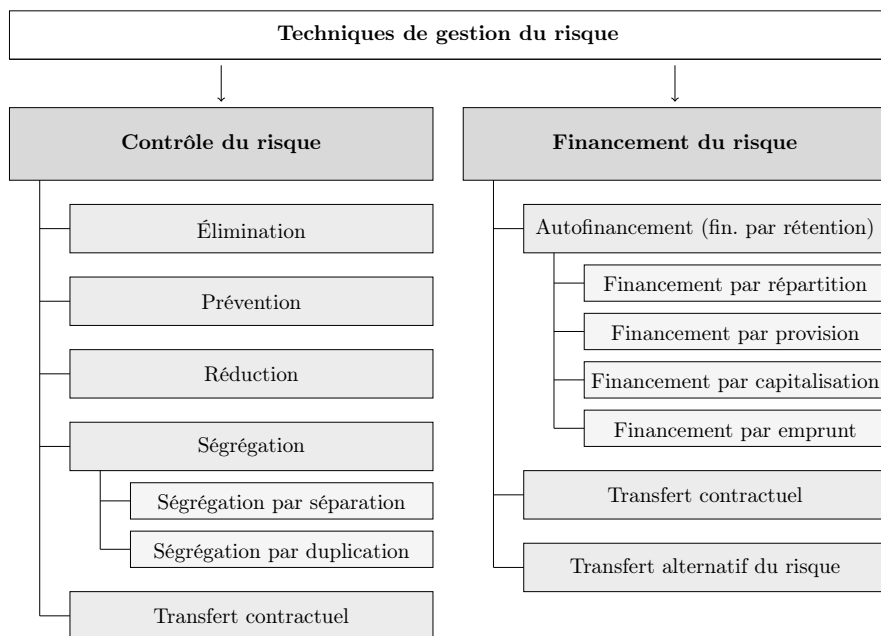


FIGURE 4.3 – Vue d'ensemble des techniques de gestion du risque.

plus prévisibles et donc moins menaçantes les conséquences d'événements accidentels. En anglais, on parle de « risk control to stop losses ». Pour la plupart des expositions au risque, le gestionnaire essaie, si possible, de choisir une première technique dans cette famille afin de limiter l'exposition globale aux pertes. Ensuite, nous avons la famille des techniques dites de financement du risque, « risk financing to pay for losses » en anglais. Cette deuxième famille regroupe les techniques et méthodes destinées à financer les conséquences financières des pertes qui n'ont pu être évitées. Dans ce qui suit, nous détaillons ces deux familles de techniques et nous en donnons les définitions 4.2 et 4.5. La figure 4.3 donne une vue d'ensemble des différentes techniques que nous discutons ci-après.

Techniques de contrôle du risque L'objectif des techniques de contrôle du risque est principalement de minimiser la fréquence ou probabilité d'occurrence et la sévérité ou étendue des pertes potentielles. Ceci permet de les rendre en général plus prévisibles. De telles mesures doivent être mises en place avant le sinistre et peuvent être activées avant, pendant ou après l'occurrence de l'événement.

Définition 4.2 (*Techniques de contrôle du risque*)

Les techniques de contrôle du risque comprennent toutes les techniques et mesures de gestion du risque qui ont pour objectif de minimiser la fréquence et la sévérité des pertes potentielles ou de les rendre plus prévisibles.

Nous distinguons cinq catégories de mesures qui entrent dans la famille des techniques de contrôle du risque (voir la figure 4.3) : l'élimination de l'exposition au risque, la prévention, la réduction, la ségrégation et le transfert (contractuel) du contrôle du risque. La définition suivante clarifie les objectifs de ces instruments.

Définition 4.3 (*Catégories de techniques de contrôle du risque*)

- **L'élimination** de l'exposition au risque consiste à ne pas créer ou éliminer complètement la condition donnant lieu à l'exposition.
- La **prévention** désigne les techniques qui visent à diminuer la fréquence des pertes potentielles.
- La **réduction** désigne les techniques qui visent à diminuer la sévérité des pertes si l'événement défavorable se réalise.
- La **ségrégation** désigne les techniques qui visent à diminuer les cumuls de pertes dues à un seul événement défavorable.
- Le **transfert contractuel** du contrôle du risque désigne une convention par laquelle le contrôle de l'exposition au risque est remis à une autre organisation.

Les techniques d'élimination, de prévention et de réduction apparaissent également dans le domaine de l'économie de l'assurance et en particulier dans le contexte de

la demande d'assurance. En effet, il existe un lien entre la couverture d'assurance achetée, le prix à payer et les mesures de gestion du risque prises. Ainsi apparaissent dans cette littérature spécialisée les termes d'auto-protection et d'auto-assurance (Ehrlich et Becker, 1972). Nous retenons les définitions suivantes :

Définition 4.4 (*Auto-protection et auto-assurance*)

- L'**auto-protection** désigne une mesure qui vise à diminuer la probabilité d'une perte potentielle, donc la fréquence des pertes potentielles.
- L'**auto-assurance** désigne une mesure qui vise à diminuer la conséquence négative d'une perte, donc la sévérité d'une perte, si l'événement défavorable se réalise.

Nous concluons que l'auto-protection qui réduit la probabilité d'une perte ou la fréquence des pertes est synonyme de prévention. Une mesure d'auto-protection a un impact sur la probabilité d'une perte. Une mesure d'auto-assurance qui diminue le montant des pertes étant donné la réalisation de l'événement défavorable est une mesure de réduction. Elle a un impact sur le montant des pertes. Selon le contexte, les termes d'auto-protection et de prévention, respectivement d'auto-assurance et de réduction, peuvent parfaitement être échangés.

Dans ce qui suit nous faisons des observations au sujet des cinq techniques de contrôle du risque introduites et donnons des exemples (voir les parties sur fond gris).

- *Élimination de l'exposition au risque* : Dans le cas de l'élimination de l'exposition au risque, la probabilité d'une perte potentielle devient nulle et aucune autre technique de gestion du risque n'est nécessaire. L'élimination peut aussi à la fois être interprétée comme une technique de prévention (fréquence diminuée à zéro) et comme une technique de réduction (sévérité diminuée à zéro). En d'autres mots, il s'agit aussi bien d'une technique d'auto-protection que d'auto-assurance.

- Si une personne décide de ne jamais conduire de véhicule, elle élimine la possibilité que sa responsabilité civile soit engagée à la suite d'un accident routier.
- L'introduction systématique du ferroutage pour la traversée des Alpes par les camions est une mesure d'élimination de l'exposition au risque d'un accident routier.

Il existe toutefois certaines limites. Tout d'abord, cette technique ne peut être utilisée que dans des circonstances particulières. Certaines expositions au risque ne peuvent pas être éliminées, comme le risque de décès par exemple. Ensuite, l'élimination d'une exposition au risque peut parfois avoir pour conséquence l'aggravation d'une autre exposition.

4.3. Étude des techniques de gestion du risque applicables

- La décision prise par certains pays de renoncer à construire des centrales atomiques les oblige soit à exploiter d'autres techniques de production d'énergie électrique qui peuvent se révéler plus risquées ou amener d'autres expositions au risque, soit à acheter de l'électricité produite dans d'autres pays qui ont éventuellement des normes de sécurité moins exigeantes. Dans ce deuxième cas, il ne s'agit pas réellement d'une technique d'élimination, mais d'un transfert du contrôle du risque à un autre producteur d'électricité ou à un autre pays.
- *Prévention* : Cette technique doit être mise en place avant l'occurrence de l'événement défavorable. Elle est parfois appelée auto-protection. Des exemples de mesures de prévention peuvent se retrouver dans pratiquement tous les domaines (voir aussi la section 1.3).

- Les mesures de la sécurité routière, comme les examens pour l'obtention d'un permis de conduire, les limitations de vitesse, les contrôles de vitesse et la signalisation d'endroits dangereux, sont des exemples de techniques de prévention qui visent à diminuer la fréquence des accidents de la circulation.
- Nombreuses sont les mesures de prévention et d'information contre les abus du tabac et de l'alcool qui visent les expositions aux risques de la santé.
- Les tests cliniques effectués lors du développement d'un nouveau médicament assurent d'avoir moins de personnes présentant des effets secondaires graves.
- La prévention inclut les mesures prises dans l'industrie des machines et outils de travail pour diminuer la fréquence des accidents lors de leur utilisation.
- L'installation de paratonnerres et l'isolation de matériel inflammable sont des instruments de prévention face à l'exposition au risque d'incendie.

L'observation et l'analyse des événements accidentels qui se sont effectivement produits permettent d'améliorer et de renforcer les techniques de prévention.

- Les mesures de sécurité aux aéroports ont été fortement adaptées partout dans le monde après les attentats du 11 septembre 2001 au WTC (voir la section 1.2).
- Les cas de cancer par inhalation de poussière d'amiante ont eu comme conséquence l'utilisation d'autres matériaux dans la construction.

- *Réduction* : Les techniques de réduction visent à réduire la sévérité des pertes et se rattachent au concept d'auto-assurance. On peut classer ces techniques en deux groupes : les mesures appliquées avant l'occurrence de l'événement et celles appliquées après. Les mesures antérieures à l'événement ont souvent un effet sur la fréquence également. Il s'agit alors à la fois de mesures de prévention et de réduction.

- La limitation de la vitesse sur les routes diminue la fréquence des accidents et la gravité de ces derniers.
- Une formation en protection incendie des personnes qui utilisent un bâtiment permet de prévenir les incendies et peut empêcher qu'un incendie ne se développe trop rapidement.

Les techniques de réduction qui s'appliquent après l'occurrence de l'événement accidentel ont souvent pour objectif d'accélérer les mesures de sauvetage et d'endiguer les dégâts.

- L'installation d'un système d'alarme, d'un système de gicleurs, d'extincteurs et de portes coupe-feu dans un bâtiment permet aux pompiers d'être rapidement alertés et d'endiguer, voire de diminuer, l'ampleur des dégâts face à la réalisation d'un incendie.
- L'installation dans le canton de Vaud d'une centrale d'appels téléphoniques unique en cas d'incendie qui coordonne les activités des différents corps de pompiers, services d'ambulances et services d'urgence dans les hôpitaux est un exemple de ce genre de mesures.

- *Ségrégation* : L'objectif est d'organiser les activités et les ressources d'une entreprise de telle sorte qu'un événement ne puisse pas causer des pertes sur plusieurs de ses unités. On distingue en général la ségrégation par séparation et la ségrégation par duplication.

- La *ségrégation par séparation* consiste à séparer les unités exposées au risque pour éviter qu'elles ne soient atteintes par un même événement.

Il s'agit par exemple d'installer des unités de fabrication sur des sites différents ou d'interdire aux dirigeants d'une entreprise de voler dans un même avion. Pour réduire le risque d'incendie dans un grand entrepôt, il convient de répartir le stock sur plusieurs lieux.

- La *ségrégation par duplication* nécessite la reproduction complète et la mise en réserve d'une unité de l'organisation. Ces mesures sont en général très coûteuses. C'est pourquoi elles sont beaucoup moins appliquées que celles de prévention et de réduction.

4.3. Étude des techniques de gestion du risque applicables

En pratique, dans une entreprise de production, la ségrégation par duplication veut que les machines de production soient disponibles en double de manière redondante. Le fait de doter les appareils de projection des auditoriums de deux lampes, de sorte que l'appareil puisse toujours être utilisé, même si une lampe est défectueuse est un autre exemple de la mise en oeuvre de cette technique.

- *Transfert contractuel du contrôle du risque* : Le transfert du contrôle du risque vise à transférer la gestion du risque à une autre partie. Un transfert contractuel est une convention par laquelle le contrôle est remis à une autre organisation.

– Louer une voiture en leasing plutôt que de l'acheter transfère l'exposition au risque des valeurs de propriété et, par conséquent, les pertes potentielles correspondantes sur l'entreprise de leasing. Pour cette raison, cette dernière exige que le locataire contracte une assurance casco complète pour la voiture. Cette exigence est un transfert contractuel du financement du risque à un assureur comme nous le voyons plus loin.

Ce transfert vers une autre partie ne signifie toutefois pas une élimination de l'exposition au risque.

– Si une entreprise décide de louer un bâtiment plutôt que de l'acheter, elle n'élimine pas l'exposition aux pertes de valeur de propriété immobilière, par exemple en cas d'incendie, mais elle la transfère au propriétaire. L'exposition au risque d'incendie reste. En effet, l'élimination de l'exposition au risque consisterait en l'abandon des activités utilisant le bâtiment.

Le transfert du contrôle d'un risque spéculatif est souvent pratiqué par les entreprises sous la forme d'un « outsourcing ». Une entreprise transfère le risque commercial lié à une activité ou à un produit à une autre organisation pour un prix négocié. L'application de cette technique peut toutefois prendre des formes perverses et servir à détourner les exigences légales de sécurité.

– Une entreprise pétrolière sous-traite souvent l'exploitation des plateformes pétrolières à une autre société ou fait transporter son pétrole par un armateur spécialisé. Cette société ou l'armateur est potentiellement soumis à d'autres conditions légales ou sous-traite encore l'exécution du mandat plus loin. L'entreprise qui a transféré le contrôle du risque n'a que peu d'informations sur les exigences de sécurité ou l'état des navires des sous-traitants. L'exposition au risque d'image et de réputation augmente.

Techniques de financement du risque Les techniques de financement du risque complètent les techniques de contrôle du risque et s'intéressent au financement des conséquences financières :

Définition 4.5 (*Techniques de financement du risque*)

Les techniques de financement du risque comprennent toutes les techniques et mesures de gestion du risque qui ont pour objectif de financer les conséquences financières des pertes qui n'ont pas pu être évitées.

La source de ce financement peut être interne à l'entreprise, comme avec les techniques de financement par rétention, ou externe à l'entreprise, comme avec le transfert contractuel du financement du risque. Dans la pratique, un financement rationnel du risque est souvent réalisé par une combinaison de techniques de rétention et de transfert. Dans la figure 4.3 nous mentionnons aussi le transfert alternatif du risque ou, en anglais, « alternative risk transfer » (ART), une possibilité hybride qui mêle à la fois des éléments externes et internes de financement. Il s'agit de techniques de financement qui ne peuvent pas être classées dans les deux premières catégories.

Définition 4.6 (*Catégories de techniques de financement du risque*)

- Le **financement par rétention ou autofinancement** comprend toutes les techniques consistant à planifier le financement des pertes potentielles par la constitution de réserves adéquates.
- Le **transfert contractuel** du financement du risque désigne les contrats d'assurance à travers lesquels un assureur prend en charge une partie ou la totalité des pertes potentielles.
- Le **transfert alternatif du risque** comporte les techniques de financement comprenant, en général, à la fois des éléments d'autofinancement et des éléments de transfert contractuel.

- *Financement par rétention ou autofinancement* : Dans le cas d'un autofinancement, les fonds nécessaires à la compensation des pertes en cas de sinistres proviennent directement de l'entreprise elle-même. Cette dernière est parfois obligée de financer l'intégralité des pertes accidentelles liées à certaines expositions au risque si :
 - aucun transfert du financement n'est possible dans le cas d'une exposition à un risque particulier,
 - la solution de rétention est moins coûteuse qu'un transfert du financement.

Même si une solution de transfert du financement par contrat d'assurance a été trouvée, une partie des conséquences financières des pertes potentielles reste souvent à la charge de l'entreprise. Ce montant résiduel doit être autofinancé. Nous nous trouvons dans de tels cas si :

4.3. Étude des techniques de gestion du risque applicables

- le contrat d’assurance prévoit une franchise ou une participation à la charge de l’assuré,
- le contrat d’assurance prévoit une limite supérieure aux prestations financières fournies par l’assureur et le montant des pertes dépasse cette limite,
- certaines pertes, comme les pertes indirectes dans le cas d’une valeur de propriété, ne sont pas couvertes par le contrat d’assurance,
- l’assureur est insolvable et ne peut remplir que partiellement ses obligations (risque de crédit).

Il existe quatre types d’autofinancement : le financement par répartition, le financement par constitution d’une provision, le financement par capitalisation et le financement par emprunt. Certains ouvrages considèrent une cinquième méthode, l’autofinancement par constitution d’une captive que nous classons dans les techniques d’ART, car elle contient des éléments de transfert du financement. Nous détaillons les quatre premières catégories ci-dessous.

- *Financement par répartition* : Dans cette forme la plus simple d’autofinancement, les pertes sont payées comme une dépense normale de l’organisation, à la charge du résultat de la période pendant laquelle cette perte a été payée. L’utilisation de cette technique est raisonnable dans le cas d’expositions au risque à sévérité faible et à fréquence constante, et ce tant que le montant des pertes ne met pas en danger la capacité de l’entreprise à atteindre ses objectifs. Une limitation majeure de cette méthode est qu’il faut pouvoir prévoir les pertes effectives de manière suffisamment précise pour qu’elles n’excèdent pas le budget.

C’est, en simplifiant, le système de financement de l’assurance vieillesse et survivants (AVS) en Suisse : les prestations de rentes sont à la charge de l’année pendant laquelle elles sont payées et sont financées par les cotisations versées par les actifs pendant la même année.

- *Financement par constitution d’une provision* : Il s’agit de créer un compte au passif du bilan qui joue le rôle de fonds pour couvrir des pertes ne pouvant pas être prévues de manière assez précise. La provision est débloquée au moment de la réalisation des pertes. Le budget correspond au montant des pertes futures attendues causées par un événement accidentel passé ou futur. Les augmentations de cette provision sont à la charge de la période pendant laquelle l’augmentation est effectuée et diminuent donc le bénéfice de cette période.

Cette technique de financement du risque correspond au système de financement imposé par la législation aux entreprises d’assurances non-vie. Elles doivent disposer, sous forme de provisions, de tous les

montants correspondant aux prestations futures liées à des événements passés que nous appelons « provisions pour cas de suspens ». Elles doivent également provisionner un montant qui correspond aux prestations futures liées à des événements futurs, mais couverts par un contrat d'assurance, les « provisions pour risques en cours ».

Selon le domaine d'activité, la constitution de telles provisions, en particulier les provisions pour des événements futurs, peut poser des difficultés aussi bien avec les autorités fiscales qu'avec les actionnaires. De même, elles peuvent se révéler incompatibles avec certaines normes comptables.

- Il y a cinq ans, une entreprise pharmaceutique a mis un nouveau médicament sur le marché. L'expérience a démontré que ce produit pouvait peut-être avoir des effets secondaires inattendus et importants, de sorte que sa responsabilité civile puisse être engagée. Plusieurs patients ont déposé une plainte contre l'entreprise et les procédures sont en cours. L'entreprise estime que la preuve que les effets secondaires soient causés uniquement par le produit pharmaceutique n'a pas encore été complètement apportée et elle attend le résultat des analyses supplémentaires. Elle estime d'autre part que les montants exigés par les victimes sont beaucoup trop élevés. L'événement accidentel, c'est-à-dire de ne pas avoir remarqué les effets secondaires du médicament, a eu lieu plusieurs années auparavant, à l'époque où les tests cliniques du médicament ont été effectués. Le montant définitif des dommages, et donc des pertes de l'entreprise, ne pourra probablement être connu que dans plusieurs années. L'entreprise constitue une provision pour financer ses pertes futures causées par un événement passé.
 - Une entreprise dépend d'un seul fournisseur pour un logiciel absolument indispensable à sa production. Un changement de logiciel occasionnerait des coûts très importants pour les adaptations nécessaires de son matériel et de ses systèmes informatiques. Elle a constitué une provision permettant de financer les pertes en cas de défaut du fournisseur. Dans ce cas, l'entreprise constitue une provision pour financer des pertes futures qui pourront être causées par un événement futur.
- *Financement par capitalisation* : Dans le financement par constitution d'une provision vu ci-dessus, la provision n'était qu'un compte au passif du bilan. Dans la technique du financement par capitalisation, l'entreprise constitue concrètement un fonds, un portefeuille d'actifs spécifiquement destiné à financer une exposition au risque donnée. Ce fonds

4.3. Étude des techniques de gestion du risque applicables

est alimenté et géré de telle sorte que ses ressources permettent de financer les pertes futures prévisibles. En principe, cette méthode est réservée à un nombre restreint d'activités économiques telles que les caisses de pension ou les entreprises d'assurances vie.

- *Financement par emprunt* : Une alternative à la technique de financement précédente est l'autofinancement par emprunt. Au lieu d'avoir recours à un fonds, l'entreprise utilise un emprunt généralement bancaire. Parfois, elle peut recevoir une aide (remboursable) de l'État, une forme particulière d'emprunt. Il s'agit d'une technique de financement du risque à laquelle une organisation va recourir a posteriori, c'est-à-dire après qu'elle ait constaté que ses ressources ne lui permettent pas de financer les pertes subies. Une entreprise utilise cette méthode en dernier recours, si elle ne peut plus faire autrement.
- *Financement par transfert contractuel du financement du risque* : C'est le domaine des assurances. Pour un gestionnaire du risque, le transfert contractuel du financement est la dernière solution à laquelle il pense, notamment lorsque les mesures de contrôle du risque ne permettent pas de l'éliminer complètement, de prévenir sa réalisation ou d'en réduire suffisamment les conséquences financières afin de permettre son financement par rétention.

Le transfert contractuel s'effectue à travers un contrat par lequel une des parties, l'assureur, s'engage, en général contre rémunération, à financer certains types de pertes bien définies liées à des expositions au risque spécifiées. En principe, un tel transfert n'exige pas que l'assureur soit nécessairement une compagnie d'assurances. Le contrat pourrait légitimement être conclu entre deux individus. Nous parlons d'assurance uniquement si la partie à qui est transféré le financement est une institution qui a reçu l'agrément de l'État de conclure un tel contrat et qui est soumise à la législation de surveillance spécifique de cette activité.

Dans le chapitre 5, nous étudions l'économie de l'assurance et nous distinguons les assurances sociales et les assurances privées. Nous y décrivons les différentes catégories de produits d'assurances privées.

- *Transfert alternatif du risque* : Lorsque la gestion d'une exposition au risque utilise aussi bien des techniques d'autofinancement et de transfert contractuel, il s'agit d'ART. Ces solutions sont conçues sur mesure pour répondre aux besoins spécifiques d'une entreprise particulière dans une situation donnée. La compensation des risques est faite dans le temps et les risques sont typiquement pris en charge par des grands (ré)assureurs. De telles solutions sont en général mises en oeuvre par de grandes entreprises, correspondant dans la majorité des cas à des entreprises internationales. Si la première solution ART a été la création de captives d'assurance (voir ci-dessous) à partir de la fin des années 1960, plus récemment, des solutions visent à transférer directement le financement du risque sur les marchés financiers (voir les exemples d'autres solutions plus bas).

Les raisons du développement de solutions ART proviennent du fait que l'assurance dite traditionnelle privilégiait à l'époque une approche monobranche et isolée des risques (Swiss Re, 1999, 2003). Des risques de plus en plus complexes et une gestion des risques devenant, elle aussi, plus technique ont exigé une approche globale des risques d'entreprise. Des solutions ART ont été développées pour répondre à ces besoins et réduire le coût du risque dans le temps (voir les contrats à couverture plafonnée ou « finite risk » discutés plus bas). En effet, les « bons risques », c'est-à-dire ceux qui ne génèrent pas ou peu de pertes subventionnent les autres et ne sont pas toujours dûment appréciés. La tarification actuarielle repose fréquemment sur des statistiques prenant en compte le risque moyen. Du fait de l'asymétrie d'information entre l'assureur et les assurés, les risques n'obtiennent pas de couverture à des taux de primes correspondant au niveau individuel de l'exposition au risque, mais à des taux moyens, plus élevés, du marché. Par conséquent, les entreprises avec des caractéristiques de risque favorables et réticentes à subventionner les autres se tournent plutôt vers l'auto-assurance ou des solutions alternatives de financement.

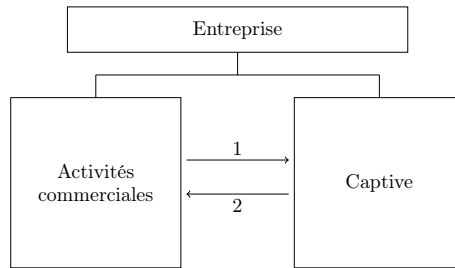
Les produits ART repoussent les limites de l'assurabilité. Des éléments d'auto-assurance sont introduits dans les solutions alternatives de transfert du risque, en accroissant la composante du financement du risque et en réduisant le transfert des risques ou en définissant des déclencheurs indépendants du comportement des assurés (voir les contrats à déclencheurs multiples). Les produits ART permettent aussi d'élargir les capacités d'assurance. Certains risques sont bien connus, mais considérés inassurables du fait de leur ampleur. Certains scénarios de catastrophes naturelles occasionnent des coûts allant de 50 milliards de dollars à plus de 100 milliards de dollars, selon le lieu et l'intensité de l'événement. La titrisation des risques (voir plus bas), à savoir le transfert à des investisseurs externes d'une part du risque, peut augmenter les capacités du marché assurantiel commercial en offrant un accès direct aux marchés des capitaux. De ce fait, le risque est réparti sur de nombreux investisseurs et chacun n'aura qu'une petite part à supporter en cas de pertes. Notons que l'assurabilité est également souvent limitée en raison de l'inexpérience face à de nouveaux risques, comme l'exposition au risque terroriste ou les cyber-risques (voir la section 4.7).

Captives d'assurance

Historiquement, la première solution de transfert alternatif du risque a été la création de captives à partir de la fin des années 1960. Aujourd'hui, beaucoup des captives existantes servent essentiellement d'instrument permettant de construire les solutions ART les plus diverses.

- *Définition* : Une captive est une compagnie d'assurances ou de réassurances appartenant à une entreprise ou à un groupe d'entreprises n'opérant pas dans le domaine de l'assurance.

- *Fonctionnement* : La captive a comme fonction principale d'assurer les expositions au risque liées aux activités industrielles de ses détenteurs, donc de sa société-mère et des sociétés affiliées au groupe. La captive constitue donc un instrument d'autofinancement du risque pour les détenteurs. En général, elle ne retient pas elle-même la totalité du financement de ces risques, mais les transfère, en totalité ou en partie, sur le marché international de la réassurance traditionnelle ou par le biais de solutions ART. La figure 4.4 montre la structure d'une entreprise propriétaire d'une captive. La captive finance les conséquences financières des risques transférés en échange de primes d'assurance qu'elle encaisse.



- 1 : Paiement de primes d'assurance
 2 : Couverture des expositions au risque et indemnisation

FIGURE 4.4 – Structure d'une entreprise propriétaire d'une captive d'assurance.

Captives d'assurance (suite et fin)

- *Motivations historiques de la création de captives* : Les réflexions qui ont mené à la création de captives sont les avantages fiscaux, les marges trop élevées des assureurs avant la déréglementation des marchés, l'échappatoire à la crise de la responsabilité civile aux États-Unis, et l'utilisation de ces entités comme instrument permettant des solutions ART.
 - *Avantages fiscaux* : Dans les premiers temps du boom des captives, ces avantages ont été la motivation principale pour la création de captives. Par rapport à une technique de rétention, la création d'une captive domiciliée « off shore » présentait l'avantage de la déductibilité fiscale des primes et d'un traitement fiscal avantageux des provisions constituées. Ainsi, une grande partie des captives étaient domiciliées soit aux Bermudes, soit aux Îles Caïmans. Aujourd'hui, cet aspect fiscal passe à l'arrière-plan, dans la mesure où la plupart des pays industrialisés ont réagi à cette situation. En effet, les captives doivent aujourd'hui démontrer la pertinence technique de la prime encaissée.
 - *Marges trop élevées des assureurs avant la déréglementation des marchés* : En Europe continentale, le marché de l'assurance non-vie a

été pendant longtemps extrêmement réglementé, donnant des marges importantes aux assureurs. Dans le cas d'expositions au risque de fréquence élevée et de sévérité relativement légère, c'est-à-dire de risques dont les pertes sont facilement prévisibles pour une grande entreprise, la création d'une captive permettait de diminuer substantiellement les coûts de financement des risques par rapport à l'assurance traditionnelle. La déréglementation des marchés au début des années 1980 a eu comme conséquence une baisse marquée du niveau des primes dans le segment de l'assurance des entreprises, de sorte que cette motivation n'est aujourd'hui plus prioritaire.

- *Échappatoire à la crise de la responsabilité civile aux États-Unis* : Les captives ont proliféré à la suite de la crise de la responsabilité civile aux États-Unis. Les dédommagements toujours plus astronomiques accordés par les tribunaux américains ont eu comme conséquences non seulement des hausses massives de primes, mais également une pénurie des couvertures sur le marché de l'assurance, les compagnies d'assurances refusant d'assurer certains risques de responsabilité civile. Pour pallier à cette pénurie, le gouvernement fédéral américain a donné, à partir de 1986, la possibilité aux entreprises de créer des « purchasing groups », c'est-à-dire des captives pluriparentales, par opposition aux captives classiques, monoparentales.
- *Captive comme instrument permettant des solutions ART* : Conçues à l'origine comme une alternative à l'assurance traditionnelle, les captives ne visaient que le financement de certains risques de responsabilité civile ou de propriété. La gamme des risques cédés aux captives n'a cessé de s'élargir et comprend désormais des risques tels que la dégradation de l'image de marque ou des risques de garantie de produits. Les captives constituent aussi la base pour le lancement d'autres solutions ART.
- *Arguments actuels pour la création d'une captive* : Une captive offre à l'entreprise parente de nombreux avantages. Ces derniers découlent principalement du fait que la captive peut offrir des services personnalisés et spécifiques. L'entreprise propriétaire de la captive est indépendante par rapport aux fluctuations du marché de l'assurance et, une captive étant constituée en société d'assurances, elle a accès au marché mondial de la réassurance. Une captive permet un contrôle plus efficace des risques et des sinistres et la couverture de risques non assurables sur le marché. Une captive est plus efficace en termes de couverture de risque. En effet, les primes d'assurance sont calculées de manière à couvrir le montant actuel des demandes d'indemnisation attendues, les coûts d'acquisition de l'assureur, les frais généraux et un bénéfice pour compenser le coût du capital fourni par les investisseurs. Le pourcentage des primes non liées aux demandes d'indemnisation peut représenter entre 30% et 40%. De plus, une

captive permet une meilleure gestion de la rétention imposée par les assureurs en ayant des polices d'assurance sur mesure. Finalement, une captive peut être source de profits qui reviennent à l'entreprise propriétaire.

Exemples d'autres solutions de transfert alternatif du risque

Les solutions ART sont conçues sur mesure pour répondre aux besoins spécifiques d'une entreprise dans une situation spécifique. En principe, chaque solution est unique et la solution choisie n'est pas du domaine public. Certaines des techniques présentées impliquent un transfert, au moins partiel, du financement à une compagnie d'assurances ou de réassurances, d'autres peuvent être mises en place sans l'intervention d'un assureur. Ci-après, nous citons quelques idées provenant de ces solutions. Il s'agit de la couverture à risque plafonné, de produits multibranches et pluriannuels, de contrats à déclencheurs multiples, de l'emprunt conditionnel, de la titrisation des risques et des produits assurantiels dérivés. Grâce à ces solutions d'ART, une entreprise obtient des produits sur mesure répondant à ses besoins spécifiques tout en échappant partiellement aux cycles tarifaires de l'assurance et en diminuant ses besoins de fonds propres pour financer ses expositions au risque. Dans la suite, nous résumons les éléments essentiels développés dans Swiss Re (1999, 2003) et renvoyons à Swiss Re (2005, 2012) pour des lectures complémentaires.

- *Contrats avec couverture à risque plafonné (« finite risk »)* : L'assurance classique repose sur l'hypothèse que, parmi un grand nombre d'entreprises exposées à des risques semblables, seules quelques-unes seront effectivement victimes de l'événement redouté pendant une période donnée. Les primes payées par chacune de ces entreprises permettent de réaliser un équilibre avec les pertes qui frappent certaines firmes. Les solutions du type « finite risk » partent au contraire de l'hypothèse que cet équilibre peut être réalisé sur la durée pour une grande entreprise. Ces solutions impliquent le transfert d'un financement globalement plafonné de divers risques d'une captive d'entreprise vers un réassureur. Ce transfert englobe des risques purement assurantiels et des expositions à des risques spéculatifs, comme le risque de fluctuations des taux de change et de rendement, le risque de ducroire, c'est-à-dire l'incapacité de l'entreprise de payer ses primes, ou encore les risques liés à l'évolution des primes. Ces produits se caractérisent de plus par le fait que la période de garantie est pluriannuelle. La prime payée dépend de l'évolution des pertes transférées. Il existe plusieurs formes de solutions qui tendent à lisser les résultats de la captive, et donc les résultats de l'entreprise. Par contre, comme le financement est plafonné, ces solutions ne sont pas adaptées pour protéger l'entreprise d'expositions de sévérité extrêmement élevée.
- *Produits multibranches et pluriannuels (« multiline/multiyear »)* : Ces solutions consistent à regrouper dans un seul plan d'assurance le financement d'expositions aux risques de nature différente sur des périodes

pluriannuelles. En général, elles se limitent au financement de risques purs de nature assurantielle, mais, contrairement aux produits avec couverture à risque plafonné, elles permettent la couverture de pertes potentielles de montants très élevés comme dans l'assurance classique. Les principaux avantages de ces solutions sont d'éviter à une entreprise le risque de sur-assurance, de diminuer ses coûts de transfert de financement et de profiter de la diversification des risques dans un même contrat. Dans l'assurance traditionnelle, elle devrait couvrir chaque exposition séparément.

- *Contrats à déclencheurs multiples (« multi-trigger »)* : Dans leur version la plus simple, ces produits impliquent la réalisation de deux types d'événements pendant la durée du contrat pour que le transfert du financement devienne effectif. Tout d'abord, il faut la réalisation d'une perte liée à l'exposition au risque pur assuré. C'est le premier déclencheur. Ensuite, le contrat requiert la réalisation d'un autre événement, non assurantiel, lié à une exposition à un risque spéculatif, le deuxième déclencheur. Ces produits sont fondés sur l'hypothèse qu'une entreprise dispose des capacités financières suffisantes pour gérer par rétention un seul événement, mais pas les deux à la fois.
- *Emprunt conditionnel (« contingent capital »)* : Une des techniques de rétention consiste à emprunter le montant nécessaire pour financer les pertes après que l'événement craint se soit réalisé. Un des problèmes liés à cette technique est qu'un événement accidentel majeur va considérablement durcir les conditions d'un emprunt par l'entreprise. En effet, la situation financière affaiblie de l'entreprise va renchérir les coûts de l'emprunt ou même le rendre impossible. Dans des solutions du type « contingent capital », l'entreprise achète le droit d'emprunter un capital après un événement accidentel défini, à des conditions fixées dans le contrat.
- *Titrisation des risques* : Sur les marchés de l'assurance, les capacités financières disponibles pour couvrir de très importantes catastrophes naturelles ne représentent qu'une fraction des pertes potentielles. Pour maîtriser ces risques, certaines compagnies d'assurances et de réassurances et certaines banques d'affaires proposent des papiers-valeurs dont le rendement dépendra directement de l'occurrence ou non d'une catastrophe. L'intérêt pour l'investisseur est qu'il peut diversifier son portefeuille dans la mesure où les catastrophes naturelles ne sont en principe pas corrélées aux événements survenant sur les marchés financiers. Dans le cas d'une obligation de ce type, le montant des coupons ou même la valeur de remboursement de l'obligation dépendra des événements catastrophiques survenus pendant la durée de cette obligation. En général, de telles solutions passent par le biais d'une captive appelée dans ce cas « special purpose vehicle ». La titrisation des risques s'opère à la fois en assurance non-vie, dont les titres les plus importants sont les « cat bonds » liés aux catastrophes naturelles, et en assurance vie avec les « mortality bonds » liés au risque de mortalité.

4.3. Étude des techniques de gestion du risque applicables

En général, de tels titres assurantiels, « insurance linked securities » en anglais, ont la structure suivante illustrée dans la figure 4.5.

1. L'entreprise cédante ou sponsor conclut un contrat financier de transfert du risque avec une structure *ad hoc*, appelée « special purpose vehicle » SPV. Elle verse une prime au SPV et reçoit en contrepartie une couverture du risque.
2. Le SPV couvre le contrat financier par l'émission de titres à des investisseurs institutionnels dans les marchés de capitaux. Les investisseurs acquièrent le titre en payant sa valeur, le montant principal.
3. Les produits de l'émission (prime et investissement) sont placés dans des titres de haute qualité à valeur stable et détenus dans une fiducie (« collateral trust »).
4. Le rendement de l'investissement revient au SPV. Selon la convention, des coupons sont versés périodiquement aux investisseurs.
5. Si un événement couvert par les titres se réalise, les pertes sont couvertes par le SPV qui indemnise la cédante en utilisant les fonds disponibles dans l'investissement.
6. À la fin de la période de couverture convenue, un coupon et le montant principal restant sont remboursés aux investisseurs.

Avant la crise des subprimes qui a débuté en 2007 aux États-Unis, la structure comprenait usuellement une contrepartie de swap qui garantissait un rendement fixe au SPV à travers un dérivé de crédit sur transfert de rendement, « total return swap » en anglais. Cette contrepartie était parfois Lehmann Brothers, ce qui a généré le défaut partiel de plusieurs titres lors de la faillite de cette dernière en septembre 2008.

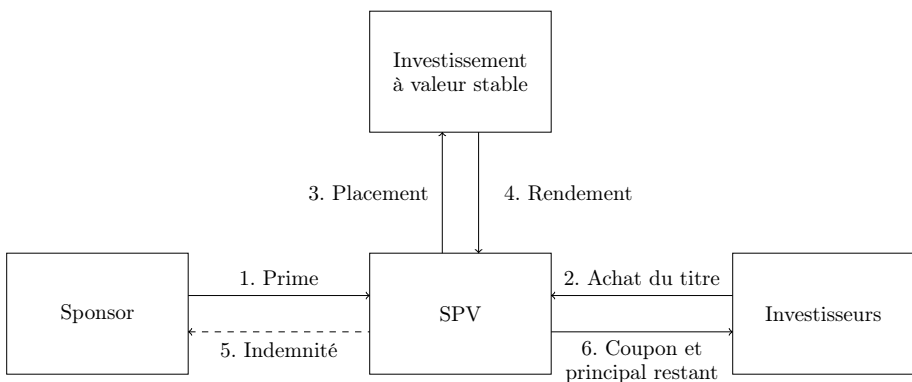


FIGURE 4.5 – Structure typique de titres assurantiels (d'après Swiss Re, 2009).

Exemples d'autres solutions de transfert alternatif du risque (suite et fin)

- *Produits assurentiels dérivés* : Les produits assurentiels dérivés sont des produits semblables à des options sur un indice boursier. Nous trouvons des instruments financiers dont la valeur est déterminée par l'évolution d'un indice propre au risque qui doit être financé (par exemple, un indice de sinistralité, un indice météorologique). Certaines de ces options sont négociées en bourse mais leur volume reste modeste, bien que les instruments et indices sous-jacents aient été affinés. La difficulté demeure dans la définition d'un indice dont les investisseurs approuvent l'objectivité.

4.4 Sélection des techniques les plus appropriées

Après avoir étudié l'ensemble des techniques applicables, il faut choisir parmi ces techniques de contrôle et de financement celles qui semblent les plus appropriées. Pour ce faire, deux types d'activités sont nécessaires. D'un côté, il faut évaluer les techniques, c'est-à-dire étudier l'effet de chacune de ces techniques sur l'exposition au risque. De l'autre côté, il faut définir et appliquer les critères de sélection.

Évaluation des techniques Pour évaluer les techniques disponibles, le gestionnaire du risque analyse l'effet de chacune des techniques sur la capacité de l'entreprise à atteindre ses objectifs. Pour chaque exposition au risque et chaque technique applicable, trois évaluations différentes sont requises :

- l'évaluation de la fréquence et la sévérité des pertes potentielles,
- l'évaluation de l'impact de la technique sur la fréquence, la sévérité et la prévisibilité des pertes potentielles,
- l'évaluation des coûts engendrés par l'application de la technique.

Tout d'abord, il faut évaluer la fréquence et la sévérité des pertes potentielles. Pour cela, le gestionnaire du risque utilise les méthodes et outils mathématiques évoqués au chapitre 3. Ensuite, dans le même cadre de modélisation, il évalue l'impact de chaque technique sur la fréquence et la sévérité. Il s'agit aussi d'analyser l'effet sur la prévisibilité des pertes potentielles. Finalement, l'application d'une technique engendre des coûts lors de la mise en oeuvre. Si des statistiques ne sont pas disponibles, de telles évaluations peuvent être basées sur des avis d'experts, sur l'expérience professionnelle, sur des projections ou sur des études de simulation.

Définition et application des critères de sélection Le gestionnaire du risque doit également définir les critères sur lesquels il base son choix de technique. Il y a deux catégories de critères de sélection pour mesurer la vraisemblance et les conséquences des expositions :

4.4. Sélection des techniques les plus appropriées

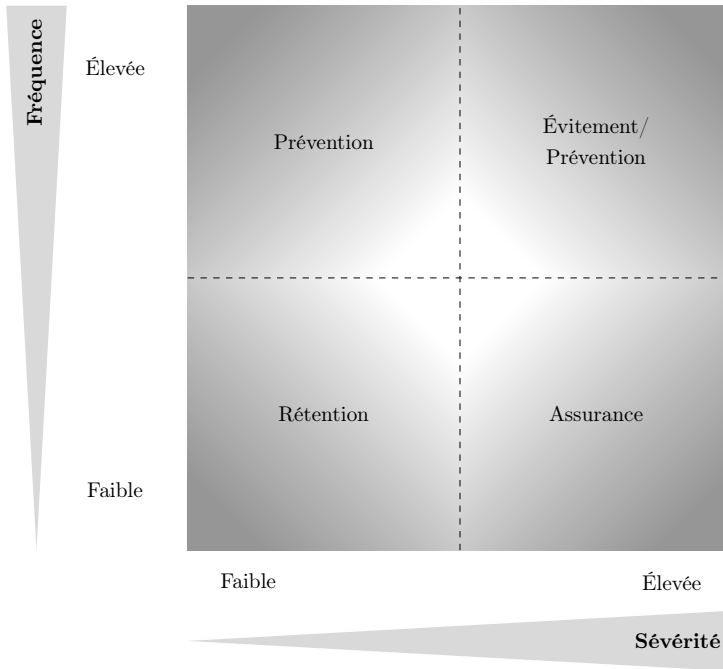


FIGURE 4.6 – Choix des techniques de gestion du risque sur un schéma fréquence-sévérité.

- les critères purement économiques,
- d'autres critères.

Parmi les critères d'ordre purement économique, nous comptons, par exemple, la maximisation de l'espérance mathématique du bénéfice ou de la valeur actuelle des flux de trésorerie. D'autres critères se concentrent sur la stabilité des résultats ou la probabilité minimale d'une faillite. D'autres encore s'intéressent à maximiser l'utilité ou l'efficacité. Selon les circonstances, l'un ou l'autre critère peut être beaucoup plus pertinent. Par exemple, pour le système informatique qui gère les données des clients et les comptes dans une banque, l'efficacité maximale, dans le sens où toute possibilité d'erreur doit être évitée, est bien plus importante qu'un critère purement financier. Dans le choix des critères, on tiendra compte des types des valeurs exposées qui ont une incidence sur les objectifs. Une attention particulière sera nécessaire quant à la cohérence de l'utilisation des mesures et de la manière dont sont combinées différentes expositions au risque. Finalement, il s'agit de déterminer le niveau de risque en adéquation avec la capacité de l'entreprise.

Le graphique de la figure 4.6 montre un aperçu des techniques de gestion généralement applicables selon la fréquence et la sévérité de l'exposition au risque. Pour les expositions à sévérité et fréquence faibles, une technique de financement par rétention (ou autofinancement) est généralement appropriée : typiquement

les conséquences financières des pertes sont alors payées comme dépense normale (financement par répartition) ou une provision est constituée (financement par constitution d'une provision). Pour les expositions à fréquence élevée, beaucoup d'observations sont normalement disponibles pour comprendre l'exposition au risque et apprendre à atténuer le nombre de réalisations de pertes par des mesures de prévention. C'est la première technique à appliquer qui permet de diminuer la fréquence des pertes. Si la sévérité est élevée, on cherchera à éviter l'exposition au risque, si possible. Dans un deuxième temps, selon l'ampleur de la sévérité, une technique de financement doit être choisie. Pour des expositions au risque à sévérité élevée mais fréquence faible, il est plus difficile d'étudier le risque et la sévérité peut être telle qu'elle met en danger les objectifs de l'entreprise. Dans un tel cas de figure, la technique de financement préférée est l'assurance, donc un transfert contractuel du financement du risque. En effet, pour des expositions à faible fréquence, les assureurs ont souvent plus de données à disposition, ce qui leur permet de calculer la prime d'assurance. La mise en commun de risques similaires de différents clients leur permet de modérer l'exposition au risque totale. Les réflexions ci-dessus s'appliquent généralement mieux pour les expositions au risque qui sont à fréquence ou sévérité clairement faible respectivement élevée. Malgré ces indications générales, chaque exposition doit être analysée individuellement.

4.5 Implémentation des techniques choisies

Politique de risque et organisation Une fois les techniques les plus appropriées choisies, il s'agit de mettre en oeuvre la décision. La réussite de l'implémentation dépend largement de la priorité qui est donnée à la gestion des risques dans l'entreprise et de la position hiérarchique du gestionnaire du risque. Dans un grand nombre d'entreprises, la gestion du risque prend une importance de plus en plus grande. Vu que l'efficacité de la gestion du risque dépend de la position du gestionnaire, bon nombre de grandes entreprises à travers tous les secteurs ont créé des postes de « chief risk officer » (CRO) ces dernières années.

Un des points primordiaux réside donc dans la politique de risque, « risk policy » en anglais, définie par le conseil d'administration. Il s'agit de définir quels risques doivent être gérés en priorité et d'assurer le bon suivi de l'implémentation des mesures par la direction générale et le gestionnaire du risque. La mise en oeuvre nécessite une définition claire des rôles et responsabilités du conseil d'administration, de la direction générale et du gestionnaire du risque. Typiquement, le conseil d'administration délègue l'implémentation de la gestion du risque à la direction générale qui est appuyée par le gestionnaire du risque. Ce dernier rapporte à la direction, mais s'adresse aussi au conseil d'administration ou à un comité de ce dernier avec un rapport périodique et en cas de risques urgents. Le premier but de ce rapport est de communiquer sur les activités et les résultats de la gestion du risque. Il fournit également les informations nécessaires pour améliorer la mise en oeuvre du programme et pour prendre des décisions. Le conseil d'administration assume la responsabilité globale de la gestion du risque. Nous illustrons cette

organisation dans la figure 4.7 qui est adaptée de Müller et al. (2019). L'ensemble des risques à gérer est indiqué par les catégories de risques stratégiques, opérationnels et externes (voir la section 2.3).

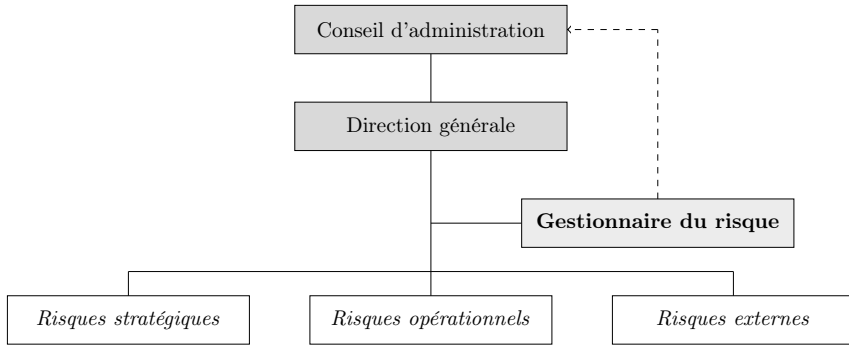


FIGURE 4.7 – Organisation de la gestion du risque (adapté de Müller et al., 2019, section 4.39).

La norme ISO 31000:2018 (Organisation Internationale de Normalisation, 2018, chapitre 5) indique que le cadre organisationnel doit reposer sur les valeurs de leadership et d'engagement. L'intégration de la gestion du risque dans toutes les activités d'une entreprise s'appuie sur une ligne de conduite communiquée et comprise par chacun. Autorité et responsabilité permettent d'aligner la stratégie, les objectifs et la culture d'entreprise (voir aussi la section 4.6). La responsabilité de chacun (voir la 1^{re} ligne de défense ci-dessous) est garante de l'implémentation du programme à travers toute l'entreprise. Il est critique de consulter et d'inclure la gestion opérationnelle dans les étapes de conception, de mise en oeuvre et d'évaluation du programme. Des experts des différents domaines doivent être inclus aussi bien dans l'installation que dans l'adaptation et l'amélioration continues de la gestion du risque.

Modèle des trois lignes de défense En termes de gouvernance des risques, l'utilisation du modèle dit « des trois lignes de défense » ou « de maîtrise » est courante. Son principe est appliqué dans la plupart des entreprises et a fait ses preuves depuis des années. Ce modèle détaille le rôle et les responsabilités des fonctions de contrôle, de gestion du risque, de conformité et de révision interne dans le système de gouvernance. La répartition claire des missions permet de s'assurer que tous les risques sont identifiés et gérés de manière efficace et efficiente. Le conseil d'administration et la direction générale sont les acteurs primaires dans ce modèle initialement destiné à l'organisation interne. L'institut des auditeurs internes, une autorité internationale, formule des normes, lignes directrices et certifications.

Le modèle inclut trois niveaux de contrôle pour la maîtrise du risque à l'intérieur d'une entreprise. La première ligne de défense s'intéresse aux unités opérationnelles et regroupe les dispositifs de contrôle interne et les autres contrôles pilotés par la direction. Il s'agit de la gestion opérationnelle au quotidien. La mission première est

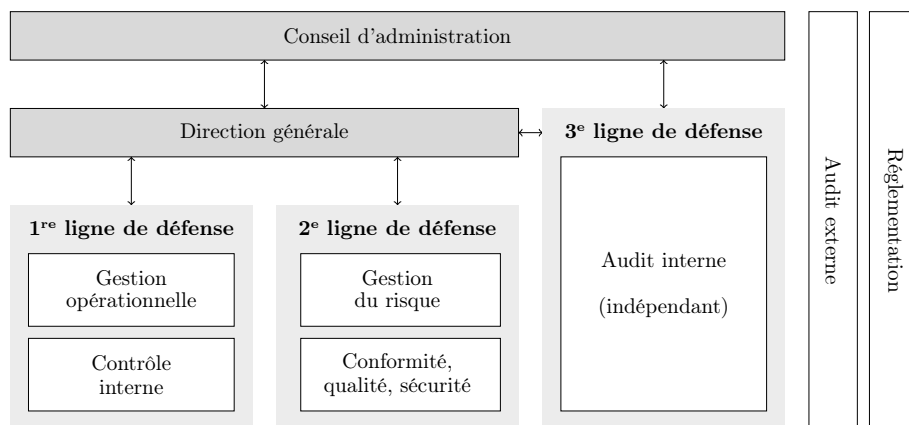


FIGURE 4.8 – Modèle des trois lignes de défense.

l'identification régulière, l'évaluation et la gestion des (nouveaux) risques dans les affaires courantes. Ensuite, il s'agit aussi de l'exécution des activités de contrôle garantissant le respect de l'appétence au risque. Finalement, l'identification et le signalement des points faibles des processus de contrôle et la contribution au perfectionnement des lignes directrices et procédures font partie des activités.

La deuxième ligne de défense concerne la gestion du risque et la conformité. Il s'agit d'abord de la mise en place d'un cadre pour la gestion du risque et d'un contrôle global suivi d'un bilan et d'une évaluation de la situation générale quant aux risques usuels et émergents. Les missions à ce niveau incluent le contrôle du respect des dispositions légales, le contrôle de l'adéquation des processus, des méthodes, de la qualité et de la sécurité, ainsi que la coordination de la rédaction du rapport sur la situation générale quant aux risques. Ce niveau apporte aussi expertise et assistance sur toutes les questions en rapport avec le risque. C'est la direction générale qui pilote les activités des deux premières lignes de maîtrise.

La troisième ligne de défense consiste en la révision interne, c'est-à-dire un contrôle régulier et indépendant de l'adéquation et de l'efficacité des processus de gestion du risque. Dans ce contexte, la gouvernance et l'interaction entre les trois lignes sont importantes. L'audit interne comme la direction générale répondent au conseil d'administration. Le processus des trois lignes de défense est soumis au contrôle d'un audit externe ainsi que de régulateurs. La figure 4.8 illustre graphiquement le modèle des trois lignes.

4.6 Contrôle des résultats

L'objectif de cette dernière étape de la gestion du risque consiste à contrôler que les résultats attendus soient réellement atteints et, le cas échéant, à adapter le programme de gestion du risque aux changements qui peuvent intervenir dans

l'exposition aux pertes. Plusieurs activités de suivi et de revue sont nécessaires à la réalisation de cette étape :

- établir des standards de performance acceptables,
- comparer les résultats obtenus aux standards définis,
- corriger ou adapter le programme si nécessaire.

Culture du risque Les adaptations itératives du programme font partie intégrante des processus de la gestion du risque. L'esprit critique et la culture d'entreprise sont importants pour le bon développement. Ainsi, en cas de pertes importantes, la réaction spontanée de critiquer doit faire place à celle d'imaginer les pertes en cas d'absence de mesures et de corriger et améliorer le système. Il s'agit de développer les bonnes pratiques et d'augmenter les standards. Nous concluons qu'une implémentation cohérente et consciente des techniques de gestion du risque ne peut se faire qu'en présence d'une bonne culture de risque. Cette manière de faire dépend fortement de la culture de la société dans laquelle l'entreprise est insérée. Le collaborateur en tant qu'être humain doit être mis au centre des processus et il faut en tenir compte dans le mode opératoire. Il incombe aux organes gouvernants de promouvoir par leurs actes et leur attitude une « culture du risque » dans l'entreprise (Métayer et Hirsch, 2007).

Le terme culture du risque s'emploie ici pour faire référence aux attitudes et aux comportements qu'un individu, une entreprise ou une société adopte face au risque. Cette culture du risque va donc définir l'organisation de l'entreprise, ses comportements, son attitude, son éthique en laissant apparaître les prédispositions individuelles au risque. La culture du risque définit souvent inconsciemment quelles règles et normes sont perçues comme rationnelles et importantes (Zeier Roeschmann, 2014). Trois éléments sont affectés par la culture du risque. Tout d'abord ce sont les systèmes, processus et structures qui s'intéressent à la fixation d'objectifs, l'identification des événements, l'évaluation des risques, la réaction aux risques, les activités de contrôle, l'information et la communication et la surveillance dans une entreprise. On trouve ensuite les valeurs adoptées, en d'autres termes la culture d'entreprise qui définit les bases de la manière dont le risque est perçu et traité par les employés d'une entité, y compris la philosophie de gestion du risque et l'appétance au risque, l'intégrité et les valeurs éthiques, ainsi que l'environnement dans lequel ils opèrent. Finalement, les hypothèses de base, à savoir les croyances et valeurs d'un groupe qui ont été apprises au fil du temps lorsque des décisions impliquant des risques ont été prises (Schein, 2016).

Coûts et bénéfices Lors du contrôle périodique des risques, deux questions principales doivent se poser : Comment la gestion du risque bénéficie-t-elle à l'entreprise? Quels sont les coûts du « risk management » pour l'entreprise? Cette analyse des coûts et des bénéfices peut être faite à différents niveaux. En effet, les coûts et les bénéfices des expositions aux pertes potentielles touchent à la fois l'entreprise elle-même, les autres entreprises du secteur et l'économie plus largement.

Pour ce qui est des coûts, nous les répartissons en trois catégories :

- les pertes,
- l'inertie,
- les ressources gaspillées.

La catégorie des pertes comprend les biens, les revenus, les vies et les autres valeurs qui sont endommagés ou détruits. Le terme d'inertie désigne les effets dissuasifs que les pertes potentielles ont sur les activités. En effet, certaines activités jugées trop risquées ne sont pas entreprises et les bénéfices associés ne sont pas réalisés. Finalement, les ressources gaspillées regroupent l'ensemble des ressources consacrées à la gestion des pertes, réalisées ou potentielles, qui pourraient être affectées à des activités plus rentables.

Ces ressources « gaspillées » constituent le coût de la gestion du risque. La réduction des pertes et la réduction de l'inertie constituent les bénéfices. Un programme de gestion du risque a pour but de minimiser la somme de ces trois catégories de coûts. Pour bien analyser les coûts et bénéfices de la gestion du risque, se rappelant de l'importance du référentiel (voir la section 2.2), il est préférable de considérer séparément le cas de l'entreprise, de la communauté dont elle fait partie et l'économie qui rassemble toutes les entreprises et communautés.

- *Point de vue de l'entreprise* : Du point de vue d'une entreprise, il s'agit de réduire les coûts liés au risque des activités courantes. Pour une entreprise, les pertes correspondent aux paiements à faire pour les expositions au risque autofinancées et pour les frais non couverts par un contrat d'assurance ou une source alternative. Dans les ressources gaspillées, on compte les primes d'assurance payées ainsi que les intérêts et remboursements à faire à des prêteurs. À ceci s'ajoutent les frais pour la mise en oeuvre des mesures servant à prévenir ou à réduire l'exposition au risque et les coûts administratifs. De plus, si le taux marginal d'imposition des bénéfices d'une entreprise est croissant, il existe un surcoût associé aux fluctuations des bénéfices dans le temps. La convexité de la courbe des taux d'imposition veut qu'il est préférable d'avoir des bénéfices annuels stables que des fluctuations importantes. Atténuer les fluctuations des bénéfices est d'ailleurs un des buts visés par un programme de gestion du risque. Un programme de gestion du risque visera à réduire le coût global du risque en interférant le moins possible avec les activités normales de l'entreprise.

Les craintes de pertes potentielles futures ont tendance à miner l'esprit entrepreneurial et l'enthousiasme des dirigeants d'entreprises. Ces inquiétudes les rendent réticents à se lancer dans des activités considérées trop risquées. Les bénéfices nets de ces activités mises à l'écart constituent une perte pour l'entreprise. Une bonne pratique de la gestion du risque tend à réduire les effets dissuasifs de l'incertitude associés à des pertes potentielles. L'incertitude est diminuée notamment en réduisant la fréquence et la sévérité des pertes potentielles tout en les rendant plus prévisibles. Deux bénéfices concrets résultent

de la réduction de l'incertitude. Premièrement, la faisabilité de certains projets est accrue une fois les réticences dissipées. Deuxièmement, l'entreprise devient plus sûre et, par conséquent, plus attractive pour les investisseurs. En conclusion, un programme de gestion du risque efficace donne des possibilités accrues à l'entreprise qui en tire des bénéfices.

- *Point de vue de la communauté* : Les préoccupations de la communauté ou du secteur se situent entre celles d'une organisation et celles de l'ensemble de l'économie. Les pertes d'une entreprise peuvent avoir un impact majeur sur une communauté tout en ayant un impact faible sur l'ensemble de l'économie. Une entreprise dans une petite ville aura probablement un impact important sur l'économie de la région, par exemple sur le marché du travail local avec un possible effet de cascade sur l'économie locale, sans avoir un effet à plus grande échelle. Si on considère la communauté comme le secteur ou la branche de l'entreprise, une mauvaise gestion du risque avec, par exemple une mise en faillite de l'entreprise, a un impact sur l'image de toutes les firmes du secteur ainsi que sur la confiance des consommateurs. La communauté est par conséquent concernée par les programmes de gestion du risque des entreprises qu'elle accueille.
- *Point de vue de l'économie* : Finalement, du point de vue de l'économie, le panorama est différent. Les points de mire sont la réduction du gaspillage des ressources et l'amélioration de l'allocation des ressources productives. En effet, dans une économie, il existe une quantité limitée de ressources pour la production de biens et de services. En cas de perte accidentelle, des ressources sont complètement gaspillées. Une partie des ressources d'une nation est consacrée à la prévention, à la réparation ou à l'indemnisation de pertes. Dans cet état d'esprit, la gestion du risque contribue à réduire le gaspillage de ressources. De surcroît, une réduction de l'incertitude pour les entreprises individuelles amène une amélioration de l'allocation des ressources productives pour l'ensemble de l'économie. Un programme de gestion du risque efficace libère les dirigeants des craintes associées aux conséquences des pertes potentielles. Ils entreprennent des activités plus profitables et le financement de ces activités n'est pas entravé.

4.7 Gestion des cyber-risques et assurabilité

Des innombrables e-mails frauduleux (« spams ») reçus quotidiennement par toute personne titulaire d'une adresse e-mail auprès des grands hébergeurs, au hacking régulier de sites web, en passant par les divers coups d'éclat de « WikiLeaks » et les soupçons de manipulation ayant pesé sur les élections présidentielles américaines, nombreux sont les événements à nous rappeler la vulnérabilité de petits et grands face aux risques informatiques. Enjeu technologique et sociétal de par son impact dans les mondes virtuel et réel, de plus en plus interconnectés, les cyber-risques sont plus que jamais au cœur des préoccupations à l'échelle globale et locale.

En témoigne notamment leur classement par le WEF. En effet, les cyber-risques apparaissent tout de suite après les changements climatiques, au même niveau que les catastrophes naturelles et plus élevés que les risques d'attaques terroristes, des bulles d'actifs et le chômage structurel par exemple (voir la figure 1.1 à la section 1.1).

Les organisations de toutes tailles, tant dans le secteur public que dans le secteur privé, dépendent de plus en plus de l'information et des technologies, ainsi que des ressources humaines et des installations, pour mener à bien les processus opérationnels qui, à leur tour, soutiennent la prestation de services. Une défaillance a des conséquences négatives sur les processus qu'ils soutiennent et peuvent entraîner une incapacité à fournir des services.

Définition des cyber-risques Les risques opérationnels de cybersécurité ou cyber-risques sont des risques que nous définissons comme suit (voir également Cebula et Young, 2010) :

Définition 4.7 (*Cyber-risques*)

Les cyber-risques sont des risques opérationnels concernant des données, informations et biens techniques, qui compromettent la confidentialité, la disponibilité ou l'intégrité des informations ou des systèmes d'information.

Ainsi, les cyber-risques concernent à la fois des éléments tangibles, tels que l'infrastructure informatique au sens large, et des éléments intangibles, les données et flux virtuels, les réseaux de communication. Ces derniers, de par leur nature, présentent de nombreux défis dans l'appréhension et la quantification des pertes qui y sont relatives.

Catégorisation et exemples Afin de mieux cerner ces risques opérationnels, nous proposons dans le tableau 4.2 une catégorisation le long des périls. Nous identifions et organisons les sources de risque opérationnel en matière de cybersécurité en quatre classes : les actions de personnes, les défaillances des systèmes et des technologies, les échecs des processus internes et les événements externes. Les actions de personnes sont liées à la faute humaine, qu'elle soit involontaire ou volontaire, ou au contraire, à l'inaction d'une personne due à un manque de compétences, de connaissances ou d'indications pour agir dans une situation donnée et empêcher la réalisation d'un dommage. La deuxième catégorie est liée aux problèmes d'un système informatique, enjeux émanant du matériel (« hardware »), des logiciels (« software ») ou de l'interaction des deux. Troisièmement, nous évoquons les échecs des procédures internes qui proviennent d'une mauvaise conception ou exécution, du contrôle ou encore du niveau des supports. Finalement, des événements extérieurs à l'organisation incluent les catastrophes d'origine humaine ou naturelle, les enjeux juridiques et commerciaux, ainsi que les services publics et de partenaires dont dépend l'activité de l'entreprise. Nous constatons que l'éventail

4.7. Gestion des cyber-risques et assurabilité

Catégorie	Description	Éléments
<i>Actions de personnes</i>		
Accidentel	actions involontaires prises sans intention malveillante ou dommageable	erreurs, fautes, omissions
Intentionnel	actions prises délibérément et avec l'intention de nuire	fraude, sabotage, vol, vandalisme
Inaction	inaction ou absence d'intervention dans une situation donnée	manque de compétences, de connaissances, d'indications, de disponibilité du personnel approprié pour agir
<i>Défaillances des systèmes et des technologies</i>		
Matériel	risques liés aux défaillances des équipements physiques	pannes dues à la capacité, aux performances, à la maintenance, à l'obsolescence
Logiciels	risques découlant des logiciels de tous types, y compris programmes, applications et systèmes d'exploitation	compatibilité, gestion de la configuration, contrôle des modifications, paramètres de sécurité, pratiques de codage, tests
Systèmes	défaillances des systèmes intégrés de fonctionner comme prévu	conception, spécifications, intégration, complexité
<i>Échecs des processus internes</i>		
Conception et/ou exécution des processus	échec des processus à atteindre les résultats souhaités en raison d'une mauvaise conception ou exécution des processus	flux des processus, documentation des processus, rôles et responsabilités, notifications et alertes, flux d'informations, signalement des problèmes, accords de niveau de service, transfert des tâches
Contrôles des processus	contrôles inadéquats sur le fonctionnement des processus	suivi de l'état, mesures, examen périodique et responsabilité du processus
Processus de soutien	échec des processus de soutien organisationnel pour fournir les ressources appropriées	personnel, comptabilité, formation et développement, acquisitions
<i>Événements externes</i>		
Catastrophes	événements naturels et d'origine humaine que l'organisation ne contrôle pas et qui peuvent survenir sans préavis	événement météorologique, incendie, inondation, tremblement de terre, troubles
Enjeux juridiques	risques découlant de questions juridiques	conformité réglementaire, législation, litiges
Enjeux commerciaux	risques découlant de l'évolution de l'environnement commercial de l'organisation	défaillance des fournisseurs, conditions du marché, conditions économiques
Dépendance des services	risques découlant de la dépendance de l'organisation des partenaires externes	services publics, services d'urgence, carburant, transport

Tableau 4.2 – Catégorisation des cyber-risques selon les périls (d'après Cebula et Young, 2010, et Biener et al., 2015b, tableau 1).

des origines des cyber-risques est très large et ne se réduit pas aux seuls risques de cyber-criminalité.

En poursuivant la catégorisation des cyber-risques, nous distinguons deux types de causes, selon la présence ou l'absence d'éléments de nature criminelle. Les périls non criminels englobent les cas de force majeure, à savoir les événements de type catastrophe naturelle, entraînant des dommages aux infrastructures informatiques physiques. Ensuite, nous y trouvons les pannes techniques, pouvant survenir et affecter les systèmes à la fois virtuellement (« bug » d'un logiciel) ou physiquement (court-circuit, problème de disque dur, crash d'un ordinateur). Finalement, les erreurs humaines comprennent notamment les manipulations malheureuses. Les causes criminelles, comme étudiées par Kshetri (2010), impliquent une violation des lois ou réglementations en vigueur. On distingue les attaques physiques, telles que les actes de sabotage ou de vol de données (physiques), des cyberattaques, affectant les systèmes par le biais de leur partie virtuelle, telles que l'introduction de logiciels malveillants (par exemple virus, « spams ») ou le vol de données par voie informatique. Enfin, il s'agit aussi d'extorsion ou toute autre forme de menace via internet (par exemple attaques « ransomware »).

L'analyse des risques technologiques de la figure 1.1 (voir la section 1.1) a mis en lumière que le risque de cyberattaques est perçu comme étant un risque à probabilité et fréquence importantes. Étant encore considéré comme un risque émergent, peu de statistiques existent sur l'évaluation des dommages engendrés par les cyber-incidents. Heon et Parsoire (2017) évoquent que la première loi sur la perte de données personnelles aux États-Unis a été signée en Californie en 2002. Dans les années qui suivent, de nombreuses firmes ont annoncé le vol de plusieurs millions de données de clients. Ce n'est que depuis 2010 qu'un marché d'assurance couvrant les cyber-risques commence à se développer. En Suisse, dans une démarche d'information et de prévention, les autorités fédérales ont mis en place en 2004 une centrale d'enregistrement et d'analyse pour la sûreté de l'information. Elle réunit différents partenaires gouvernementaux actifs dans le domaine de la sécurité informatique et la protection des infrastructures nationales. Le portail recense de la documentation sur les cyber-risques et permet d'annoncer des cyber-atteintes. Ces efforts semblent nécessaires car les cyber-risques sont souvent sous-estimés, que ce soit par les entreprises ou les particuliers. En 2020, le Centre National pour la Cybersécurité (2020) a été créé en Suisse. C'est le centre de compétences de la Confédération en matière de cybersécurité et le premier interlocuteur pour les milieux économiques, l'administration, les établissements d'enseignement et la population pour toute question relative à la cybersécurité.

Plus récemment, dans le champ de la cybercriminalité, de nombreuses craintes ont agité le paysage économique mondial, concernant la vulnérabilité des fournisseurs d'électricité, des vols aériens, des hôpitaux ou encore des voitures pourvues de systèmes de fermeture sans clé. Souvent des données sont indisponibles, des systèmes informatiques ou sites web non joignables ou des systèmes de communication en panne. Parfois, des données sont divulguées et les mots de passe ou l'identité d'internautes sont usurpés après des tentatives de « social phishing » (voir ci-dessous). L'entreprise lésée, du fait de la protection des données personnelles ou bancaires, n'encourt pas seulement un risque de réputation mais aussi des poursuites judiciaires.

Dans l'ensemble, les cyber-risques doivent être considérés à l'échelle globale. Tous les systèmes reliés, comme le réseau internet, reposent sur une infrastructure physique d'envergure mondiale. Des câbles sous-marins et souterrains traversant océans, mers et continents, aux points d'échange, véritables relais physiques pour redistribuer et échanger du trafic internet à échelle plus locale, en passant par les satellites, cette ossature matérielle est une source importante de vulnérabilité du réseau à toutes les échelles. Ainsi, les satellites sont sensibles aux tempêtes solaires, les câbles et les points de relais peuvent être endommagés, sans oublier les possibilités d'attaque virtuelle sur les domaines internet hébergeant le contenu des sites web. La structure de ces réseaux se veut très décentralisée, mais les conséquences d'un dommage local peuvent tout de même s'étendre dans un périmètre important, de par la densité d'interconnexion et d'interdépendance des flux de données. Ainsi, les experts s'accordent sur la possibilité d'une paralysie du réseau internet à l'échelle d'un continent, mais ne conçoivent pas celle d'une coupure globale, qui, même de courte durée, pourrait engendrer des coûts se mesurant dans les centaines de milliards de dollars.

Le tableau 4.3 donne un aperçu des types de valeurs exposées. Notant qu'il est difficile de généraliser, nous énumérons essentiellement des pertes potentielles dans les catégories de propriété ou bénéfice net et de patrimoine. Pour la propriété ou le bénéfice net, les pertes potentielles sont liées à la récupération ou au remplacement de données et du matériel, aux pertes directes et indirectes liées à une interruption d'activité et à des pertes financières et de réputation. Les pertes de type patrimoine viennent des demandes de tiers lésés, que ce soient des clients, des entreprises partenaires ou des poursuites en justice. Les demandes sont variées. Nous y retrouvons par exemple des réclamations résultant d'une violation des règles de protection des données, la responsabilité pour des activités en ligne involontaires et les coûts découlant de la violation de relations contractuelles.

Hameçonnage et « social phishing »

Depuis la démocratisation d'internet et des systèmes de messagerie électronique « e-mail », nous sommes confrontés au phénomène du hameçonnage ou « phishing », désignant le procédé d'envoi de courriers électroniques frauduleux en masse dans le but d'obtenir des informations personnelles, généralement relatives aux moyens de paiement en ligne, auprès d'un maximum de destinataires possibles. Par exemple, les pirates se font passer pour une banque et, sous prétexte de mise à jour, envoient un lien vers une page web imitant celle de l'institution en question, incitant à entrer des informations confidentielles (par exemple mot de passe, numéro de carte de crédit) qui sont ensuite récupérées par les fraudeurs et utilisées à des fins criminelles (notamment usurpation d'identité, achats et versements d'argent). Pour se protéger contre ces attaques, il peut être judicieux de vérifier l'adresse de l'expéditeur, qui n'a généralement rien d'officiel (nom de domaine et intitulé suspects) malgré l'apparence du message, et en deuxième temps, de contrôler l'adresse du lien hypertexte présent dans

Catégorie	Éléments
Propriété/ bénéfice net	<ul style="list-style-type: none"> • Coûts de la récupération et du remplacement des données ou des systèmes, y compris du matériel • Frais en raison d'une interruption d'activité • Coûts liés au détournement d'actifs • Paiements d'extorsion • Coûts des services de gestion de crise • Perte de réputation
Patrimoine (demandes de tiers)	<ul style="list-style-type: none"> • Réclamations résultant d'une violation des règles de protection des données • Responsabilité en matière de sécurité des réseaux (réclamations fondées sur des manquements aux obligations qui entraînent des pertes financières pour un tiers) • Coûts de la récupération des données de tiers • Responsabilité pour ses propres activités en ligne ou déclarations dans des courriers électroniques (coûts découlant de la violation ou de l'utilisation illégale de la propriété intellectuelle) • Coûts découlant de l'entrave ou du refus de l'accès légitime des clients

Tableau 4.3 – Aperçu des types de valeurs exposées aux cyber-risques (d'après Biener et al., 2015a, tableau 5).

le message après son ouverture. En effet, la page servant aux pirates pour récolter les informations confidentielles n'est généralement pas chiffrée (absence de « https:// » dans l'adresse) et son adresse web ne correspond pas à celle de l'institution qu'ils imitent. Il existe également des solutions informatiques (logicielles ou intégrées à certains clients de messagerie) qui vérifient automatiquement les messages reçus dans la même logique que précédemment évoquée. Le terme de « social phishing » désigne quant à lui une tentative de vol de données utilisant le même procédé de supercherie que par courrier électronique, mais cette fois dans le monde réel, à l'aide d'actions d'une ou plusieurs personnes dans une situation du quotidien. Il pourrait notamment s'agir d'une personne entrant dans les bureaux d'une entreprise, agissant comme un employé et se connectant à un ordinateur pour y voler des données ou y installer un programme malveillant. L'enjeu de protection contre ce risque se rapporte à l'infrastructure réseau et la sécurité physique des entreprises, étant donné que la menace provient d'une action humaine dans ses locaux. Ainsi, à l'exemple des grandes banques en Suisse, qui vont jusqu'à installer des portails de sécurité et des contrôles rétinéens ou des scanners d'empreintes digitales pour accéder à certains locaux ou équipements informatiques, de nombreuses entreprises désactivent simplement l'usage des ports USB sur les postes de travail de leurs employés, éliminant ainsi une partie du risque susmentionné. Enfin, la formation des employés à la sécurité est un élément clé. Il s'agit notamment

de l'instauration de bonnes pratiques en matière informatique, à savoir le verrouillage de son ordinateur en quittant sa place de travail même pour un court instant, le changement régulier des mots de passe, l'interdiction d'ouvrir des messages électroniques dont l'expéditeur est inconnu ou non lié à l'activité, ainsi que le blocage d'accès à des sites internet hors du champ professionnel, tout comme aux réseaux sociaux et plateformes de messagerie ou de stockage de données en ligne.

Gestion des cyber-risques En suivant les concepts de gestion du risque développés dans ce chapitre (voir la figure 4.1 à la section 4.1), nous décomposons le processus de gestion des cyber-risques en cinq étapes principales que nous illustrons dans la figure 4.9. Au début du processus, il s'agit de définir les objectifs quant au niveau de sécurité recherché en tenant compte des ressources à disposition. Dans cette étape, le gestionnaire des risques a recours à des cadres de cybersécurité établis. De tels référentiels considèrent notamment le niveau de mise en oeuvre des pratiques de gestion du risque et le profil de maturité des mesures dans l'entreprise. Ensuite, le gestionnaire des risques passe à l'identification et à l'appréciation des risques. Durant les dernières années, nous avons assisté à l'émergence de divers recueils de bonnes pratiques en matière de sécurité informatique. En parallèle, des questionnaires et tests d'auto-évaluation (« cyber risk self-assessment tool ») ont été développés pour déterminer sa propre exposition au risque. En effet, il est important de penser à des risques évidents et à des risques cachés ou refoulés. Une fois l'exposition au risque définie et classifiée dans une matrice commune à tous les risques, à savoir en fonction de sa fréquence et sa sévérité, nous pouvons décider de l'importance à lui accorder au sein d'un programme de risk management. Pour ce qui est des techniques, il s'agit d'abord de contrôler les expositions au risque, en les évitant ou en les diminuant, et ensuite de retenir ou de transférer le financement des risques. La dernière étape consiste en un monitoring. Il s'agit de contrôler les résultats dans le temps mais aussi d'observer le développement des cyber-risques qui changent plus rapidement que dans d'autres domaines.

En guise de résumé, rappelons les sept lignes directrices pour une bonne gestion des cyber-risques, telles que retenues par Biener et al. (2015a) :

- *Responsabilité* : Premièrement, il est important d'ancrer la problématique des cybers-risques dans l'entreprise, en désignant une personne ou une équipe responsable. Ainsi, la mise en place d'un « chief information security officer » peut réduire de 30% les coûts moyens en cas de cyber-incident (Shackelford, 2012).
- *Gestion de crise* : La gestion de crise est un élément déterminant dans la gestion du risque, notamment par le biais de la définition de plans de déroulement pour certains scénarios (par exemple en cas de perte de données), définissant clairement les responsabilités de chacun et les actions à entreprendre.

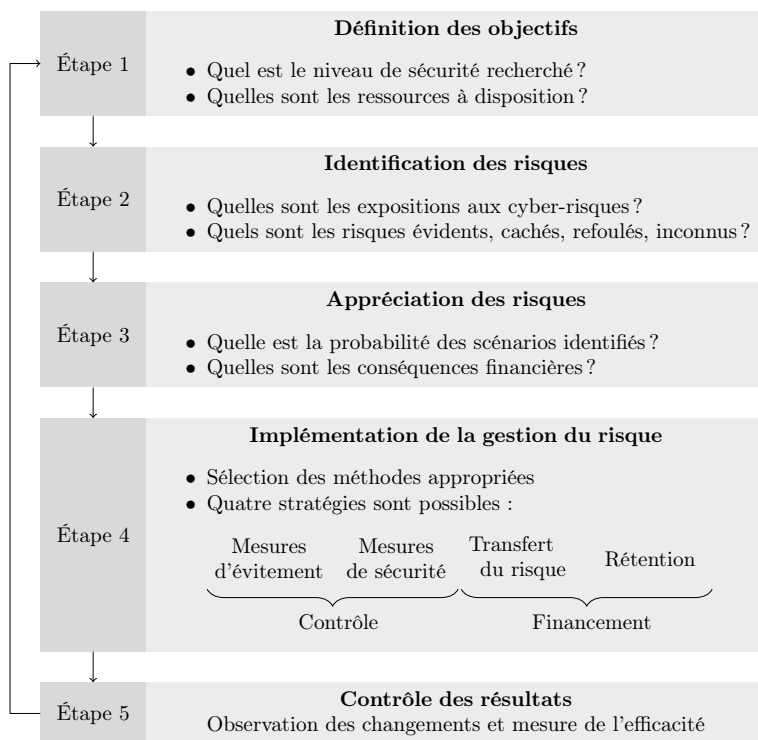


FIGURE 4.9 – Esquisse des étapes du processus de la gestion des cyber-risques.

- *Dialogue intra-entreprise* : Les cyber-risques ne concernent pas un département isolé. Comme pour tous les risques pouvant influencer le côté opérationnel d'une entité, il est important d'instaurer un dialogue du risque incluant les cyber-risques, et ce à l'échelle de l'entreprise entière, notamment via des programmes de sensibilisation et de formation des collaborateurs.
- *Interactions avec les partenaires* : Le dialogue précité doit s'étendre aux clients et fournisseurs, afin de prendre conscience de leur niveau de sécurité et des mesures entreprises pour la gestion du risque.
- *Veille continue* : Étant donné la rapidité des évolutions technologiques, ainsi que l'émergence de nouvelles menaces, le processus de gestion du risque doit être adapté continuellement. Dès lors, un processus de surveillance et de contrôle est indispensable.
- *Standards et certification* : Une certification selon des standards reconnus en matière de sécurité informatique peut être un moyen d'envoyer un signal important aux clients et fournisseurs.
- *Assurance* : Enfin, un transfert du risque par le biais d'une assurance, si disponible, peut être un moyen approprié de gérer le risque dans certaines situations.

Assurabilité des cyber-risques L'assurance des cyber-risques présente de nombreux défis. Entre la réglementation stricte et croissante en matière de protection des données et l'absence de couverture des risques informatiques par les polices d'assurance classiques, au vu de l'importance des coûts en cas de sinistre (par exemple dommages directs, réparation et recouvrement des données, interruption d'activité, appel à des spécialistes), l'assurabilité est un enjeu clé de la réflexion autour des cyber-risques.

Depuis peu, des polices d'assurance spécifiquement destinées aux cyber-risques sont apparues, couvrant généralement les frais propres et les revendications de tiers. Ces polices se déclinent en couverture de choses et de responsabilité civile (voir la section 5.4 et la figure 5.7). Les premières couvrent notamment les frais d'interruption d'activité (gain perdu, coûts de remise en service), de restauration et récupération d'information (données perdues, ressources logicielles), de gestion de crise (appel à un spécialiste externe, monitoring de l'évènement, gestion de la notification des clients touchés et des autorités) et d'extorsion en cas de cyber-rançonnement (paiement-même, coûts liés à l'investigation). Les secondes couvrent la perte d'informations confidentielles, les dommages à des systèmes tiers (coûts de procédure, analyse et dédommagement des victimes), ou encore les dégâts d'image associés à un évènement (par exemple, calomnie). Très porteur, ce marché croît très rapidement et les projections sont optimistes pour les années à venir.

Les contrats actuels prévoient souvent des limites de couverture relativement basses ou des primes élevées étant donné des incertitudes fondamentales quant à l'assurabilité. En effet, il convient d'appliquer les critères d'assurabilité établis par Berliner (1982) aux cyber-risques. D'un point de vue actuariel, les assureurs ne peuvent couvrir que des sinistres qui interviennent de manière aléatoire et indépendante et dont les pertes peuvent être estimées avec une perte maximale restant gérable, une sévérité moyenne modérée et une fréquence relativement élevée. Il faut aussi éviter une asymétrie d'information trop grande, notamment en termes d'antisélection et d'aléa moral. Parmi ces critères, le niveau maximal, la sévérité et la fréquence des sinistres sont les points les moins problématiques. En effet, alors que la fréquence a augmenté ces dernières années en raison de la propagation des technologies d'information et de communication, la sévérité moyenne a diminué par une augmentation observée des mesures d'auto-assurance. Néanmoins, les déterminants pour une prime d'assurance ne sont pas facilement évaluables ni quantifiables. L'estimation du risque de pertes et les soucis d'antisélection et d'aléa moral sont problématiques. Les conditions de marché sont également assez difficiles. Les primes d'assurance devraient rester abordables pour des limites de couverture acceptables. Face à des risques difficiles à estimer et variables, les limites de couverture proposées sont plutôt restreintes, excluant notamment bon nombre de pertes indirectes, et les primes demandées sont élevées. Les assurances ne proposent que des produits en ligne avec les valeurs de la société et les limites légales. Dans ce contexte par exemple, la couverture de rançons par des assureurs est problématique car défendue par certaines législations. Nous résumons ces aspects dans le tableau 4.4.

Critères d'assurabilité		Exigences	Évaluation
<i>Points de vue actuariels</i>	Caractère aléatoire du sinistre	Indépendance et possibilité d'estimer le risque de pertes	✗
	Perte maximale possible	Doit rester gérable par l'assureur	✓
	Niveau moyen des sinistres	Sévérité modérée	✓
	Probabilité moyenne de sinistre	Fréquence relativement élevée	✓
	Asymétrie d'information	Antisélection et aléa moral pas trop importants	✗
<i>Conditions de marché</i>	Primes d'assurance	Couvrent les pertes et restent abordables	✓-✗
	Limites de couverture	Acceptables	✗
<i>Perspective de la société</i>	Valeurs de la société	En ligne avec les valeurs sociétales	✓-✗
	Limites légales	Permission de couverture	✓-✗

Note : Les symboles d'évaluation marquent des critères problématiques (✗), non problématiques (✓), potentiellement ou un peu problématiques (✓-✗).

Tableau 4.4 – Évaluation de l'assurabilité des cyber-risques (d'après Berliner, 1982, et Biener et al., 2015b, tableau 3).

En résumé, d'après Biener et al. (2015a), les problèmes qui entravent l'assurabilité sont les suivants :

- *Risque de cumul* : Les risques pour un même client peuvent être cumulatifs dans un même domaine ou à travers plusieurs polices d'assurance. Par exemple, un problème informatique peut entraîner un incendie et des dommages matériels.
- *Diversification des portefeuilles* : La taille relativement petite des portefeuilles d'assurance couvrant les cyber-risques empêche les avantages du regroupement ou « pooling » (voir la justification économique de l'assurance à la section 5.1) et de la diversification des risques.
- *Disponibilité des données* : Le manque de données rend la tarification plus difficile et moins précise.
- *Adéquation des données historiques* : La rapidité de l'évolution technologique rend toute modélisation potentiellement obsolète peu après avoir été développée. Face aux cyber-risques, les données historiques ne sont pas de bons prédicteurs pour la sinistralité future.
- *Modèles actuariels* : Il n'y a pas de standards actuariels établis pour la modélisation des cyber-risques. Les risques et les scénarios extrêmes (fréquence faible, sévérité élevée) sont difficiles à estimer.
- *Capacité d'assurance* : Le volume disponible pour assurer des sinistres liés aux cyber-risques est limité et ainsi des franchises élevées et des couvertures relativement faibles caractérisent les premiers produits d'assurance.

Dès lors, pour améliorer la gestion des cyber-risques et pour faciliter le développement de produits d'assurance, diverses actions en réponse aux éléments cités auparavant semblent opportunes. Il apparaît notamment nécessaire de développer la réglementation pour instaurer des standards de gestion des cyber-risques, tels qu'une procédure d'évaluation et une obligation d'annonce des événements « cyber ». Il est aussi important, du point de vue de la sensibilisation et de l'information, de rendre les données disponibles, par exemple via des plateformes et bases de données accessibles au plus grand nombre, afin de faciliter et améliorer l'échange. De manière plus générale, l'innovation est un élément déterminant, tant en matière de gestion du risque que du développement de produits assurantiels, et requiert un investissement important en termes de ressources financières et de compétences (voir également Swiss Re, 2012).

D'un point de vue financier, il pourrait être utile de développer un pool d'assurances public ou privé pour les cyber-risques, à l'image du pool suisse pour la couverture des dommages sismiques. Une telle initiative pourrait pallier aux réticences des assureurs à entrer sur ce marché en raison des coûts encourus. Une alternative, ou solution complémentaire, serait de renforcer le rôle de l'État, par exemple en qualité de garant. Enfin, la création de solutions liées directement aux marchés financiers, par exemple à travers une titrisation des cyber-risques (voir la section 4.3) est à pister.

Réflexions autour d'un scénario de cyber-risques

Considérons la dépendance du réseau internet pour une entreprise par rapport au scénario théorique suivant : « En ce moment le réseau internet en Suisse tombe en panne pour une durée indéterminée. » Qu'est-ce qui se passe pour l'entreprise ? Comment gérer cet événement ?

Tout d'abord, nous analysons la pertinence du scénario : Quelles sont l'importance et l'impact réels des cyber-risques ? L'entreprise est-elle consciente des risques ? Quelles sont les conséquences de dommages de réputation ?

Dans un deuxième temps, il est intéressant de penser à la gestion du risque : Comment les cyber-risques sont-ils gérés aujourd'hui ? Y a-t-il un plan d'urgence organisé ? Qui a quelles responsabilités ? Qu'en est-il de la stratégie de sécurité informatique ? Quelles sont les nouvelles expositions au risque à travers l'externalisation en stockant bon nombre de données en « cloud » ?

Finalement, nous pouvons réfléchir aux améliorations possibles. Comment la gestion des cyber-risques peut-elle être améliorée ? Faut-il une obligation d'annonce des pertes dues aux cyber-risques ? Est-ce que l'assurance doit jouer un rôle pour la gestion des cyber-risques ? Si oui, lequel ?

Ces suggestions de questions tiennent davantage de l'invitation à réfléchir que d'une liste exhaustive, tant le domaine des cyber-risques est riche en facettes et surtout, en perpétuelle évolution et redéfinition.

Économie et marché de l'assurance

Une assurance est un service qui promet au preneur d'assurance, contre paiement d'une prime, de fournir une prestation, typiquement le financement de certaines pertes, lors de la réalisation d'un risque spécifié à l'avance. Nous nous intéressons au secteur économique qui regroupe ces services et ce chapitre est dédié à l'économie de l'assurance et au marché des assurances privées. En premier lieu, à la section 5.1, nous discutons les fonctions économiques de l'assurance et nous nous posons la question de ce qui justifie l'assurance : pourquoi est-il intéressant de mutualiser les risques dans une compagnie d'assurances ? À la fin de cette section, nous donnons un aperçu des dépenses des ménages privés suisses pour les assurances. Nous trouvons qu'en moyenne près d'un quart des dépenses sont des contributions aux assurances.

À la section 5.2, nous introduisons la distinction des domaines des assurances sociales et des assurances privées. Ces assurances ont des profils de financement variés et des objectifs distincts. Nous définissons les branches d'assurances sociales telles que définies par la législation suisse. Nous décrivons leur fonctionnement et leur financement et nous étudions la structure de leurs recettes. Les chiffres présentés nous permettent de comprendre en particulier le fonctionnement de la prévoyance vieillesse en Suisse et pourquoi l'équilibre de la prévoyance est si précaire.

Ensuite, nous abordons le marché des assurances privées à la section 5.3. Nous introduisons des indicateurs pour mesurer l'importance du secteur de l'assurance. Nous analysons la distribution des marchés au niveau mondial et approfondissons notre étude du marché suisse. Les primes comptabilisées annuellement en Suisse se montent à 60 milliards de francs. Nous nous intéressons à la structure du marché et à l'allocation des actifs. À la section 5.4, partant de la définition d'un contrat d'assurance privée, nous étudions les principes légaux de base de l'assurance et procédons à une catégorisation de l'offre d'assurances privées le long des branches, des types de valeurs exposées et des segments de marché.

5.1 Fonctions économiques et justification de l'assurance

L'assurance fait partie du secteur financier de l'économie et s'engage à gérer le risque des entreprises et des particuliers. Elle soutient les agents économiques avec deux services : la couverture des risques et le recyclage de l'épargne dégagée dans l'économie. La base de cette activité est liée à l'aversion au risque des agents. Cette dernière entrave l'activité en général et les entreprises innovatrices en particulier. Les assureurs couvrent les pertes potentielles liées à ces risques en mutualisant ces derniers. La mutualisation veut que chaque assuré verse une prime régulière fixée à l'avance et recevra une indemnisation en cas de sinistre. Comme nous l'avons vu à la section 3.4, un assuré préfère payer un petit montant avec certitude que subir l'incertitude d'une perte potentielle plus importante. Ceci permet aux agents économiques de mieux gérer les aléas du quotidien. Le fait de verser une prime permet aux entreprises d'intégrer le coût du risque dans leur bilan. La gestion du risque et, en particulier, l'évaluation ou la monétisation du risque sont au coeur du métier de l'assurance.

Fonctions économiques de l'assurance Le secteur de l'assurance contribue à l'efficacité économique et soutient la croissance économique de différentes manières. En particulier, les assurances permettent le développement de nouvelles entreprises profitables en protégeant la fortune existante. La figure 5.1 illustre six fonctions économiques de l'assurance décrites par Zweifel et Eisen (2012, section 1.4) que nous résumons par la suite.

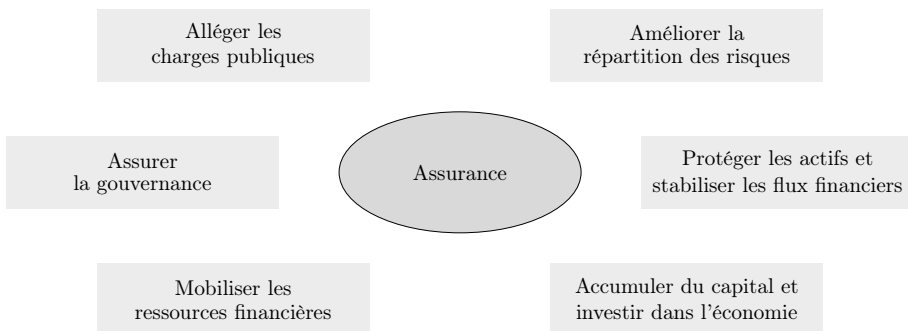


FIGURE 5.1 – Fonctions économiques de l'assurance (adapté de Zweifel et Eisen, 2012).

- *Améliorer la répartition des risques* : Une allocation efficace du risque minimise les coûts de transactions. Les assureurs réduisent ou éliminent des pertes potentielles par des inspections techniques et recherchent les causes des pertes. Ils financent rapidement le remplacement des pertes et des défauts constatés afin de prévenir d'autres dommages. Avec ces mesures, l'économie devient plus efficace, ce qui est propice à sa stabilité et à sa croissance. On pourrait penser que l'aléa moral (voir le concept de « morale hazard »

discuté à la section 2.6) ferait augmenter la prise de risque en présence d'assurance. Néanmoins, les assureurs reconnaissent ces effets et ne couvrent ces risques que contre des primes plus élevées. Au final, la possibilité d'assurer des risques augmente toujours le rendement, le profit ou l'utilité qui sont espérés.

- *Protéger les actifs et stabiliser les flux financiers* : Les assureurs fournissent aux entreprises et aux individus une base de planification plus stable. Cette dernière est souvent essentielle pour prendre des risques entrepreneuriaux. Par exemple, une entreprise voudra assurer les risques de responsabilité du produit avant de lancer un nouveau produit. Soutenir l'esprit d'entreprise est souvent considéré comme la principale contribution de l'assurance à la prospérité économique. L'assurance aide aussi à stabiliser les flux de trésorerie. Au niveau individuel, les caisses de pensions servent à garantir un revenu à la retraite en décalant les revenus acquis lors de la phase de vie active. Cette stabilisation des revenus lisse la consommation le long de la vie.
- *Accumuler du capital et investir dans l'économie* : Du capital est accumulé automatiquement car les primes sont encaissées en début de chaque période d'assurance, tandis que les décaissements arrivent avec un délai quand des pertes sont réalisées. Ce délai peut être très long, des décennies, comme dans le cas de l'assurance vie. Dans les assurances non-vie, les assureurs détiennent des réserves pour des événements catastrophiques par exemple. Ces fonds sont investis et les assureurs ont une influence importante sur l'offre de capital et le marché des prêts. Ces investissements sont réglementés et les obligations fédérales suisses en forment la plus grande partie.
- *Mobiliser les ressources financières* : Les assurances vie et les caisses de pension créent un fonds de prévoyance avec les primes encaissées. Ce fonds d'épargne est utilisé plus tard pour payer les rentes. Même si chaque individu pourrait épargner de son côté sans passer par un assureur, le modèle assurantiel mobilise du capital supplémentaire, en particulier durant la phase d'accumulation. Les fonds de prévoyance du 2^e pilier en Suisse cumulent un capital dépassant mille milliards de francs (voir la section 5.2).
- *Assurer la gouvernance* : Comme le niveau des primes reflète le niveau du risque, l'assurance incite à limiter la prise de risque excessive. Les assureurs surveillent ainsi les organes dirigeants des entreprises et encouragent un usage efficace des ressources. Cette fonction est particulièrement importante par rapport aux risques environnementaux venant d'une entreprise. L'assurance couvre ces dégâts dans le cadre d'une assurance responsabilité civile d'entreprise par exemple. Les primes étant une fonction du niveau risque de pollution, l'entreprise est incitée à prévenir ou à réduire les dommages éventuels.
- *Alléger les charges publiques* : L'assurance amène un allègement financier au gouvernement et aux contribuables. En achetant une couverture d'assurance, les entreprises et individus se protègent eux-même des risques quotidiens

qui seraient autrement à charge de la communauté de par la solidarité. La couverture des assurances maladie, chômage et responsabilité civile en sont des exemples. Il est aujourd'hui jugé préférable d'introduire des assurances obligatoires que de devoir compenser les pertes par la communauté.

Justification économique de l'assurance Plus haut, nous avons mentionné que le fonctionnement de l'assurance repose sur le principe de mutualité et le partage du financement des risques. Nous pourrions donc prétendre que la loi des grands nombres est à la base de l'assurance. Ce n'est pas vraiment le cas et, même si la loi des grands nombres joue un rôle important dans l'assurance, elle n'en est pas la justification économique.

Supposons que X_1, X_2, \dots, X_n sont des variables aléatoires qui représentent les pertes potentielles liées à des expositions au risque spécifiques de n entreprises et que, pour simplifier, ces n variables aléatoires sont identiquement distribuées avec une même espérance mathématique $\mu = \mathbb{E}(X_i)$ et un même écart-type $\sigma = \sigma(X_i)$. Notons $S = \sum_{i=1}^n X_i$ la somme des pertes potentielles. En admettant de plus que ces variables aléatoires sont indépendantes, la loi des grands nombres indique que la moyenne empirique $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ converge en probabilité vers l'espérance mathématique μ (voir le théorème 3.2 à la section 3.3),

$$\frac{S}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \mu.$$

La loi des grands nombres offre à l'assureur une méthode qui lui permet d'évaluer son risque, plus précisément d'évaluer l'espérance mathématique des pertes potentielles. Il faut toutefois relever plusieurs points importants. Premièrement, si la moyenne des pertes potentielles converge, leur somme S , c'est-à-dire le montant total qu'aura à payer l'assureur, diverge. La variance de S est proportionnelle à n . Deuxièmement, dans la plupart des cas en pratique, les risques ne sont pas indépendants, mais ont une corrélation positive. L'évolution de l'indice des prix, l'évolution des taux d'intérêt et les conditions climatiques par exemple vont influencer chacune des n pertes potentielles et créer ainsi une dépendance entre les risques. Même dans l'assurance vie, l'éventualité d'une pandémie est par exemple l'un des facteurs qui va empêcher d'avoir des risques totalement indépendants.

Quelles que soient les hypothèses, la loi des grands nombres est pour l'assureur un instrument lui permettant d'évaluer ses risques et non une justification économique de l'assurance en tant que telle. Ce qui justifie économiquement l'assurance peut être exprimé de la manière suivante : *L'assurance permet, pour un niveau de sécurité donné, de gérer le financement des risques en minimisant le capital nécessaire, donc en minimisant les coûts de ce capital.*

Reprenons l'exemple précédent avec les n pertes potentielles X_i et supposons pour simplifier que chaque X_i suit une distribution normale de moyenne μ et d'écart-type σ . Nous pouvons utiliser la valeur à risque de niveau α (voir la définition 3.27 à la section 3.5) pour évaluer le capital nécessaire pour couvrir les pertes X_i .

Si chacune des entreprises décide d'autofinancer ses pertes potentielles, le capital nécessaire pour chacune d'elles est donné par

$$\text{VaR}_\alpha(X_i) = \mathbb{E}(X_i) + c_\alpha \cdot \sigma(X_i) = \mu + c_\alpha \cdot \sigma,$$

où c_α est le quantile de la distribution normale standard correspondant à α (voir la section 3.5).

Pour l'ensemble des entreprises, le capital nécessaire est alors de

$$\sum_{i=1}^n \text{VaR}_\alpha(X_i) = n \cdot \text{VaR}_\alpha(X_i) = n \cdot \mu + c_\alpha \cdot n \cdot \sigma.$$

Si par contre toutes les entreprises transfèrent et mutualisent le financement de leur risque auprès d'un assureur, le capital total nécessaire évalué par la valeur à risque de même niveau de sécurité α est

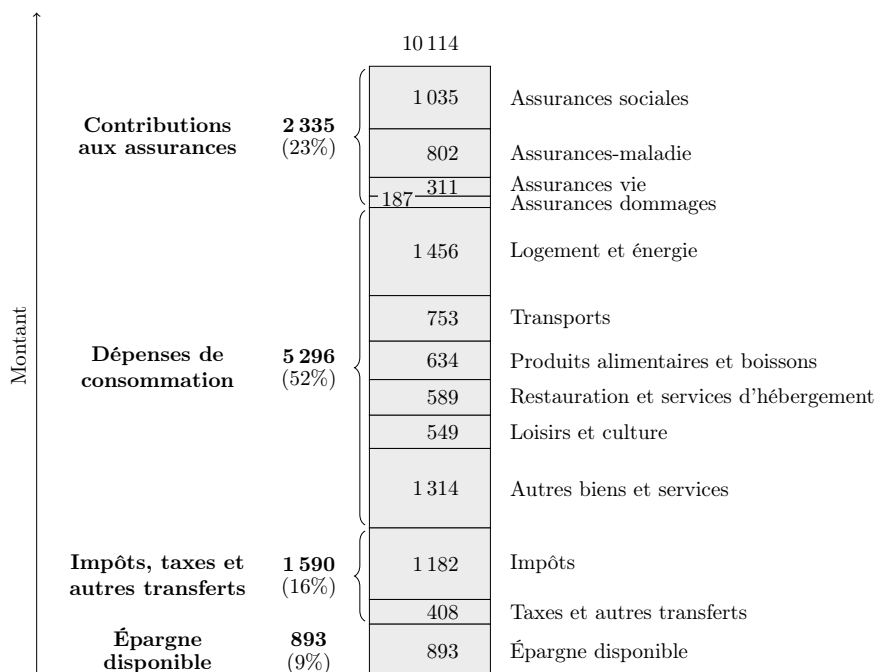
$$\text{VaR}_\alpha\left(\sum_{i=1}^n X_i\right) = \text{VaR}_\alpha(S) = \mathbb{E}(S) + c_\alpha \cdot \sigma(S) = n \cdot \mu + c_\alpha \cdot \sigma(S).$$

Si les risques sont indépendants, alors l'écart-type $\sigma(S) = \sqrt{n} \cdot \sigma \leq n \cdot \sigma$. Ainsi, en comparant les expressions ci-dessus, le capital global nécessaire et donc les coûts de ce capital sont inférieurs pour un même niveau de sécurité si les risques sont mutualisés auprès d'un assureur.

En conclusion, l'assurance permet de minimiser le capital nécessaire pour couvrir le risque. Ce résultat n'est pas dû à la loi des grands nombres. En effet, cette justification économique de l'assurance repose sur la *diversification des risques*.

Dépenses des ménages privés pour les assurances Avant d'aborder les grands domaines de l'assurance, nous illustrons les dépenses des ménages privés pour les assurances. L'Office Fédéral de la Statistique (2020c) publie régulièrement une statistique sur les revenus et les dépenses des ménages privés en Suisse. Cette statistique utilise les résultats de l'enquête sur le budget des ménages et présente les chiffres pour l'année 2018 où les ménages étaient composés de 2.16 personnes en moyenne. Le ménage moyen est caractérisé par un revenu brut de CHF 10 114 par mois. Nous illustrons la répartition des dépenses mensuelles dans le graphique de la figure 5.2.

Les dépenses de consommation constituent la plus grande partie des dépenses avec 52% (CHF 5 296) du revenu brut. Ces dépenses couvrent le logement, les transports, l'alimentation, les loisirs et tous les autres frais pour biens et services nécessaires à la vie quotidienne. La somme de toutes les contributions et primes payées aux assurances correspondent à CHF 2 335 par mois, ou encore 23% de toutes les dépenses. Ce montant couvre les contributions obligatoires aux assurances sociales et assurance-maladie de base ainsi que toutes les primes d'assurances-maladie complémentaires, d'assurances vie et d'assurances dommages. Les impôts, taxes



Note : Le montant des dépenses est exprimé en francs suisses. Les assurances-maladie incluent l'assurance-maladie de base et les assurances-maladie complémentaires. Les assurances dommages incluent les assurances mobilière, responsabilité civile, incendie et autres assurances du bâtiment, l'assurance véhicule ainsi que les autres assurances privées. Le tableau 5.1 donne une ventilation des contributions et primes payées aux assurances.

FIGURE 5.2 – Répartition des dépenses mensuelles des ménages privés en Suisse (d'après Office Fédéral de la Statistique, 2020c).

et autres transferts obligatoires correspondent à 16% du revenu brut. Finalement, un montant d'environ mille francs (9%) reste disponible pour épargne.

Dans le tableau 5.1, nous détaillons la ventilation des contributions et des primes payées aux assurances. Les assurances sociales et l'assurance-maladie de base, également une assurance sociale en Suisse, avec des montants de CHF 1 035 respectivement CHF 655 correspondent aux dépenses mensuelles les plus importantes. Ces assurances sont obligatoires. Les contributions aux assurances sociales sont particulièrement élevées parce qu'elles incluent les contributions à l'assurance-vieillesse et survivants (AVS) et à la caisse de pensions (prévoyance professionnelle LPP). Ces contributions constituent l'épargne pour la prévoyance vieillesse dans le cadre des 1^{er} et 2^e piliers.

Le montant de CHF 147 pour les assurances-maladie complémentaires et le solde de CHF 498 correspondent aux primes versées à des assurances privées. Pour les assurances de personnes (voir la section 5.4), il s'agit notamment des primes

5.1. Fonctions économiques et justification de l'assurance

Libellé	Montant
<i>Assurances sociales : contributions</i>	1 035
Contributions AVS, AI et assurance perte de gain	406
Assurance-chômage (AC) : contributions	73
Assurance-accidents non professionnels (AANP) : contributions	79
Caisse de pension (LPP) : contributions	474
Autres assurances sociales : contributions	3
<i>Assurance-maladie de base : primes</i>	655
Assurance-maladie de base : primes	644
Assurance-accidents (sans accidents professionnels) : primes	11
<i>Assurances-maladie complémentaires : primes</i>	147
Assurance hospitalière complémentaire : primes	83
Autres assurances complémentaires : primes	64
<i>Assurances mobilière, RC, incendie et autres assurances du bâtiment : primes</i>	60
Assurance mobilière (assurance-ménage) : primes	14
Assurance responsabilité civile privée (RC) : primes	5
Assurance mobilière et responsabilité civile du ménage : primes combinées	19
Assurances incendie et autres dommages du bâtiment : primes	22
<i>Assurance véhicule : primes</i>	107
Véhicules à moteur : primes	107
Véhicules non motorisés : primes	0
<i>Autres assurances privées : primes</i>	20
Assurance protection juridique : primes	7
Associations avec part d'assurance (REGA, livret ETI, etc.) : contributions	8
Assurance voyage : primes	3
Autres assurances privées : primes	2
<i>Assurances vie : primes</i>	311
Pilier 3a (assurance vie liée) : primes	285
Pilier 3b (assurance vie non liée) : primes	26
Total	2 335

Note : Le montant des dépenses est exprimé en francs suisses.

Tableau 5.1 – Dépenses mensuelles des ménages privés en Suisse pour les assurances (d'après Office Fédéral de la Statistique, 2020c).

pour les assurances-maladie complémentaires et les assurances vie. Un montant de CHF 311 est versé dans des assurances vie du 3^e pilier (pilier 3a et pilier 3b) qui complètent l'épargne pour la prévoyance vieillesse. Ensuite, il y a les assurances dommages qui comprennent les assurances de propriété ou choses et les assurances de patrimoine dont la responsabilité civile. Le tableau 5.1 renseigne séparément sur les assurances mobilière, responsabilité civile, incendie et autres assurances du bâtiment, l'assurance véhicule ainsi que les autres assurances privées. Nous constatons que les montants des primes pour ces assurances sont plutôt petits en comparaison avec les primes d'assurances sociales et vie. Néanmoins, certaines de ces assurances sont très importantes pour les individus privés afin de protéger leurs biens et leur patrimoine.

De l'importance des assurances non-vie pour les clients privés

Les premières tâches des assurances vie, assurances-maladie et autres assurances sociales sont de garantir une rente à la retraite et une couverture des frais de santé. Ces assurances couvrent également les situations d'accidents, d'invalidité, de perte de gain et de chômage. Il va de soi que ces couvertures sont importantes. Comme les conséquences financières dans ces situations peuvent être existentielles, ces assurances font partie des assurances sociales en Suisse et sont obligatoires.

Dans le domaine de l'assurance non-vie, il s'agit de protéger les biens et le patrimoine de l'assuré. Certaines assurances comme la responsabilité civile véhicules à moteur ou l'assurance incendie sont obligatoires, tandis que d'autres ne le sont pas. Concernant les assurances facultatives, il s'agit donc de bien se rendre compte de l'ampleur des pertes potentielles.

Parmi les pertes potentielles les plus importantes pour un individu privé, il y a certainement les situations où la responsabilité civile est engagée. La responsabilité civile comme conducteur d'un véhicule à moteur ou la responsabilité civile privée peuvent engendrer des pertes qui se chiffrent dans les millions de francs suisses et mettent en péril la viabilité financière du débiteur. Des cas graves incluent par exemple une situation où l'on est contraint à payer une rente viagère à un lésé.

Dans le domaine de l'immobilier, les dommages prennent rapidement des valeurs qui se mesurent en centaines de milliers de francs et dépassent le million de francs en cas de destruction complète d'un immeuble. La protection des biens immobiliers est comprise dans des assurances couvrant l'incendie et d'autres dommages du bâtiments. De manière similaire, une assurance casco (partielle) couvre les sinistres comme le vol ou les dommages liés à une voiture.

En bas de l'échelle des sinistres, nous trouvons les dommages légers voire mineurs liés à la perte de bagages durant un voyage, aux frais de dépannage d'une voiture, au bris de glace ou encore au vol d'un vélo ou d'une paire de skis. Les compagnies d'assurances privées proposent des produits qui couvrent ces pertes (assurance de bagages, assurance assistance auto, assurance bris de glace, assurance vélo ou assurance ski) souvent pour des primes annuelles modiques en-dessous de CHF 100. Il s'agit ici d'évaluer lesquelles de ces assurances sont effectivement utiles.

5.2 Assurances sociales en Suisse

Nous distinguons deux grands domaines des assurances :

- les assurances sociales,
- les assurances privées.

Dans cette section, nous étudions les assurances sociales en Suisse et nous renvoyons aux sections 5.3 et 5.4 pour l'étude du marché et des produits d'assurances privées.

Le rôle des assurances sociales est de permettre aux individus et aux familles le transfert du financement des expositions au risque pur des valeurs de personnes. Il s'agit de risques purs qui ne peuvent d'aucune manière être éliminés. Ce sont par exemple la vieillesse ou la maladie. Les assurances sociales couvrent particulièrement les expositions au risque dont les conséquences financières peuvent être existentielles pour l'individu ou la famille.

Branches d'assurances sociales Chaque pays a interprété la notion d'assurances sociales et de sécurité sociale d'une manière plus ou moins différente. La seule définition précise est probablement la suivante : les assurances sociales d'un pays sont celles que la législation de ce pays déclare comme telles.

Les assurances sociales de compétence de la Confédération représentent un élément fondamental du système de protection sociale. L'Office Fédéral des Assurances Sociales (2014) propose un aperçu historique du développement de la sécurité sociale en Suisse (voir aussi la section 1.4). Les prestations de ces assurances protègent les ménages et les individus en couvrant de nombreuses expositions au risque, dont ils ne pourraient pas supporter seuls les conséquences financières. Nous distinguons neuf principales assurances sociales en Suisse qui sont:

- l'assurance-vieillesse et survivants (AVS),
- l'assurance-invalidité (AI),
- les prestations complémentaires (PC) à l'AVS et à l'AI,
- la prévoyance professionnelle (PP),
- l'assurance-maladie (AMal),
- l'assurance-accidents (AA),
- les allocations pour perte de gain (APG),
- l'assurance-chômage (AC),
- les allocations familiales (AF).

Le tableau 5.2 renseigne sur les lois fédérales et leur entrée en vigueur. Le Conseil Fédéral (2020) propose un recueil complet des lois, ordonnances et règlements.

Assurance	Loi avec date d'entrée en vigueur
AVS	Loi fédérale du 20 décembre 1946 sur l'assurance-vieillesse et survivants (LAVS) www.admin.ch/opc/fr/classified-compilation/19460217/index.html
AI	Loi fédérale du 19 juin 1959 sur l'assurance-invalidité (LAI) www.admin.ch/opc/fr/classified-compilation/19590131/index.html
PC	Loi fédérale du 6 octobre 2006 sur les prestations complémentaires à l'AVS et à l'AI (Loi sur les prestations complémentaires, LPC) www.admin.ch/opc/fr/classified-compilation/20051695/index.html
PP	Loi fédérale du 25 juin 1982 sur la prévoyance professionnelle vieillesse, survivants et invalidité (LPP) www.admin.ch/opc/fr/classified-compilation/19820152/index.html
AMal	Loi fédérale du 18 mars 1994 sur l'assurance-maladie (LAMal) www.admin.ch/opc/fr/classified-compilation/19940073/index.html
AA	Loi fédérale du 20 mars 1981 sur l'assurance-accidents (LAA) www.admin.ch/opc/fr/classified-compilation/19810038/index.html
APG	Loi fédérale du 25 septembre 1952 sur les allocations pour perte de gain (Loi sur les allocations pour perte de gain, LAPG) www.admin.ch/opc/fr/classified-compilation/19520192/index.html
AC	Loi fédérale du 25 juin 1982 sur l'assurance-chômage obligatoire et l'indemnité en cas d'insolvabilité (Loi sur l'assurance-chômage, LACI) www.admin.ch/opc/fr/classified-compilation/19820159/index.html
AF	Loi fédérale du 20 juin 1952 sur les allocations familiales dans l'agriculture (LFA) www.admin.ch/opc/fr/classified-compilation/19520136/index.html

Tableau 5.2 – Lois des assurances sociales suisses et entrée en vigueur.

Parfois le système suisse de sécurité sociale est résumé par cinq domaines qui sont la prévoyance vieillesse, survivants et invalidité (AVS, AI, PC, PP), la couverture d'assurance en cas de maladie et d'accident (AMal, AA), les allocations pour perte de gain en cas de service et de maternité (APG), l'assurance-chômage (AC) et les allocations familiales (AF). Ces assurances couvrent les risques sociaux par des prestations financières (sous forme de rentes, d'allocations pour perte de gain ou d'allocations familiales) ou par la prise en charge des coûts en cas de maladie ou d'accident (Office Fédéral des Assurances Sociales, 2020a).

La prévoyance professionnelle joue un rôle essentiel dans le système suisse de prévoyance vieillesse, survivants et invalidité qui est basé sur trois piliers. Le 1^{er} pilier est la prévoyance étatique et comprend l'AVS et l'AI. Les rentes de ces deux assurances couvrent les besoins vitaux des assurés. La PP constitue le 2^e pilier et s'ajoute à l'AVS/AI. Le 3^e pilier est formé de la prévoyance individuelle. Ce système de prévoyance suisse avec ses trois piliers était longtemps équilibré et est considéré comme un succès à l'échelle mondiale. Pour que cette situation perdure, il est nécessaire de relever certains défis, notamment de la longévité et des faibles taux d'intérêt sur les marchés financiers, pour garantir la pérennité de la prévoyance.

Notons que dans les assurances sociales, l'assureur n'est pas nécessairement l'État ou une institution de droit public lui appartenant. En Suisse par exemple, les

caisses de pension sont des fondations, les caisses-maladie sont des « personnes juridiques de droit privé ou public sans but lucratif qui gèrent principalement l'assurance maladie sociale ». Un contrat d'assurance-accidents obligatoire, comme l'assurance-accidents professionnels et non professionnels des employés, peut être conclu auprès d'une institution d'assurances privée, suivant le domaine d'activité de l'entreprise.

Les neuf principales assurances sociales suisses

(adapté de Office Fédéral des Assurances Sociales, 2020b, Office Fédéral de la Santé Publique, 2020, et Office Fédéral de la Statistique, 2020d)

- *Assurance-vieillesse et survivants (AVS)* : L'AVS est le principal pilier de la prévoyance sociale suisse et doit garantir le minimum vital en cas de perte de revenu liée à la vieillesse ou au décès. Elle verse des prestations aux personnes âgées sous forme de rentes de vieillesse ou aux survivants en tant que rentes de veuve, de veuf et d'orphelin. Les prestations dépendent du niveau du revenu précédemment obtenu et de la durée des cotisations. En règle générale, toutes les personnes qui sont domiciliées en Suisse ou qui y travaillent sont obligatoirement affiliées à l'AVS.

L'AVS est financée par des cotisations sociales et par des contributions publiques, selon un système dit de répartition (voir également la section 4.3). Les cotisations perçues durant une certaine période servent directement à financer les prestations versées durant cette même période, ce qui correspond à une répartition des fonds. Ainsi, la génération active finance les rentes des personnes âgées et il n'y a pas de constitution de capital (voir le tableau 5.4). Ce système fonctionne parfaitement aussi longtemps que les dépenses annuelles correspondent à peu près aux recettes.

Avec l'augmentation de l'espérance de vie par rapport aux prévisions faites lors de l'installation du système, cet équilibre est en danger. En effet, en 1948, les CHF 581 millions de recettes couvraient largement les CHF 127 millions de dépenses. Depuis 2014, le résultat de répartition est négatif. Comme un capital d'environ CHF 45 milliards a été épargné au cours de l'histoire de l'AVS, le produit de ce capital influence le résultat d'exploitation. En 2018, les recettes de CHF 41.9 milliards ne couvraient pas les CHF 44.1 milliards de dépenses, tandis qu'en 2020, une année avec de bons résultats sur les marchés financiers, les recettes de CHF 47.9 milliards dépassaient les dépenses de CHF 46.0 milliards (Office Fédéral de la Statistique, 2020b).

- *Assurance-invalidité (AI)* : L'AI est une assurance obligatoire pour tous. Son objectif est de permettre aux personnes assurées devenues invalides, en raison d'une atteinte dans leur santé physique, psychique ou mentale, de subvenir eux-mêmes totalement ou partiellement à leurs besoins grâce à l'octroi de mesures de réadaptation. Le même but est atteint par l'octroi

d'une rente entière ou partielle ou des allocations lorsqu'une (ré)insertion n'est pas envisageable ou seulement en partie. Ces prestations en nature ou en espèces visent à garantir les moyens d'existence. Avant qu'une rente ne soit allouée, toutes les possibilités de réadaptation doivent être envisagées. L'AI est financée par des cotisations sociales et des contributions publiques versées en premier lieu par la Confédération.

- *Prestations complémentaires (PC) à l'AVS et à l'AI* : Les PC sont fournies en fonction des besoins financiers de la personne concernée. Elles sont octroyées à des bénéficiaires d'une rente AVS ou AI résidant en Suisse dont le revenu total ne permet pas de couvrir le minimum d'existence. Les PC répondent au principe de finalité et se distinguent des assurances sociales, dont les prestations sont versées selon le principe de causalité indépendamment des besoins. Elles sont versées en amont de l'aide sociale économique. Les PC sont financées par les recettes fiscales de la Confédération, des cantons et des communes (en partie). Des cotisations sur les salaires ne sont pas prélevées.
- *Prévoyance professionnelle (PP)* : La PP, appelée aussi 2^e pilier, est financée paritairement par les employeurs et les employés. Elle octroie des prestations additionnelles à celles de l'AVS et de l'AI en cas de vieillesse, d'invalidité ou de décès. Ensemble avec les prestations de l'AVS et de l'AI, la PP permet aux personnes assurées de maintenir un niveau de vie approprié, en cas de vieillesse, de décès ou d'invalidité. Elle vise à couvrir environ 60% du salaire d'actif. Sont obligatoirement assurées à la PP toutes les personnes actives dont le salaire annuel auprès d'un même employeur dépasse 21 510 francs en 2021. Ce seuil d'entrée est adapté régulièrement. La loi sur la PP fixe un régime minimal obligatoire pour les prestations. Les quelque 1 500 caisses de pension et assureurs privés qui gèrent les avoirs peuvent aller au-delà de ce minimum légal dans le cadre de la prévoyance étendue. Notons que seulement les comptes des caisses de pension apparaissent dans les statistiques des assurances sociales. Les affaires d'assurances vie du 2^e pilier des assureurs privés sont rapportées à l'Autorité fédérale de surveillance des marchés financiers (FINMA).

La PP, contrairement à l'AVS, fonctionne par capitalisation. Le taux de conversion est un pourcentage qui permet de convertir l'avoir de vieillesse en une rente de retraite annuelle. Ce taux qui s'applique à l'âge terme AVS, soit 65 ans pour les hommes et 64 ans pour les femmes, est de 6,8% en 2021. Avec ce taux de conversion, chaque tranche de 100 000 francs d'avoir de vieillesse obligatoire donne droit à une rente annuelle de 6 800 francs. Au vu de l'espérance de vie actuelle, ce taux est trop élevé : les caisses de pension doivent obtenir un rendement annuel moyen de plus de 4.5% pour s'en sortir, rendement bien supérieur aux rendements des placements à revenu fixe. Comme pour l'AVS, une réforme pour garantir la pérennité de la PP est nécessaire.

- *Assurance-maladie (AMal)* : L'AMal sociale, appelée encore assurance-maladie de base ou assurance obligatoire des soins, garantit l'accès aux soins médicaux en cas de maladie ou en cas d'accident si une assurance-accidents n'en assume pas la prise en charge. Depuis 1996, date de l'introduction de la loi sur l'AMal, toute personne domiciliée en Suisse a l'obligation de s'assurer. Environ 50 assureurs reconnus par la Confédération et sans but lucratif proposent l'AMal et chaque personne assurée a le libre choix de son assureur. Adultes et enfants sont assurés individuellement. Le régime de l'AMal est financé en grande partie par des primes par tête, ce qui représente un fait unique parmi les assurances sociales et aussi en comparaison avec les régimes de protection sociale à l'étranger.

L'AMal prend en charge les soins en cas de maladie, de maternité et d'accident et offre à tous les assurés le même catalogue de prestations. Les assureurs doivent traiter les assurés de manière égale sans faire de distinction en fonction de l'état de santé ou d'un indicateur de cet état. Cela vaut en particulier lors de l'affiliation, lors du choix de la forme d'assurance et pour le remboursement des prestations. L'AMal est financée par les contributions des assurés (primes), les participations aux coûts des assurés (franchise, quote-part, contribution aux frais de séjour hospitalier) et les subsides de la Confédération et des cantons (réduction des primes). Les primes d'un assureur sont calculées de sorte qu'elles couvrent les coûts. Les primes ne dépendent pas du revenu et diffèrent selon l'assureur, le lieu de domicile de l'assuré et la forme d'assurance choisie (niveau de franchise, limitation du choix des fournisseurs de prestations). Les assurés de condition économique modeste, les enfants et les jeunes adultes en formation reçoivent souvent une réduction des primes. Les cantons déterminent qui reçoit la réduction des primes. Notons que seulement l'AMal de base est une assurance sociale et obligatoire. Les assurances-maladie complémentaires appartiennent, elles, au domaine de l'assurance privée et sont facultatives.

- *Assurance-accidents (AA)* : L'AA obligatoire est une assurance de personnes qui vise à couvrir les conséquences économiques d'accidents professionnels, d'accidents non professionnels et de maladies professionnelles. Par ses prestations, elle contribue à réparer les atteintes à la santé et à la capacité de gain que subissent les personnes assurées victimes d'accident ou souffrant d'une maladie professionnelle. Les primes de l'assurance obligatoire contre les accidents et maladies professionnels sont à la charge de l'employeur, celles de l'assurance obligatoire contre les accidents non professionnels sont à la charge du travailleur. Notons que les personnes occupées moins de huit heures par semaine chez un employeur ne sont pas assurées obligatoirement contre les accidents non professionnels. Ces personnes peuvent inclure une couverture accidents auprès de leur assureur maladie.

- *Allocations pour perte de gain (APG)* : Le régime des APG compense une partie de la perte de gain des personnes qui accomplissent un service militaire, civil ou de protection civile. Le montant de l'allocation s'élève à 80% du salaire précédant l'entrée en service (196 francs par jour au maximum). Depuis 2005, cette assurance compense aussi les pertes de revenu liées à la maternité (allocation de maternité) et, à partir de 2021, les pertes de gain liées à un congé paternité. Elle est obligatoire et toutes les personnes assujetties à l'AVS et à l'AI y cotisent. Les cotisations APG, payées à parts égales par les employeurs et les employés, sont prélevées par les caisses de compensation avec celles pour l'AVS et l'AI.
- *Assurance-chômage (AC)* : La loi sur l'AC vise à garantir aux personnes assurées une compensation convenable du manque à gagner causé par le chômage, la réduction de l'horaire de travail (chômage partiel), les intempéries (suspension du travail) et l'insolvabilité de l'employeur. Elle cherche à favoriser l'intégration dans le marché du travail en finançant des mesures de réinsertion. L'AC est financée par les cotisations des assurés et des employeurs ainsi que par les participations de la Confédération et des cantons. Les cotisations sont réparties à parts égales entre l'employeur et l'employé.
- *Allocations familiales (AF)* : Selon la Loi fédérale sur les AF, une allocation pour enfant de 200 francs par enfant jusqu'à 16 ans et une allocation de formation professionnelle de 250 francs par enfant âgé entre 16 et 25 ans doivent au minimum être versées mensuellement dans tous les cantons. Dans beaucoup de cantons des montants plus élevés sont versés et dans tous les cantons, à l'exception du Valais, les AF sont financées exclusivement par les employeurs. Les AF relèvent à la fois de la sécurité sociale et de la politique familiale. Ces prestations visent à compenser, en partie, les coûts résultant de la prise en charge d'un ou de plusieurs enfants. Outre l'allocation pour enfant et l'allocation de formation, elles comprennent une allocation de naissance et une allocation d'adoption.

Financement et structure des recettes Les cotisations à l'AVS, l'AI, l'APG et l'AC sont payées par moitié par les employeurs et les employés. Le tableau 5.3 rapporte les taux de cotisations, état au 1^{er} janvier 2021. Pour l'AVS, le taux de cotisations total (salarié et employeur) s'élève à 8.7% du salaire en 2021. Les taux de cotisations de l'AI et de l'APG sont de 1.4% respectivement 0.5%. Les contributions totales à l'AC sont de 2.2% du salaire. Pour les indépendants, le revenu acquis au cours de l'année de cotisation sert de base de calcul. Les taux sont similaires à ceux des salariés pour les revenus supérieurs à CHF 57 400. Pour des revenus inférieurs, un barème dégressif s'applique. Les personnes n'exerçant pas d'activité lucrative paient également des cotisations. Les non actifs contribuent selon leur condition sociale et le montant dépend de la fortune et/ou du revenu annuel sous forme de rentes. Rappelons que les PC sont financées par les recettes fiscales de

5.2. Assurances sociales en Suisse

Assurance	Salariés (% du salaire)			Indépendants (% du revenu)	Non actifs (CHF par année)
	Salariés	Employeurs	Total		
AVS	4.35	4.35	8.70	8.10	413 à 20'650
AI	0.70	0.70	1.40	1.40	66 à 3'300
APG	0.25	0.25	0.50	0.50	24 à 1'200
AC	1.10	1.10	2.20	–	–
AF	–	0.70 à 3.50	0.70 à 3.50	0.30 à 3.30	–

Note : Le tableau fait état des cotisations en 2021. Pour les indépendants, le taux de cotisations AVS/AI/APG/AC baisse en fonction d'un barème dégressif pour les revenus inférieurs à CHF 57 400. Pour l'AC, le taux de 2.2% s'applique pour la part du salaire jusqu'à CHF 148 200; un taux de 1% est perçu sur la part supérieure à CHF 148 200. La cotisation des non actifs est fixée selon leur condition sociale. Pour les AF, les taux indiqués s'appliquent en dehors de l'agriculture et les salariés paient des cotisations à hauteur de 0.3% du salaire en Valais.

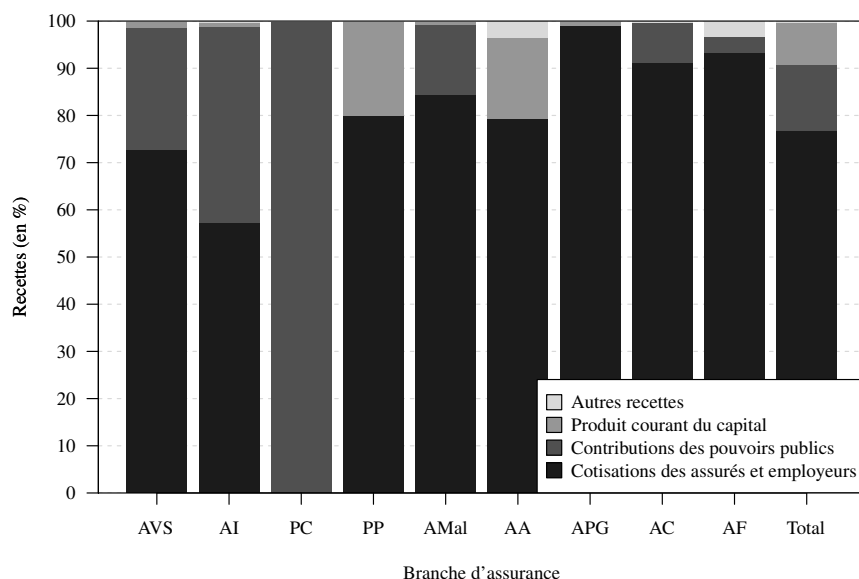
Tableau 5.3 – Taux de cotisations aux assurances sociales en Suisse (d'après Office Fédéral des Assurances Sociales, 2021).

la Confédération, des cantons et des communes (en partie). Des cotisations sur les salaires ne sont pas prélevées.

Dans la PP, les taux de cotisations varient d'une caisse de pensions à l'autre et selon le mode de financement choisi. Les cotisations sont à la charge de l'employeur et du salarié. La somme des cotisations de l'employeur doit être au moins égale à la somme des cotisations de ses salariés. Dans le minimum selon la loi sur la PP, le taux de bonification de vieillesse est exprimé en pourcent du salaire coordonné, c'est-à-dire la partie du salaire annuel comprise entre CHF 25 095 et CHF 86 040 (valeurs valables en 2021). Ce taux dépend de l'âge. Pour des salariés de 25 à 34 ans, il est de 7%, entre 35 et 44 ans de 10%, entre 45 et 54 ans de 15% et entre 55 ans et l'âge de la retraite, 65 ans pour les hommes et 64 ans pour les femmes, de 18%.

Les primes AA pour la couverture des accidents et maladies professionnels sont à la charge de l'employeur. Pour cela les entreprises sont réparties dans des classes et degrés du tarif des primes. Ce classement tient compte de la nature des entreprises et de leurs conditions propres, notamment du risque d'accidents et de l'état des mesures de prévention. Des renseignements généraux sur les taux des primes nettes ne peuvent être donnés, du fait que chaque assureur élabore un tarif propre. Pour les accidents non professionnels, les primes sont en principe à la charge du travailleur et dépendent également de l'assureur choisi par l'employeur. Les contributions pour les AF sont entièrement prises en charge par les employeurs, sauf dans le canton du Valais. Enfin, les primes d'AMal dépendent de l'assureur, du lieu de domicile de l'assuré et de la forme d'assurance choisie. Elles varient notamment en fonction du niveau de franchise et du modèle d'assurance (limitation du choix des fournisseurs de prestations).

La statistique des assurances sociales de l'Office Fédéral des Assurances Sociales (2020c) offre une vue d'ensemble de l'évolution des différentes branches des assurances sociales. Le rapport de l'année 2020 informe sur l'année 2018. Les cotisations



Note : Le graphique fait état de la structure des recettes en 2018.

FIGURE 5.3 – Structure des recettes des assurances sociales suisses (adapté de Office Fédéral des Assurances Sociales, 2020c, figure CGAS 17A).

des assurés et des employeurs constituent de loin la source de recettes la plus importante, sauf pour les PC, financées exclusivement par des recettes fiscales. Dans les APG, les AF et l'AC, leur part est supérieure à 90%. Au total, en 2018, 76.7% des recettes provenaient des cotisations des assurés et des employeurs. Depuis 2013, les cotisations des assurés et des employeurs représentent au moins 75% des recettes. Le graphique de la figure 5.3 illustre la répartition des recettes entre les cotisations des assurés et des employeurs, les contributions des pouvoirs publics, le produit courant du capital (rendement sur les investissements) et les autres recettes dans les différentes branches des assurances sociales. Nous notons que dans la PP, le produit courant ou rendement du capital joue un rôle important. Ce rendement joue le rôle de 3^e cotisant à côté des assurés et des employeurs. En effet, jusqu'au tour des années 2000, le produit courant du capital amenait un tiers des recettes. En 2018, le produit courant est d'environ 20% seulement. La baisse de ces dernières années est expliquée par les rendements plus bas sur les marchés financiers.

Compte global des assurances sociales Une partie de la statistique des assurances sociales de l'Office Fédéral des Assurances Sociales (2020c) présente le compte global des assurances sociales. Elle renseigne en détail sur les finances des assurances sociales, permet de suivre le développement d'année en année et de

5.3. Marché des assurances privées

	AVS	AI	PC	PP	AMal	AA	APG	AC	AF	Total
<i>Recettes</i>	43.6	9.3	5.1	71.0	31.5	8.0	1.7	7.9	6.3	183.5
– des assurés/employeurs	31.7	5.3	–	56.7	26.7	6.4	1.7	7.2	5.9	140.8
– des pouvoirs publics	11.3	3.8	5.1	–	4.7	–	–	0.7	0.2	25.8
– du produit du capital	0.6	0.1	–	14.2	0.2	1.4	0.0	0.0	–0.0	16.4
<i>Dépenses</i>	44.1	9.3	5.1	55.0	30.0	7.0	1.7	6.7	6.3	164.4
<i>Résultat</i>	–0.5	0.0	–	15.9	1.5	1.0	0.0	1.2	–0.1	19.1
Capital	43.5	–5.5	–	865.2	14.6	62.1	1.0	0.2	2.7	983.8

Note : Le tableau fait état des chiffres de 2018. Les montants sont exprimés en milliards de francs suisses et arrondis à une décimale dans chaque rubrique. D'autres recettes non rapportées ici contribuent aussi au total des recettes.

Tableau 5.4 – Extrait du compte global des assurances sociales suisses (adapté de Office Fédéral des Assurances Sociales, 2020c, p. 2).

comparer les branches d'assurance. Nous résumons le compte global des assurances sociales dans le tableau 5.4.

La comparaison entre l'ensemble des prestations sociales allouées et le produit intérieur brut (PIB) fait apparaître la part de la production économique globale qui pourrait être achetée avec les prestations sociales. En 2018, les différentes assurances sociales ont versé des prestations à hauteur de CHF 143.9 milliards, ce qui correspond à un taux de prestations sociales de 20%.

5.3 Marché des assurances privées

Les assureurs privés jouent un rôle important en complément des assurances sociales. Ils apportent des possibilités aux individus et aux entreprises de transférer le financement du risque à une institution privée (voir la section 4.3). Les couvertures d'expositions au risque proposées par les assureurs privés complètent la sécurité sociale par des assurances de personnes (voir les produits d'assurance à la section 5.4) en proposant des prestations qui vont au-delà de celles des assurances sociales. Des exemples sont les assurances vie capital et rentes ainsi que l'assurance incapacité de gain due à l'invalidité. Les assureurs privés proposent également des assurances non-vie, notamment des assurances dommages couvrant la propriété, des assurances de patrimoine couvrant la responsabilité civile ainsi que des assurances-maladie complémentaires (voir aussi la section 5.4).

D'un point de vue juridique, une assurance privée est un contrat de transfert du financement du risque : une des parties, l'assureur, s'engage, en échange du paiement des primes, à payer tout ou partie des pertes définies par le contrat que peut subir l'autre partie, l'assuré, sous les conditions spécifiées par le contrat. En principe, seules les expositions au risque pur, c'est-à-dire des événements accidentels au sens étroit du terme, peuvent être assurées.

Dans le domaine de l'assurance non-vie, les assurances sociales proposent uniquement les couvertures de l'assurance-maladie et de l'assurance-accidents. D'autres couvertures sont proposées par les assureurs privés. Dans le domaine de l'assurance vie, les institutions privées remplissent en partie une fonction de complément aux assurances sociales. L'importance des assurances vie dépend du degré de développement de ces assurances sociales.

Mesure de l'importance du secteur de l'assurance L'assurance privée est fortement implantée dans les pays industrialisés, dits « marchés avancés », tandis que le marché est relativement plus petit dans les « marchés émergents ». Nous mesurons la taille du marché à travers le volume des primes d'assurance, en séparant typiquement les primes d'assurance vie de celles non-vie.

Définition 5.1 (*Prime d'assurance*)

La prime d'assurance est le montant d'argent facturé par un assureur pour une certaine couverture d'assurance.

Le développement du secteur peut être étudié sous l'angle du revenu des primes en considérant l'historique. Notons qu'à côté des primes vie et non-vie, nous distinguons les primes de réassurance, qui correspondent aux primes encaissées par des réassureurs, les « assureurs des assureurs ».

Deux autres mesures permettent de comparer les marchés des assurances privées des différents pays. D'abord, c'est la densité d'assurance qui met en relation le revenu des primes et le nombre d'habitants.

Définition 5.2 (*Densité d'assurance*)

La densité d'assurance se calcule en divisant le volume total des primes d'assurance par la population totale.

La densité d'assurance, exprimée en unités monétaires par habitant mesure le potentiel de revenus d'un marché. Elle indique combien chaque habitant dépense pour les assurances. Ensuite, nous définissons la pénétration de l'assurance qui met en relation le revenu des primes et le produit intérieur brut (PIB). Rappelons que le PIB est une mesure de la valeur de tous les biens et services produits pendant une période donnée.

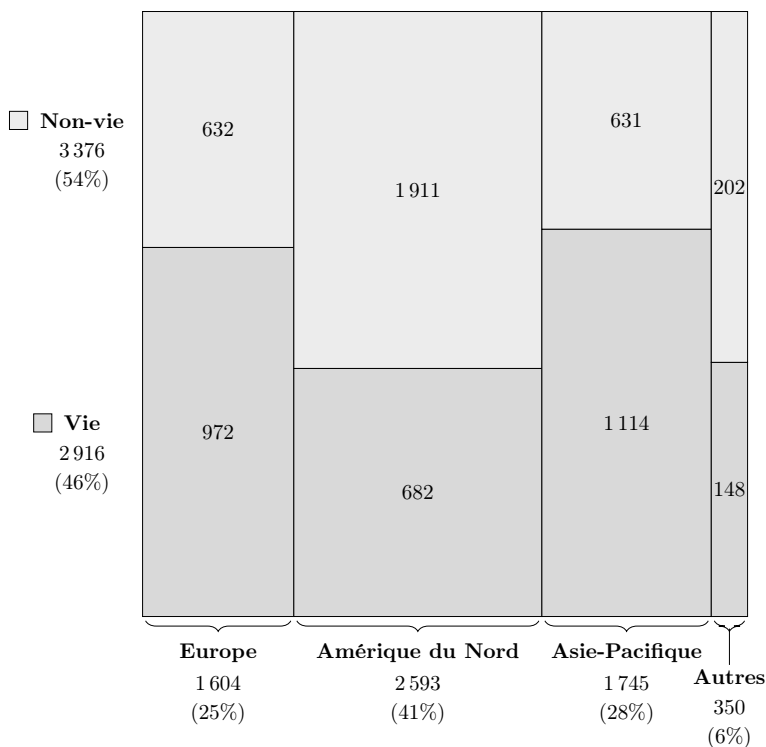
Définition 5.3 (*Pénétration de l'assurance*)

La pénétration de l'assurance se calcule en divisant le volume total des primes d'assurance par le produit intérieur brut.

5.3. Marché des assurances privées

La pénétration de l'assurance s'exprime donc en pourcent du PIB. Elle mesure le degré de développement d'un marché et indique l'importance du secteur de l'assurance pour l'économie. Nous illustrons ces concepts plus bas (voir la figure 5.4 et le tableau 5.5).

Le secteur de l'assurance privée se mesure également par sa taille, par exemple, en termes du nombre de compagnies d'assurances et du nombre d'employés. De nombreux autres indicateurs disponibles dans les rapports annuels des entreprises peuvent être choisis. Le développement du secteur est alors analysé par la croissance de ces indicateurs. Finalement, la création de valeur des assurances se mesure aussi par leur contribution au PIB.

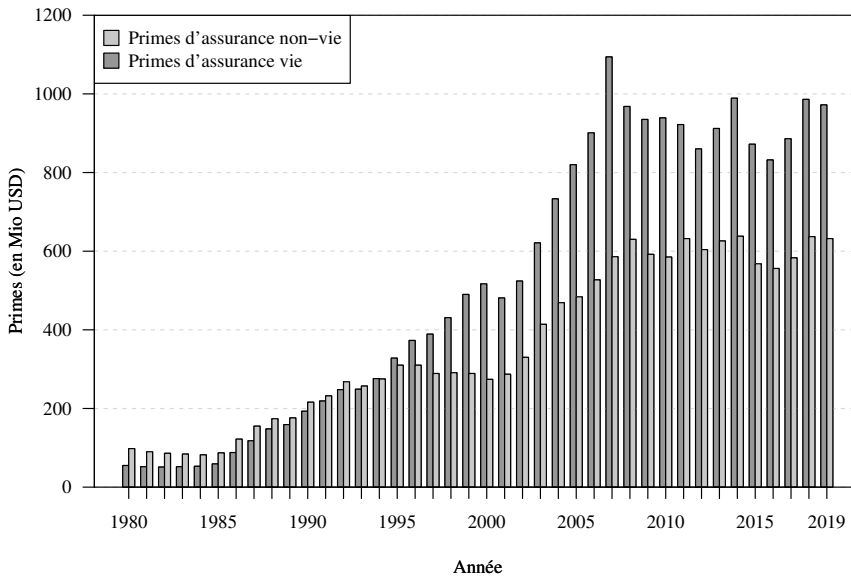


Note : Le graphique fait état des chiffres de 2019. Le montant des primes est exprimé en milliards de dollars. L'Amérique du Nord est composée des États-Unis et du Canada. L'Europe inclut l'État d'Israël. L'Asie-Pacifique inclut l'Asie et l'Océanie. Sous « Autres » sont sommées les primes des pays émergents d'Europe, du Moyen-Orient, d'Amérique latine, des Caraïbes et de l'Afrique.

FIGURE 5.4 – Vue d'ensemble des primes d'assurance vie et non-vie dans le monde (d'après Swiss Re, 2020b, Tableau I).

Aperçu du marché mondial La base de données de Swiss Re (2020a) enregistre le développement des primes d'assurances vie et non-vie dans les pays du monde entier depuis 1980. Les primes dans le monde étaient de 6 293 milliards de dollars en 2019, un volume qui correspond à 7.2% du PIB mondial (Swiss Re, 2020b). Le rapport annuel de l'assurance dans le monde (Swiss Re, 2019b) est intitulé « le grand tournant vers l'Est se poursuit ». En effet, à plus long terme, on s'attend à ce que les marchés émergents accroissent progressivement leur part des primes d'assurance. Cependant, compte tenu de leur taille, les marchés avancés continueront à contribuer pour près de la moitié aux volumes de primes additionnels pendant la prochaine décennie, même s'ils enregistrent des taux de croissance plus faibles. La région d'Asie-Pacifique, – qui inclut la Chine, d'autres marchés émergents et les marchés avancés de la région, – représentera 42% des primes d'assurance dans le monde d'ici à 2029.

Le graphique de la figure 5.4 fait état du volume et de la distribution des primes d'assurances vie et non-vie dans les régions du monde en 2019. Le volume des primes en Europe représente un quart des revenus mondiaux. L'Amérique du Nord représente 41% et l'Asie-Pacifique 28%. Le montant des primes en Asie-Pacifique a beaucoup augmenté ces deux dernières décennies. Les pays d'autres régions cumulent moins de 10% des primes. Nous observons que les primes d'assurances vie



Note : La région « EMEA avancée » comprend les pays avancés des régions Europe, Moyen-Orient et Afrique.

FIGURE 5.5 – Développement des primes d'assurances vie et non-vie dans la région EMEA avancée (adapté de Swiss Re, 2020a).

5.3. Marché des assurances privées

Pays	Primes (Mrd USD)	Densité (USD par habitant)	Pénétration (% du PIB)
Suisse	59	6 835	8.4
Royaume-Uni	366	4 362	10.3
France	262	3 719	9.2
Allemagne	244	2 934	6.3
Italie	168	2 764	8.3
Luxembourg	45	5 165	4.5
Autriche	20	2 219	4.4
États-Unis	2 460	7 495	11.4
Chine	617	430	4.3
Japon	459	3 621	9.0
Corée du Sud	175	3 366	10.8
Canada	133	3 548	7.7
Taiwan	117	4 993	20.0
Monde	6 293	818	7.2

Note : Le tableau fait état des chiffres de 2019.

Tableau 5.5 – Comparaison des primes, de la densité et de la pénétration de l’assurance de pays choisis (d’après Swiss Re, 2020b, tableaux III, VIII, IX).

et non-vie ne sont pas équidistribuées. En Europe et en région Asie-Pacifique les primes d’assurance vie sont plus importantes. Au contraire, en Amérique du Nord, les primes d’assurance non-vie dominent celles d’assurance vie.

La région « EMEA avancée » de Swiss Re (2020a) comprend les pays avancés des régions Europe, Moyen-Orient et Afrique. Les plus grands marchés d’assurance en termes de revenu de primes sont ceux du Royaume-Uni, de la France, de l’Italie, de l’Allemagne, de l’Irlande, de l’Espagne, de la Suisse et du Luxembourg. Le graphique de la figure 5.5 illustre le développement du revenu de primes entre 1980 et 2019. Nous observons une augmentation importante des primes d’assurance vie qui dépassent celles d’assurance non-vie depuis le milieu des années 1990. Les deux branches d’assurance semblent stagner néanmoins sur la dernière décennie.

Nous illustrons le volume des primes ainsi que la densité et la pénétration de l’assurance pour des pays choisis dans le tableau 5.5. En nombres absolus d’encaissements, les plus grands marchés d’assurance sont ceux des États-Unis, de la Chine et du Japon, suivis du Royaume-Uni, de la France et de l’Allemagne. La Suisse, avec 59 milliards de dollars de revenu de primes affiche une part de 0.94% du marché mondial. En termes de densité de l’assurance, les États-Unis et la Suisse sont à la tête du classement. Selon cette statistique, le revenu de primes par habitant est de USD 6 835 en Suisse. La pénétration de l’assurance est la plus élevée à Taïwan. Elle est de 8.4% du PIB en Suisse. Le secteur des assurances joue un rôle important au niveau de l’économie. Notons qu’une interprétation plus profonde de ces comparaisons est limitée. En effet, comme les assurances sociales diffèrent

dans chaque pays, il en est de même pour les assurances privées. Par exemple en Suisse, la prévoyance vieillesse ou les assurances-maladie sont essentiellement des assurances sociales et font donc défaut de ces statistiques. Dans d'autres pays, ces mêmes assurances peuvent être privées et apparaître dans les statistiques des assureurs privés.

Indicateurs sur le marché suisse La contribution des assurances privées suisses au PIB est pratiquement égale à celle des banques, à savoir 30.5 milliards de francs en 2018 (Association Suisse d'Assurances, 2019). Les assureurs contribuent à environ 5% de la création de valeur de l'ensemble de l'économie suisse. Pour l'année 2019, l'Autorité Fédérale de Surveillance des Marchés Financiers (2020) dénombre 19 assureurs vie, 118 assureurs non-vie, y compris 18 entreprises d'assurance-maladie complémentaire, 11 caisses-maladie exploitant l'assurance-maladie com-

	Branche d'assurance	Primes Mrd CHF	Parts (%)
Assurances vie	Assurance collective en prévoyance professionnelle	22.05	(68.9)
	Assurance individuelle de capital	4.68	(14.6)
	Assurance individuelle de rentes	0.52	(1.6)
	Assurance vie liée à des parts de fonds	1.81	(5.7)
	Assurance vie liée à des fonds cantonnés	0.41	(1.3)
	Capitalisation et opérations tontinières	0.23	(0.7)
	Autres assurances vie	0.22	(0.6)
	Assurance-accidents et maladie	0.00	(0.0)
	Succursales à l'étranger	1.72	(5.4)
	Réassurance acceptée	0.38	(1.2)
	Total assurances vie	32.02	(100.0)
Assurances non-vie	Maladie	11.19	(39.2)
	Incendie, dommages matériels	4.15	(14.5)
	Accident	3.18	(11.1)
	Casco véhicules terrestres	3.37	(11.8)
	Responsabilité civile véhicules terrestres	2.60	(9.1)
	Responsabilité civile	2.00	(7.0)
	Véhicules maritimes et aériens, transport	0.32	(1.1)
	Protection juridique	0.64	(2.3)
	Pertes financières	0.51	(1.8)
	Crédit, caution	0.38	(1.3)
	Assistance tourisme	0.24	(0.8)
	Total assurances non-vie	28.58	(100.0)

Note : Le tableau fait état des chiffres de 2019.

Tableau 5.6 – Primes comptabilisées dans les branches d'assurance vie et non-vie en Suisse (d'après Autorité Fédérale de Surveillance des Marchés Financiers, 2020, pages 13 et 29).

5.3. Marché des assurances privées

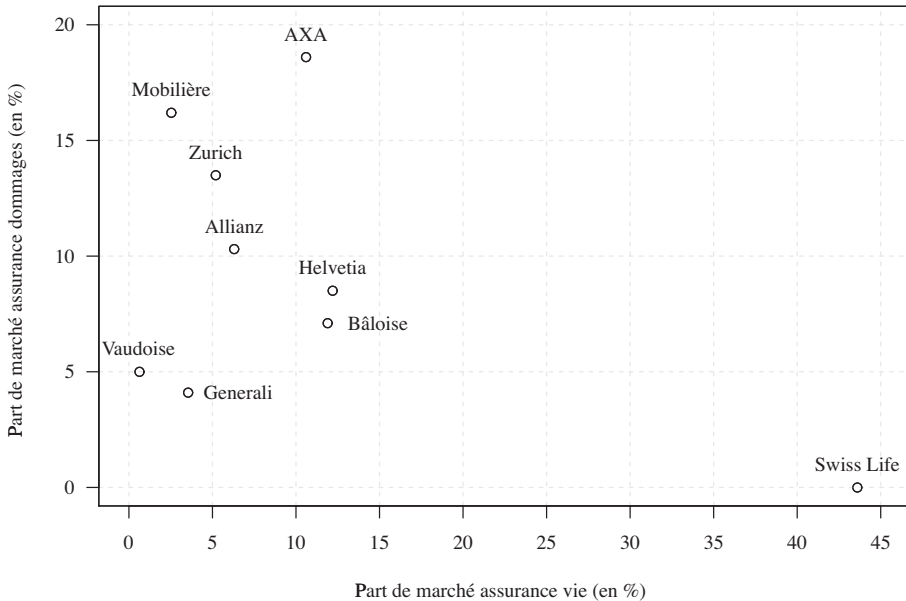
Entreprise		Primes Mrd CHF	Parts de marché (%)
Assurances vie	Swiss Life SA	13.05	(43.6)
	Helvetia Compagnie Suisse d'Assurances sur la Vie SA	3.64	(12.2)
	Bâloise Vie SA	3.58	(11.9)
	AXA Vie SA	3.18	(10.6)
	Allianz Suisse Société d'Assurances SA	1.87	(6.3)
	Zurich Compagnie d'Assurances SA	1.54	(5.2)
	Six plus grands assureurs vie	26.86	(89.8)
Assurances dommages	AXA Assurances SA	3.43	(18.6)
	Mobilière Suisse Société d'assurances SA	2.98	(16.2)
	Zurich Compagnie d'Assurances SA	2.49	(13.5)
	Allianz Suisse Société d'Assurances SA	1.89	(10.3)
	Helvetia Compagnie Suisse d'Assurances SA	1.56	(8.5)
	Bâloise Assurance SA	1.31	(7.1)
	Vaudoise Générale, Compagnie d'Assurances SA	0.93	(5.0)
	Generali Assurances Générales SA	0.76	(4.1)
Huit plus grands assureurs dommages	15.36	(83.3)	

Note : Le tableau fait état des chiffres de 2019. Les assurances dommages correspondent aux assureurs non-vie hors assureurs-maladie.

Tableau 5.7 – Affaires directes suisses des plus grandes assurances vie et dommages (d'après Autorité Fédérale de Surveillance des Marchés Financiers, 2020, pages 14 et 30).

plémentaire, et 50 réassureurs pour un total de 198 entreprises. Les assureurs privés ont employé près de 46 000 collaborateurs en 2019 en Suisse dont environ 14 500 conseillers en assurances (Association Suisse d'Assurances, 2020).

Durant l'exercice 2019, les entreprises d'assurances ont comptabilisé CHF 32.02 milliards de primes d'assurance vie et CHF 28.58 milliards dans les assurances non-vie (affaires privées d'assurance-maladie incluses) en Suisse. Les primes comptabilisées viennent de différentes branches d'assurances vie et non-vie (voir la section 5.4 où nous étudions les différentes branches). Le tableau 5.6 renseigne sur les encaissements dans les différentes branches. Dans les assurances vie, les recettes de primes totales sont composées des primes périodiques et des primes uniques. La faiblesse persistante des taux d'intérêt rend les affaires classiques d'assurance-vie individuelle, soit les assurances individuelles de rentes, moins intéressantes. Ainsi, le volume de primes dans les assurances vie liées à des parts de fonds, lesquelles requièrent moins de capitaux d'un point de vue du règlement de solvabilité, est en augmentation. Avec une part de près de 68.9%, la prévoyance professionnelle domine le marché suisse de l'assurance vie. Les activités suisses d'assurance dommages (voir la deuxième partie du tableau) y compris assurance-maladie privée sont stables. Le secteur de l'assurance pour les véhicules automobiles connaît une forte concurrence au niveau des prix. Compte tenu du ralentissement de l'activité économique, de la baisse des ventes, du volume des salaires, de la diminution



Note : Le graphique fait état des chiffres de 2019. L'assurance dommages correspond à l'assurance non-vie hors assurance-maladie.

FIGURE 5.6 – Parts de marché des affaires directes suisses des principaux acteurs selon les primes d'assurances vie et dommages (d'après Autorité Fédérale de Surveillance des Marchés Financiers, 2020, pages 14 et 30, et les rapports annuels des sociétés).

de la population active occupée et de l'affaiblissement de la conjoncture due à la pandémie de Covid-19, un recul du volume de primes a été observé dans presque toutes les branches. Au même temps, l'augmentation de la demande pour l'extension des couvertures du risque et des besoins nouveaux (par exemple, couverture des cyber-risques) devraient amener une croissance du marché.

Le tableau 5.7 rapporte le volume des affaires directes suisses des six plus grandes compagnies d'assurances vie et des huit plus grandes assurances dommages. Ces six assureurs vie et huit entreprises d'assurances dommages totalisent 89.8% respectivement 83.3% des primes, ce qui montre que le marché d'assurance est un marché concentré. Le marché d'assurance en Suisse est aujourd'hui un marché stable mais saturé où la croissance est difficile. Le graphique de la figure 5.6 illustre les parts de marché des affaires directes suisses pour les neuf principaux acteurs actifs dans les assurances vie et dommages. Notons que les affaires vie respectivement dommages sont souscrites par des entités juridiques distinctes. Nous identifions Swiss Life comme assureur proposant uniquement des assurances vie. AXA est un des grands acteurs multibranches offrant, en tant que groupe, des assurances vie et dommages. Le positionnement d'AXA en termes de parts de marché est surpondéré en assu-

5.4. Branches et produits d'assurances privées

Classe d'actif	Vie		Non-vie	
	Mrd CHF	(%)	Mrd CHF	(%)
Titres à revenu fixe	154.9	(50)	50.7	(35)
Prêts	9.1	(3)	7.0	(5)
Immeubles et terrains	39.5	(13)	7.6	(5)
Hypothèques	33.2	(11)	5.4	(4)
Actions	14.7	(5)	7.7	(5)
Placements collectifs de capitaux	16.1	(5)	9.8	(7)
Placements alternatifs	10.7	(3)	5.2	(4)
Autres placements de capitaux	2.7	(1)	8.2	(6)
Participations	5.8	(2)	40.7	(29)
Placements en assurances vie liées à des parts de fonds	21.3	(7)	–	(–)
Total des placements de capitaux	307.8	(100)	142.3	(100)

Note : Le tableau fait état des chiffres de 2019. La rubrique « Immeubles et terrains » comprend les immeubles, immeubles en construction et terrains constructibles.

Tableau 5.8 – Allocation des actifs des assureurs vie et non-vie en Suisse (d'après Autorité Fédérale de Surveillance des Marchés Financiers, 2020, pages 11 et 27).

rances dommages. Ensuite, les sociétés agissant sous les marques Mobilière, Zurich, Allianz, Helvetia et Bâloise proposent aussi bien des assurances vie et dommages. En termes de taille viennent ensuite Generali et Vaudoise, cette dernière proposant en plus grande partie des produits d'assurance dommages.

Le tableau 5.8 donne des informations sur la répartition de la fortune des assureurs vie et non-vie. Les assureurs vie comptabilisent un total de CHF 307.8 milliards, les entreprises d'assurance dommages totalisent CHF 142.3 milliards en fin 2019. L'allocation des actifs est relativement stable à travers les années. Les placements dans des titres à revenu fixe constituent de loin la catégorie de placement la plus importante, 50% dans les assurances vie, 35% dans les assurances dommages. Ils se répartissent entre emprunts d'entreprise et emprunts d'État. Les placements en biens immobiliers et en hypothèques totalisent 24% pour les assureurs vie, tandis que dans les assureurs dommages, ces classes sont restées sous-représentées avec un total de 9% seulement.

5.4 Branches et produits d'assurances privées

Les solutions d'assurance sont les méthodes de transfert du financement du risque les plus généralement utilisées (voir la section 4.3). Ici, nous nous intéressons à la nature des assurances disponibles sur le marché des assurances privées, à la nature des produits d'assurance et à leur fonctionnement.

Contrat d'assurance et assureurs La couverture d'assurance privée et les obligations des parties impliquées sont définies dans un contrat d'assurance :

Définition 5.4 (*Contrat d'assurance*)

Un contrat d'assurance est un contrat entre une personne physique ou morale, le preneur d'assurance, et une institution, l'assureur. À travers un tel contrat, l'assureur s'engage à prendre en charge certaines des pertes potentielles occasionnées par les événements accidentels auxquels est exposé le preneur d'assurance.

L'article 3 de la loi sur le contrat d'assurance (LCA; Conseil Fédéral, 2011) spécifie dans son 1^{er} alinéa que l'assureur doit, avant la conclusion du contrat d'assurance, renseigner le preneur d'assurance de manière compréhensible sur son identité et sur les principaux éléments du contrat d'assurance. Il s'agit en particulier de renseigner sur :

- les risques assurés,
- l'étendue de la couverture d'assurance,
- les primes dues et les autres obligations du preneur d'assurance,
- la durée et la fin du contrat d'assurance.

L'article 19 de la LCA stipule que les primes dues échoient au commencement de chaque période d'assurance.

Historiquement (voir aussi la section 1.4), le développement de l'assurance privée débute en Europe et en Amérique du Nord pendant la deuxième moitié du XIX^e siècle en parallèle avec le développement de l'industrialisation. Le secteur de l'assurance est ainsi plus fortement implanté dans les pays industrialisés. Très rapidement, les États ont reconnu la nécessité de réglementer fortement cette activité économique pour éviter les divers scandales qui en avaient marqué les débuts. Cette réglementation permet à l'assurance de remplir une fonction économique en apportant sa contribution à la gestion du risque global de la société.

Une société d'assurances est une institution soumise à la législation de surveillance spécifique de l'assurance. Elle dispose de l'agrément pour pratiquer cette activité et un contrat d'assurance doit correspondre à un produit d'assurance reconnu par la loi. Les assurances privées sont tenues d'obtenir l'autorisation pour exercer leur activité auprès de l'Autorité Fédérale de Surveillance des Marchés Financiers (FINMA). Les établissements d'assurance contre l'incendie et les éléments naturels des différents cantons (voir la section 1.3) sont supervisés par les cantons. Les autorités de surveillance contrôlent en particulier que les assureurs disposent des capacités financières nécessaires pour remplir tous les engagements contractuels qu'ils ont pris. Les assureurs doivent notamment communiquer leurs résultats aux autorités en les ventilant selon un schéma prescrit.

Dans la suite, nous nous intéressons aux expositions au risque qui peuvent être transférées à un assureur privé et sous quelles conditions.

Principes légaux de base Quatre principes sont essentiellement à la base de la législation sur les assurances. Ce sont les principes d'indemnisation, de l'intérêt assurable, de subrogation et de bonne foi que nous décrivons ci-dessous.

- *Principe d'indemnisation* : Le preneur d'assurance ne peut pas recevoir un montant plus important que celui de la perte causée par un péril.

Un assuré ne peut pas assurer le même objet auprès de plusieurs assureurs et recevoir un dédommagement de chacun si cet objet est détruit.

- *Principe de l'intérêt assurable* : Le preneur d'assurance ne peut être indemnisé que s'il fait la preuve d'une perte personnelle.

Un individu ne peut pas conclure un contrat d'assurance sur la vie d'une personne qui est totalement étrangère et recevoir un capital en cas de décès de cette personne.

- *Principe de subrogation (ou de substitution)* : L'assureur qui a indemnisé la perte d'un assuré peut exiger ce montant d'un tiers, en cas de responsabilité de ce dernier.
- *Principe de bonne foi* : Le degré de bonne foi imposé aux parties d'un contrat d'assurance est plus élevé que ce n'est habituellement le cas pour un contrat commercial. Cette bonne foi concerne en particulier les déclarations faites dans le contrat.

Catégorisation des assurances Dans la mesure où différentes branches d'assurance ont vu le jour indépendamment les unes des autres, leur évolution historique ne permet pas de dégager une structure logique. Même la dénomination des branches et des types de contrat n'aide pas davantage. Elles sont désignées parfois d'après le risque assuré, comme dans l'assurance incendie, parfois d'après l'objet assuré, comme l'assurance machines. Les définitions sont également rattachées à la finalité de l'assurance (assurance « adulte-enfant »), au cercle des preneurs d'assurance (assurance « abonnés »), au contraire du cas d'assurance (couverture décès dans une assurance « vie »), au lieu du risque (assurance maritime), etc. (Koch, 2012).

Nous proposons plusieurs critères qui permettent de différencier les assurances :

- *Réglementation* – distinction entre assurances privées et assurances sociales,
- *Branche* – distinction entre assurances vie et assurances non-vie,

- *Type de valeur exposée (ou objet)* – distinction entre assurances de personnes, assurances de choses et assurances de patrimoine,
- *Segment de marché (ou de clients)* – distinction entre assurances de particuliers et assurances d'entreprises,
- *Prestations* – distinction entre assurances de dommages (remboursement des dommages subis) et assurances de sommes (paiement d'une somme prédéfinie),
- *Obligation* – distinction entre assurances obligatoires (par exemple l'assurance-maladie de base) et assurances facultatives (par exemple les assurances-maladie complémentaires),
- *Effet sur le bilan* – distinction entre assurances d'actif (protégeant les actifs, les biens) et assurances de passif (protégeant les obligations, la responsabilité civile),
- *Effet financier* – distinction entre assurances de revenu (protégeant les flux de revenu) et assurances de patrimoine (protégeant la fortune),
- *Nombre d'assurés* – distinction entre assurances individuelles (par exemple l'assurance épargne prévoyance du 3^e pilier) et assurances collectives (par exemple l'assurance-accidents professionnelle).

Exemple d'une catégorisation d'un contrat d'assurance

Faisant appel aux critères de différenciation introduits, nous proposons de catégoriser le contrat d'assurance responsabilité civile pour un véhicule à moteur privé. En premier lieu, il s'agit d'une assurance privée de la branche non-vie. Plus précisément, c'est une assurance de choses pour particuliers. Le contrat fait partie des assurances de dommages obligatoires. C'est une assurance de passif et de patrimoine. Il s'agit d'une assurance individuelle.

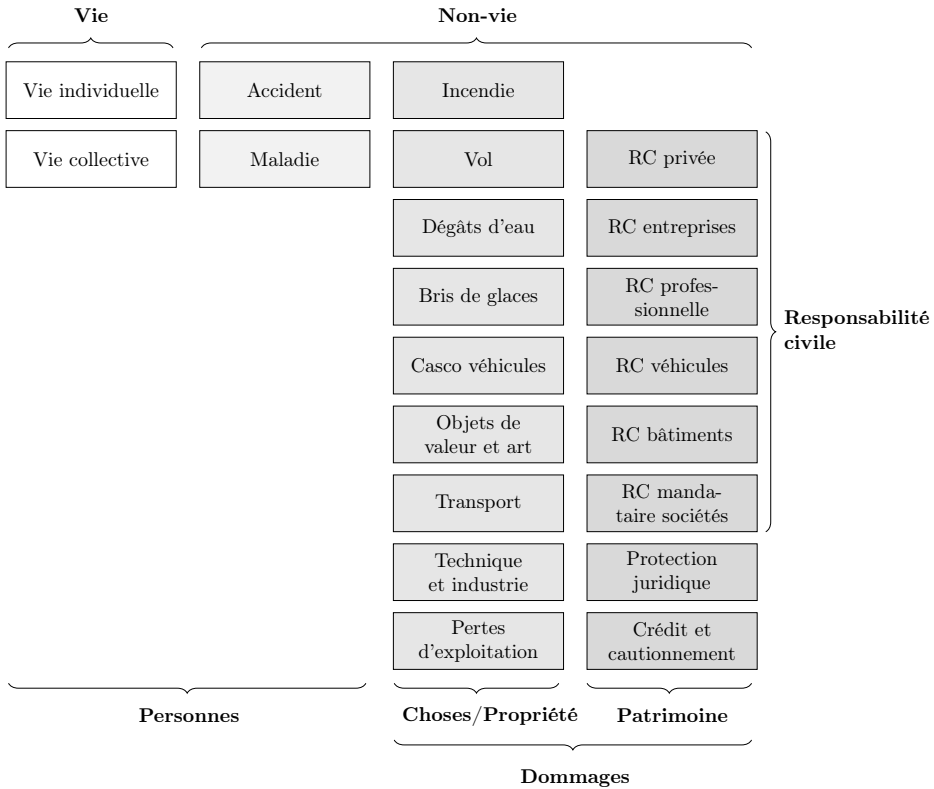
Pour ce qui est du critère de la réglementation, nous avons étudié les assurances sociales à la section 5.2. Ces assurances sont définies par la législation du pays et l'énumération que nous en avons faite est exhaustive. Mise à part les institutions d'assurances régies par le droit cantonal, pour l'essentiel les établissements cantonaux d'assurance incendie et éléments naturels et des institutions de droit public comme Retraites Populaires, toutes les assurances qui ne sont pas des assurances sociales sont des assurances privées.

Au niveau des branches d'assurance, nous distinguons les assurances vie et les assurances non-vie. Les assurances vie comprennent principalement trois formes qui sont l'assurance de capital en cas de décès, l'assurance de capital en cas de survie et l'assurance de rentes en cas de survie. Comme leurs noms l'indiquent, l'assurance de capital en cas de décès consiste en le versement d'un capital lorsque l'assuré décède, l'assurance de capital en cas de survie consiste en le versement d'un capital si la personne a survécu un certain nombre d'années. L'assurance de rentes en cas de survie prévoit le paiement d'une rente après avoir survécu un nombre

prédéfini d'années. Dans un même contrat d'assurance vie, plusieurs de ces formes peuvent être combinées. Une assurance mixte est, par exemple, une assurance de capital en cas de décès ou en cas de survie. Au sens restreint du terme, toute autre forme d'assurance est une assurance non-vie. L'assurance vie peut imposer de la part de l'assureur un engagement de très longue durée et comprend non seulement un élément de transfert du financement du risque, mais également un élément d'épargne. La législation impose qu'une institution d'assurances privées se spécialise dans les assurances vie ou dans les assurances non-vie. Ainsi, les groupes d'assurances créent une entité juridique séparée pour chaque branche qui rapporte à l'autorité de surveillance. Toutefois, les assureurs vie proposent parfois également des produits d'assurance de personnes, comme l'assurance-accidents ou l'assurance-maladie privée.

Une autre manière de distinguer les assurances consiste à considérer le type de la perte qui est couverte, donc les valeurs exposées telles que nous les avons distinguées à la section 2.7. En relation avec le type de valeur exposée, nous classons les assurances en quatre groupes. Il s'agit tout d'abord des assurances de personnes qui couvrent les personnes physiques contre les accidents corporels, la maladie, l'invalidité ou le décès. Les assurances de personnes comprennent les assurances vie tout en incluant l'assurance-accidents et l'assurance-maladie privée qui sont formellement comptées parmi les assurances non-vie. Ensuite, les assurances de choses ou propriété couvrent des objets mobiliers et immobiliers contre les dégâts qu'ils pourraient subir (par exemple, incendie, vol, dégâts d'eau, bris de glace). Les assurances de patrimoine comprennent essentiellement les assurances responsabilité civile et couvrent les dommages liés à responsabilité juridique dans la survenance d'un accident. Finalement, il existe d'autres assurances ne pouvant être classées dans les trois premiers groupes. Les assurances qui ne sont pas des assurances de personnes sont appelées assurances de dommages. Les assurances de dommages correspondent donc aux assurances non-vie en excluant l'assurance-accidents et l'assurance-maladie privée.

Cette classification peut différer d'un pays à l'autre et selon le point de vue pris. Notons qu'un même contrat d'assurance peut couvrir plusieurs branches. Ainsi, un contrat d'assurance pour véhicules à moteur peut comprendre une assurance responsabilité civile, une assurance du corps de véhicule (casco), une assurance-accidents couvrant les occupants, une assurance-assistance couvrant les frais de rapatriement et d'annulation en cas d'accident et, dans certains cas, une assurance protection juridique. Remarquons encore que les assureurs de bénéfice net par rapport à des expositions au risque pur ne forment pas un groupe à part. Ils sont en général considérés comme des compagnies d'assurances de propriété. Un exemple est l'assurance des pertes d'exploitation pour interruption d'activité à la suite d'un incendie ou en conséquence des conditions climatiques. Les assurances dites « autres » comprennent certaines formes particulières comme les assurances de transport ou de crédit par exemple. Ces assurances sont souvent classées comme assurances choses ou patrimoine. La figure 5.7 donne une vue d'ensemble de cette subdivision classique des branches d'assurance.



Note : La figure a un caractère d'illustration et ne présente qu'une sélection des produits.

FIGURE 5.7 – Catégorisation classique des branches d'assurances privées.

Pour ce qui concerne son organisation interne, une compagnie d'assurances est souvent structurée selon les segments de marché ou les segments de clients. Dans ce cadre, nous distinguons les assurances de personnes privées et les assurances d'entreprises. Parmi ces dernières, il est usuel de différencier selon la taille des entreprises, notamment les petites et moyennes entreprises et les grandes entreprises (internationales). Les assurances de particuliers traitent des situations et des expositions au risque des clients privés. Le besoin de couverture de ces derniers concerne principalement la sphère personnelle ou familiale. Les solutions qui leur sont proposées sont partiellement standardisées, tout en restant flexibles. La concurrence est avant tout locale et la relation entre le client et le prestataire est personnelle avec des déterminants rationnels et émotionnels. La position du service externe rattaché à l'entreprise est importante.

Les assurances de petites et moyennes entreprises couvrent des expositions au risque dont le potentiel de pertes peut en partie être comparable à celui des grandes

entreprises. Cependant, le pouvoir d'achat des PME reste nettement inférieur à celui d'une entreprise internationale et des solutions compliquées se heurtent souvent à une aversion des responsables. Le besoin de couverture d'assurance et de prestations d'assistance en gestion des risques se situe aux niveaux de l'entreprise, du propriétaire et des collaborateurs. Ces entreprises ont typiquement un besoin élevé en allègement des charges administratives, pas seulement en matière d'assurances. Ainsi, elles favorisent des solutions partiellement standardisées. La concurrence entre les assureurs est surtout nationale, voire régionale et a souvent un caractère d'opération de contrepartie. La relation client-prestataire est tiraillée entre émotivité et professionnalisme.

Les assurances pour les grandes entreprises souvent internationales doivent intégrer la complexité et la spécificité des situations de risque. Ces entreprises ont besoin de prestations de gestion et de l'ingénierie des risques. Les couvertures d'assurance sont faites sur-mesure. Souvent, les entreprises internationales recourent à des instruments de transfert alternatif du risque (voir la section 4.3) qui offrent une grande flexibilité. La couverture des bénéfices fixés fait partie des priorités et les processus des échanges administratifs doivent être gérés de façon professionnelle. Ces entreprises sont souvent conseillées par un courtier et la concurrence entre les assureurs est internationale.

Tarification du risque dans l'assurance

Nous avons vu au chapitre 3 que dans le cadre de l'appréciation des risques on associe à chaque risque une valeur. Dans le cas où le financement du risque (voir la section 4.3) est transféré à un assureur, c'est le rôle de ce dernier de mettre une « étiquette de prix » sur les expositions au risque pour offrir des couvertures. Dans ce chapitre, nous traitons des méthodes de tarification du risque. Nous commençons par la détermination du prix du risque dans les assurances vie, où nous considérons primes et prestations pour les types d'assurance les plus courants. À chaque fois, nous nous basons sur le concept du principe d'équivalence actuarielle (voir la définition 6.1 à la section 6.1) pour établir les calculs. Dans l'assurance vie, le risque de décès ou la probabilité de survie sont les paramètres les plus importants. Nous les étudions à la section 6.2 et illustrons ce qu'est une table de mortalité.

À la section 6.3, nous abordons la tarification des produits d'assurance non-vie. Nous y introduisons d'abord le vocabulaire et les notations actuarielles. Pour les notations, il s'agit de notations spéciales utilisées par les actuaires afin de simplifier l'écriture de certaines formules. Nous étudions les caractéristiques des primes et des prestations des assurances vie. Ces éléments nous aident à calculer les primes des produits d'assurance. Nous illustrons ce calcul par quelques exemples numériques. Toujours dans le contexte de l'assurance vie, nous étudions le concept de réserves mathématiques à la section 6.4. Nous y montrons comment ces réserves sont calculées. Finalement, nous nous intéressons à la tarification des produits d'assurance non-vie à la section 6.5.

Les éléments de ce chapitre donnent un aperçu des activités d'un actuare. Néanmoins, le rôle de l'actuaire moderne est celui d'un « ingénieur de l'assurance » et il serait très réducteur de penser que son rôle se limite à la tarification de l'assurance. Spécialiste de la statistique et du calcul des probabilités appliquées aux problèmes d'assurance, de prévoyance et d'amortissements, l'expertise de l'actuaire

est également requise pour toutes questions liées à la modélisation du risque et la prise de décision dans un environnement incertain. En effet, les actuaires sont présents à tous les niveaux hiérarchiques d'une entreprise active dans le monde de l'assurance et au-delà.

6.1 Introduction à la tarification dans l'assurance vie

Comme discuté dans les éléments d'histoire de l'introduction (voir la section 1.4), l'assurance vie existe depuis longtemps, les premiers contrats couvrant le décès ayant apparu au 17^e siècle, et a beaucoup évolué au fil des années. Aujourd'hui, les produits d'assurance vie privée sont devenus un complément important aux assurances sociales (voir la section 5.4). Parmi les types d'assurance qui existent, l'assurance vie est une branche plutôt facile à comprendre. Ces assurances aident les familles à supporter les conséquences financières d'un décès ou d'une invalidité par exemple. Elles permettent aussi aux entrepreneurs à poursuivre leurs opérations dans de meilleures conditions en cas de décès d'une personne clé, notamment en amenant les liquidités nécessaires pour le rachat des parts d'entreprise du partenaire décédé. Finalement, une assurance de rentes permet à l'assuré de toucher une rente, par exemple après sa vie active.

L'une des principales caractéristiques de l'assurance vie est qu'il s'agit en général de contrats de longue durée avec un niveau de prestations bien défini, le plus souvent fixe. En effet, beaucoup de preneurs d'assurance contractent une police d'assurance vie autour de l'âge de 30 ans. Les événements couverts comme une rente vieillesse ou un capital décès n'arriveront en moyenne que 35 respectivement 50 ans plus tard. Dans de nombreux produits, à côté de la couverture du risque biométrique pur, la composante de l'épargne joue un rôle important. Assimilés à de l'épargne, beaucoup de contrats sont proposés comme prévoyance vieillesse sous forme d'un produit du 3^e pilier en Suisse.

Assurances de capital et de rentes Il existe littéralement des milliers de polices d'assurance vie différentes. En se focalisant sur la forme des prestations, c'est-à-dire des montants payés, nous pouvons distinguer l'assurance de capital et l'assurance de rentes :

- *Assurance de capital* : Une telle police d'assurance prévoit le paiement d'un capital en cas de décès de la personne assurée ou le paiement d'un capital en cas de survie d'un assuré au-delà d'une certaine période de temps.
- *Assurance de rentes* : Les polices d'assurance de rentes promettent le paiement périodique d'un montant, déterminé par le contrat, tant que l'assuré est en vie. Si cette rente est versée durant la vie entière de l'assuré, nous parlons de rente viagère, sinon il s'agit d'une rente temporaire. Des formes plus complexes existent sur le marché, tels que, par exemple, des contrats d'assurance de rentes portant sur un couple (marié) et payant la rente convenue jusqu'au décès du dernier survivant du couple. C'est un exemple de police d'assurance

sur plusieurs têtes: deux conjoints co-souscrivent un contrat d'assurance vie et deviennent ainsi co-assurés. En conséquence, le conjoint survivant conserve le contrat d'assurance lorsque l'autre conjoint décède.

Certaines polices d'assurance mélangent les deux types de prestations et portent le nom d'assurance vie mixte. Cette forme très répandue sur le marché suisse paie un capital en cas de décès durant la durée du contrat et garantit une rente à partir d'un certain âge convenu. Nous observons également un type d'assurance vie mixte qui mélange une composante décès et une composante épargne. La composante capital décès existe sur toute la durée du contrat tandis que la composante épargne n'est payée qu'en cas de survie à la fin du contrat. Nous traiterons de tels exemples à la section 6.3.

On différencie encore l'assurance vie temporaire et permanente. Une assurance est temporaire lorsqu'elle ne couvre qu'une période donnée, tandis qu'elle est permanente quand elle couvre toute la durée de vie restante de l'assuré. La personne qui demande une police d'assurance est le preneur d'assurance, qu'on appelle aussi le payeur. Dans la plupart des cas, le preneur d'assurance est également le bénéficiaire de l'assurance, mais il arrive aussi que le preneur d'assurance et le bénéficiaire soient des personnes distinctes, notamment dans le cas où un parent souscrit une police sur la vie de son enfant. Dans de tels cas, le bénéficiaire de la police n'est pas l'assuré. Le preneur d'assurance est la personne qui peut exercer tous les droits de la police et c'est avec elle que l'assureur traite, en particulier pour le paiement des primes. Le preneur d'assurance désigne une personne, le bénéficiaire, qui recevra la prestation.

Les compagnies d'assurances déterminent si elles émettent la police d'assurance demandée sur la base d'une demande qui leur est généralement soumise par un agent d'assurance qui, dans la plupart des cas, est un conseiller en assurance ou un courtier. La demande contient des questions relatives à l'assurabilité, à savoir si la personne à assurer remplit les conditions nécessaires. En plus d'essayer de déterminer l'état de santé de l'assuré proposé, le souscripteur veut également s'assurer que le montant de l'assurance demandée a un rapport raisonnable avec la perte économique que le bénéficiaire subirait du fait du décès de l'assuré. L'un des principaux soucis de l'assureur est de détecter l'antisélection, appelée aussi sélection adverse, et d'éviter la création d'un aléa moral. Parfois, le service de souscription ne décidera que sur la base de résultats complémentaires d'un examen physique, de tests de laboratoire ou d'autres informations.

En règle générale, les prestations sont payées en contrepartie du paiement d'une prime qui peut être périodique ou unique. Les primes doivent être payées en début de contrat ou de période d'assurance pour que la police prenne effet et reste en vigueur.

Principe d'équivalence La tarification, ou « pricing » en anglais, de l'assurance vie est une des spécialités d'un actuaire. Elle consiste à déterminer les primes et les prestations répondant au principe d'équivalence actuarielle qui est clé pour la tarification de contrats d'assurance. En effet, il s'agit d'une extension du principe

d'équivalence vu dans le cadre de l'appréciation du risque (voir la définition 3.25 à la section 3.5) à l'équilibre de la valeur actuelle des primes et des prestations futures qui sont évaluées à l'aide de l'espérance mathématique. Ainsi, le principe d'équivalence actuarielle repose sur l'idée d'un équilibre financier entre la valeur actuelle des primes à payer par un assuré et la valeur actuelle des prestations futures qu'il recevra. Ceci nous amène à la définition suivante :

Définition 6.1 (Principe d'équivalence (actuarielle))

Le principe d'équivalence (actuarielle) requiert l'équilibre financier entre la valeur actuelle des primes et la valeur actuelle des prestations futures.

Ce principe est valable pour tous les contrats d'assurance et pour toutes les variations possibles de primes et de prestations d'assurance. Le principe d'équivalence évoque deux aspects principaux : l'incertitude qui concerne la valeur actuelle des paiements reçus par l'assureur, les primes, et la valeur actuelle des paiements effectués par l'assureur à l'assuré, les prestations. Ces paiements à recevoir ou à payer sont effectués uniquement si les conditions relatives au contrat sont satisfaites. En règle générale, les formules en jeu tiennent compte de la séquence des paiements futurs aux temps t , qui dépendent de la mortalité ou de la survie de l'assuré et du facteur d'escompte $1/(1+i)$, lié au taux d'intérêt i , qui mènent à une expression du type

$$\mathbb{E} \left(\sum_t \frac{\text{paiement en } t}{(1+i)^t} \right).$$

Écrivant le taux d'escompte $v = 1/(1+i)$ et nous rappelant que l'espérance mathématique d'une somme est égale à la somme des espérances mathématiques, nous simplifions l'expression précédente comme suit :

$$\sum_t \mathbb{E}(\text{paiement en } t) \cdot v^t.$$

La variable aléatoire « paiement en t » prend la valeur P_t qui dépend de la probabilité $\mathbb{P}(\text{paiement en } t)$ que ce paiement ait lieu. Nous avons :

$$\sum_t P_t \cdot v^t \cdot \mathbb{P}(\text{paiement en } t).$$

Dans l'assurance vie, la probabilité $\mathbb{P}(\text{paiement en } t)$ est dans la plupart des cas liée à la probabilité de survie ou de décès de l'assuré ou du portefeuille des assurés concernés.

Assurance vie temporaire d'un an

Supposons qu'une personne d'âge x désire s'assurer pour un montant de CHF 100 000 en cas de décès durant la prochaine année. Il s'agit d'une

assurance vie *temporaire* (d'un an) d'un *capital décès*. Supposons que le taux de rendement i que l'assureur réalise sur ses placements est de 3% et que la probabilité de décès d'une personne d'âge x du même sexe que celle considérée est de 0.003 pour la prochaine année. Selon le principe d'équivalence, quelle est la prime « pure » que l'assureur devrait charger à cet assuré ?

Nous commençons cette étude avec quelques observations :

- Notons que par prime « pure » on entend la prime qui ne sert qu'à couvrir le montant du sinistre ou des prestations assurées. Cela signifie que les frais de gestion, d'acquisition et autres ne sont pas pris en compte.
- La probabilité de décès entre l'âge x et $x + 1$, pour une personne âgée x , peut être interprétée comme équivalente au fait que parmi 1 000 personnes âgées x , en moyenne trois d'entre elles décéderont avant la fin de l'année suivante. Pour simplifier, dans un modèle déterministe où on suppose le nombre de décès connu, on dira qu'il y aura exactement trois décès parmi 1 000 personnes assurées semblables. En réalité, le nombre de décès est une variable aléatoire.
- L'assureur utilise les principes de base des mathématiques financières et tient compte de la valeur de l'argent dans le temps, car les contrats sont généralement de longue durée. Pour calculer le facteur d'escompte, nous supposons, en simplifiant, que l'assureur utilise un taux d'intérêt égal au taux de rendement i . Ainsi la valeur de « CHF 1 dans un an » est de $1/(1 + i)$.

Si l'assureur couvre 1 000 personnes d'âge x , toutes ces personnes paient aujourd'hui une prime unique A et à la fin de l'année, l'assureur doit payer trois fois CHF 100 000 (trois décès). La fixation des prix ou l'évaluation du risque suit le principe d'équivalence actuarielle et la prime unique A doit satisfaire l'équation :

$$1\,000 \cdot A = \frac{3 \cdot 100\,000}{1 + i} \quad \text{où } i = 0.03.$$

De manière alternative, au lieu de poser l'équation au temps d'aujourd'hui, nous pouvons considérer la situation à la fin de l'année. Ainsi, nous raisonnons que l'assureur dépose les 1 000 primes d'un montant A dans un fond qui rapporte un intérêt i annuellement, et qu'il paie de ce fonds trois fois CHF 100 000 à la fin de l'année. Il s'ensuit que la prime unique A est solution de :

$$1\,000 \cdot A \cdot (1 + 0.03) = 3 \cdot 100\,000.$$

Dans les deux cas, nous obtenons le même résultat, à savoir $A = 291.26$. Ainsi, en contrepartie d'un éventuel paiement de CHF 100 000, l'assureur perçoit 291.26 francs, et cela pour chacune des 1 000 polices d'assurance. En effet, l'équilibre financier est garanti : 997 assurés ne décèdent pas et leurs primes, en plus de celles des personnes décédées, servent à payer les indemnités liées au décès de trois personnes parmi les 1 000 d'origine.

En général, si nous notons C le capital assuré, q_x la probabilité de décéder entre l'âge x et $x + 1$ pour une personne âgée de x ans, $v = 1/(1 + i)$ le facteur d'escompte, alors la prime unique est donnée par

$$A = C \cdot v \cdot q_x.$$

La prime correspond donc à la valeur escomptée du montant attendu d'indemnités à payer $C \cdot q_x$ à la fin de l'année. À la section 6.3, nous introduisons les notations utilisées par les actuaires. En plus de la notation q_x , une notation spéciale est utilisée pour les primes. Sans perdre de généralité, on pose que le capital est $C = 1$. Alors la formule pour la prime unique par unité de capital décès, notée $A_{x:\overline{1}|}^1$, est

$$A_{x:\overline{1}|}^1 = v \cdot q_x.$$

6.2 Risque de décès et tables de mortalité

Tables de mortalité Les paiements de capital ou de rentes dans les produits d'assurance vie sont intimement liés à la survie respectivement au décès de la personne couverte par le contrat. Pour fixer le prix de ces produits, il est nécessaire de pouvoir quantifier la mortalité. Dans cette évaluation, il faut notamment tenir compte que la mortalité des assurés est différente de celle de la population en général (pour des statistiques générales internationales, voir « The Human Mortality Database » de Shkolnikov et al., 2021). En effet, ce phénomène découle d'un processus de sélection : Une police d'assurance vie individuelle n'est émise qu'à des personnes en (relativement) bonne santé. De plus, il y a un examen médical à passer avant la conclusion d'une police d'un montant important. Par conséquent, les assureurs doivent estimer les probabilités de décès à partir des données de leurs assurés. Si la compagnie a un très grand nombre d'assurés, elle peut utiliser ses propres données collectées sur une période de trois, cinq ou dix ans. Si la compagnie est plus petite, elle se joindra à d'autres pour obtenir un ensemble de données plus conséquent. On parle alors quelquefois de « statistique commune ». Dans tous les cas, la procédure consiste à obtenir des taux bruts de mortalité \hat{q}_x aux âges x tels que

$$\hat{q}_x = \frac{\text{nombre de décès entre les âges } x \text{ et } x + 1}{\text{nombre de personnes vivantes âgées } x}.$$

La suite de ces valeurs pour les taux bruts de mortalité à travers les âges x ne sera généralement pas très lisse; ceci est dû au fait qu'on a une quantité finie de données. Il est normal alors d'observer des fluctuations aléatoires. Pour des raisons pratiques et parce que l'on croit fermement que la fonction des taux de mortalité q_x est une fonction bien régulière de l'âge x , l'actuaire procède à la « graduation » des taux bruts de mortalité pour obtenir ce qu'on considère comme une meilleure estimation des probabilités de décès. La graduation consiste à lisser les taux de

mortalité tout en incorporant aux taux « gradués » les propriétés qui semblent désirables. De telles propriétés sont notamment une probabilité croissante avec l'âge à presque tous les âges, un bon ajustement aux données et une courbe lisse. Le résultat de ce processus donne les probabilités de décès q_x finales.

Les probabilités de décès dépendent du sexe de la personne considérée. La procédure décrite ci-dessus est effectuée deux fois: une fois pour les femmes et une fois pour les hommes. En Suisse, les actuaires indiquent le sexe de la personne en utilisant l'indicateur x pour les âges chez les hommes et l'indicateur y pour les âges chez les femmes. Cependant, cette convention n'est pas reconnue au niveau international.

Une table de mortalité est une construction permettant d'étudier le nombre de décès, les probabilités de décès ou de survie et l'espérance de vie selon le sexe et l'âge dans une population. Ces tables permettent ainsi de suivre l'évolution d'une population ou d'un groupe d'individus. Il s'agit d'un outil indispensable pour quantifier la mortalité et, par extension, pour fixer le prix des produits d'assurance vie. L'ensemble des notations que nous introduisons ci-dessous est communément utilisé.

Une table de mortalité commence en principe à l'âge zéro et analyse la mortalité d'une population jusqu'à un âge ω . Ce paramètre ω correspond à l'âge maximum qu'une personne puisse atteindre auquel on ajoute un an. En d'autres termes, ω désigne l'âge auquel personne ne parvient. Ceci permet aux tables de mortalité d'avoir une longueur finie.

Tables de mortalité périodiques et générationnelles

Nous distinguons les tables de mortalité dites « périodiques » et les tables de mortalité « générationnelles ». Les tables périodiques sont établies sur la base des taux de mortalité observés. Par exemple, la table de mortalité pour l'année 2020 indique les probabilités de décès des personnes qui ont entre 0 et 110 ans en 2020. Les tables périodiques partent implicitement de l'hypothèse que l'espérance de vie n'augmente pas : elles mesurent la longévité sans considérer d'augmentation de l'espérance de vie.

En comparaison, une table de mortalité générationnelle suit une génération ou une cohorte. Par exemple, la table de 1980 suit la génération née en 1980. Ainsi des probabilités de mortalité sont définies non seulement pour chaque sexe et chaque âge, mais aussi pour chaque année de naissance. Ces tables générationnelles s'appuient sur l'hypothèse d'une augmentation de l'espérance de vie et modélisent mathématiquement l'augmentation attendue de l'espérance de vie selon l'année de naissance.

Souvent, une institution d'assurances peut choisir la table qu'elle désire appliquer (Arnold et al., 2019). La détermination des bases actuarielles correctes

comporte toujours des incertitudes, mais dans un contexte de longévité, il est important de tenir compte du choix des tables dans le calcul des réserves totales. Aujourd'hui, de nombreuses institutions passent des tables périodiques aux tables générationnelles. Notons que dans certains pays, la réglementation limite le choix de la table, en exigeant notamment qu'une table au moins aussi prudente qu'une table prospective donnée soit utilisée.

Fonctions biométriques Les valeurs dans une table de mortalité traitent de l'évolution de la population entre la période x et $x + 1$ pour tout $x \in \{0, 1, 2, \dots, \omega - 1\}$. Ici x identifie l'âge d'un individu de manière générale.

Nous introduisons les notations suivantes :

- *Nombre de personnes vivantes d'âge x* : Le paramètre l_x désigne le nombre de personnes vivantes ayant l'âge x dans la population. Dans une table de mortalité, le nombre initial d'individus est donc l_0 .
- *Nombre de décès entre l'âge x et l'âge $x + 1$* : Nous notons d_x le nombre de personnes de la population qui décèdent entre l'âge x et l'âge $x + 1$. Pour déterminer d_x , il suffit d'étudier la variation du nombre de personnes vivantes aux âges x et $x + 1$. Formellement, le calcul est simple :

$$d_x = l_x - l_{x+1}.$$

- *Probabilité de décès entre l'âge x et l'âge $x + 1$* : Le paramètre q_x indique la probabilité de décéder entre l'âge x et l'âge $x + 1$ pour une personne d'âge x . Nous interprétons cette probabilité à travers le ratio entre le nombre de personnes qui décèdent entre l'âge x et l'âge $x + 1$, à savoir d_x , et le nombre de personnes vivantes d'âge x , c'est-à-dire l_x :

$$q_x = \frac{d_x}{l_x} = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x}.$$

Nous appelons ces probabilités de décès « taux de mortalité » (voir l'encadré ci-dessous). Il est usuel d'arrondir le nombre de décès d_x et le nombre de personnes vivantes l_x à chacune des étapes. Cet arrondi fait que les valeurs obtenues pour q_x ne correspondent pas exactement aux probabilités de décès originales. Cette différence est normalement négligeable. Notons que nous pouvons évaluer l_{x+1} , c'est-à-dire le nombre de personnes vivantes d'âge $x + 1$, comme suit :

$$l_{x+1} = l_x - d_x = l_x \cdot (1 - q_x).$$

- *Probabilité de survie entre l'âge x et l'âge $x + 1$* : Nous notons p_x la probabilité qu'un individu âgé de x ans survive à l'âge $x + 1$. Cette probabilité est complémentaire à la probabilité de décès q_x et nous avons :

$$p_x = 1 - q_x.$$

En substituant l'expression de la probabilité de décès q_x donnée plus haut, la probabilité de survie p_x peut s'écrire

$$p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x}.$$

La probabilité pour des personnes âgées x de survivre à l'âge $x+1$ correspond au ratio entre le nombre de personnes vivantes d'âge $x+1$ et celui d'âge x .

Application de la loi des grands nombres

D'un point de vue technique, le fonctionnement de l'assurance vie n'est rendu possible que grâce à l'application de la loi des grands nombres et du théorème central limite. En effet, la mortalité est un paramètre clé dans l'assurance vie et a évolué au fil du temps. En conséquence, l'espérance de vie humaine, c'est-à-dire le nombre d'années qu'on vit en moyenne, a doublé au cours des derniers siècles. Ce développement est néanmoins relativement lent et se fait sans sauts. D'une certaine façon, on peut affirmer que cette évolution est stable. Pour un assureur vie, la conséquence est qu'il peut prévoir assez précisément la valeur de ses engagements si son portefeuille est de grande taille.

Nous estimons la probabilité de décès q_x d'une personne entre l'âge x et l'âge $x+1$ à partir du taux brut de mortalité \hat{q}_x . Si n_x est le nombre de personnes âgées d'exactly x ans en début d'année, la loi des grands nombres (voir le théorème 3.2) nous assure que :

$$\hat{q}_x = \frac{\text{nombre de décès parmi les } n_x \text{ personnes}}{n_x} \longrightarrow q_x \quad \text{quand } n_x \rightarrow +\infty.$$

En d'autres mots, la loi des grands nombres indique que lorsque le nombre de personnes d'âge x est très grand, l'estimation du taux brut de mortalité \hat{q}_x converge vers la probabilité de décès q_x . Une autre formulation de la loi dit que la probabilité que la différence en valeur absolue entre le taux brut de mortalité \hat{q}_x et la probabilité de décès q_x soit supérieure à une très petite valeur, notée ϵ , tend vers 0 lorsque le nombre de personnes n_x est très grand. Formellement, nous avons :

$$\mathbb{P}(|\hat{q}_x - q_x| \geq \epsilon) \longrightarrow 0 \quad \text{quand } n_x \rightarrow +\infty \quad \text{pour tout } \epsilon > 0.$$

Nous en concluons que si un échantillon de personnes n_x est assez grand, l'estimation de la probabilité de décès est possible avec une bonne précision.

Passons à présent aux notations relatives à l'évolution de la population entre un âge x à un âge $x+n$. Les notations suivantes généralisent les notations vues précédemment.

- *Nombre de décès entre l'âge x et l'âge $x+n$* : Nous notons ${}_n d_x$ le nombre de personnes qui décèdent entre l'âge x et l'âge $x+n$. Ce nombre correspond

à la somme du nombre de personnes qui décèdent à chaque âge entre les âges x et $x + n$. C'est une somme qui s'étend sur n années. Nous calculons ${}_n d_x$ comme suit :

$${}_n d_x = d_x + d_{x+1} + \dots + d_{x+n-1} = \sum_{t=0}^{n-1} d_{x+t}.$$

En substituant dans l'équation ci-dessus chacun des nombres de décès d_{x+t} par la formule $d_x = l_x - l_{x+1}$ vue précédemment, nous obtenons que le nombre de décès entre les âges x et $x + n$ s'écrit :

$$\begin{aligned} {}_n d_x &= (l_x - l_{x+1}) + (l_{x+1} - l_{x+2}) + \dots + (l_{x+n-1} - l_{x+n}) \\ &= l_x - l_{x+n}. \end{aligned}$$

- *Probabilité de décès entre l'âge x et l'âge $x + n$* : Soit ${}_n q_x$ la probabilité de décès d'une personne entre l'âge x et l'âge $x + n$. Nous obtenons cette probabilité en rapportant le nombre de décès entre les âges x et $x + n$, donc ${}_n d_x$ au nombre l_x de personnes vivantes d'âge x :

$${}_n q_x = \frac{{}_n d_x}{l_x} = \frac{l_x - l_{x+n}}{l_x}.$$

- *Probabilité de survie entre l'âge x et l'âge $x + n$* : Le paramètre ${}_n p_x$ désigne la probabilité de survie d'une personne d'âge x jusqu'à l'âge $x + n$. Cette probabilité est complémentaire à la probabilité de décès ${}_n q_x$ introduite ci-dessus. Nous écrivons

$${}_n p_x = 1 - {}_n q_x = \frac{l_{x+n}}{l_x}.$$

Il est possible de démontrer cette relation d'une manière différente. Si le fait de survivre en x , appelé L_x , est indépendant d'une année à une autre, alors nous pouvons utiliser les propriétés des variables aléatoires indépendantes. Ainsi la probabilité de survie d'une personne d'âge x jusqu'à l'âge $x + n$, à savoir ${}_n p_x$, s'écrit :

$${}_n p_x = \mathbb{P} \left(\bigcap_{t=0}^{n-1} L_{x+t} \right) = \prod_{t=0}^{n-1} \mathbb{P}(L_{x+t}).$$

Or $\mathbb{P}(L_{x+t})$ n'est rien d'autre que p_{x+t} , ce qui nous amène à la relation suivante en utilisant la définition de p_{x+t} :

$${}_n p_x = \prod_{t=0}^{n-1} p_{x+t} = \prod_{t=0}^{n-1} \frac{l_{x+t+1}}{l_{x+t}} = \frac{l_{x+1}}{l_x} \cdot \frac{l_{x+2}}{l_{x+1}} \cdot \dots \cdot \frac{l_{x+n}}{l_{x+n-1}} = \frac{l_{x+n}}{l_x}.$$

Les fonctions d , q et l sont appelées des fonctions biométriques. Conceptuellement, il s'agit de fonctions continues. Toutefois, nous n'avons de bonnes estimations de ces fonctions qu'en un nombre fini de points, généralement équidistants les uns

des autres, notamment pour chaque âge entier. En effet, une table de mortalité ne contient que des valeurs pour des âges entiers. Pour obtenir des fonctions continues, une hypothèse doit être posée. Par exemple, les actuaires posent souvent l'hypothèse de *distribution uniforme des décès* pour les âges non entiers. Alors, pour des temps t inférieurs à l'année, c'est-à-dire pour $0 < t < 1$, on utilise la formule suivante :

$$l_{x+t} = (1-t) \cdot l_x + t \cdot l_{x+1} = l_x - t \cdot d_x, \quad \text{pour } 0 < t < 1.$$

En d'autres mots, sous l'hypothèse de la distribution uniforme des décès pour des âges non entiers, le nombre de personnes survivantes correspond à une interpolation linéaire entre les âges entiers qui bornent l'âge non entier étudié.

Finalement, nous terminons l'exposé des notations avec l'espérance de vie, une autre fonction biométrique.

- *Espérance de vie à l'âge x* : Nous appelons e_x l'espérance de vie à l'âge x . Exprimée en années, elle indique la durée de vie moyenne et se calcule en sommant les probabilités de survie futures. Formellement, nous exprimons l'espérance de vie e_x au travers de l'expression suivante :

$$e_x = \sum_{t=1}^{+\infty} t p_x = \frac{1}{l_x} \sum_{t=1}^{+\infty} l_{x+t}.$$

La dernière somme peut être interprétée comme la somme de toutes les années complètes futures vécues par les l_x personnes âgées de x années. En divisant cette somme par le nombre initial de personnes l_x , nous obtenons le nombre espéré d'années futures à vivre par des personnes âgées de x ans. Si nous supposons que les personnes décèdent en moyenne au milieu de l'année, ce qui est le cas sous l'hypothèse de la distribution uniforme des décès, nous obtenons une approximation pour l'espérance de vie complète \dot{e}_x telle que :

$$\dot{e}_x = \frac{1}{l_x} \int_{t=1}^{+\infty} l_{x+t} dt \approx \frac{1}{l_x} \sum_{t=1}^{+\infty} l_{x+t} + \frac{1}{2} = e_x + \frac{1}{2}.$$

Bases techniques Si nous ajoutons une hypothèse de taux d'intérêt aux fonctions biométriques, nous obtenons ce qui est appelé des bases techniques. En effet, il s'agit de toute l'information nécessaire pour calculer les valeurs actuelles (de base) associées aux produits d'assurance et de rentes. Ainsi, avec l'hypothèse d'un taux d'intérêt effectif annuel i , on peut introduire le facteur d'escompte v permettant d'actualiser les flux économiques. Le facteur d'escompte est donné par

$$v = \frac{1}{1+i} = (1+i)^{-1}.$$

En pratique, on n'utilise pas les mêmes bases techniques pour calculer les primes pures, c'est-à-dire les primes sur lesquelles se basent les primes commerciales qui

seront payées par les assurés, et pour évaluer les réserves mathématiques, c'est-à-dire le montant dont l'assureur doit disposer pour répondre de ses obligations financières (voir la section 6.4). En effet, il faut que les primes commerciales, c'est-à-dire les primes pures auxquelles on rajoute les frais de gestion et d'acquisition, soient concurrentielles et que les réserves soient conservatrices car il en va de la solvabilité de l'assureur. Ainsi, on distingue en pratique les bases techniques du 1^{er} ordre et du 2^d ordre. Finalement, notons qu'il n'est pas nécessaire que les bases techniques commencent à l'âge zéro.

Le tableau 6.1 illustre un extrait des bases techniques comprenant un exemple de table de mortalité et de facteur d'escompte. Nous utilisons ce tableau pour illustrer les calculs de primes et de réserves dans la suite du chapitre. Nous profitons également d'ajouter les valeurs pour le facteur d'escompte v^n utiles dans les exemples. Toutefois, les tables de mortalité ne contiennent jamais cette information. Nous supposons ici pour illustration que le taux d'intérêt i est de 3%.

Temps n	Âge	Fonctions biométriques						v^n
		l_x	d_x	q_x	${}_n d_x$	${}_n q_x$	${}_n p_x$	
0	x	1000	3	0.003	0	0.000	1.000	1.000
1	$x + 1$	997	4	0.004	3	0.003	0.997	0.9709
2	$x + 2$	993	6	0.006	7	0.007	0.993	0.9426
3	$x + 3$	987	9	0.009	13	0.013	0.987	0.9151
4	$x + 4$	978	14	0.014	22	0.022	0.978	0.8885
5	$x + 5$	964	20	0.021	36	0.036	0.964	0.8626
6	$x + 6$	944	28	0.030	56	0.056	0.944	0.8375
7	$x + 7$	916	38	0.041	84	0.084	0.916	0.8131

Les valeurs du nombre de décès d_x sont choisies à titre d'illustration. Taux d'intérêt $i = 3\%$ et facteur d'escompte $v = 1/(1 + i)$.

Tableau 6.1 – Illustration d'une table de mortalité et du facteur d'escompte.

Dans ce chapitre, nous présentons les mathématiques actuarielles classiques avec les bases techniques et les éléments de tarification de l'assurance vie (voir la section 6.3). D'un point de vue de la gestion du risque ces formules de tarification qui utilisent une table de mortalité fixée et un taux d'intérêt déterministe ignorent certains risques. En effet, la mortalité et le taux d'intérêt sont soumis à des fluctuations des fois importantes, surtout si on tient compte de la longue durée des contrats. L'appréciation et la gestion des risques biométriques (longévité et mortalité) et financiers (rendements) sont au coeur du métier des assureurs vie. Les actuaires développent des modèles mathématiques spécifiques pour chaque produit d'assurance. L'analyse de la situation du bilan, la gestion du risque et le pilotage stratégique font partie intégrante de la gestion actif-passif ou « asset and liability management » en anglais.

Importance du théorème central limite pour les assurances

En abordant les paramètres liés à la tarification et en particulier la détermination des bases techniques à l'aide du portefeuille assurantiel, il est pertinent de revenir sur la question de la base de l'assurance et la place de la loi des grands nombres et du théorème central limite (voir les théorèmes 3.2 et 3.3 à la section 3.3). À la section 5.1, nous avons considéré la justification économique de l'assurance. Dans ce contexte, nous avons conclu que la justification économique de l'assurance consistait en la diversification des risques permettant à l'assureur de minimiser le capital nécessaire pour couvrir un portefeuille d'expositions au risque. Néanmoins, la loi des grands nombres est pour l'assureur un instrument qui lui permet d'évaluer les risques.

Alors, est-ce que le fait d'avoir un grand nombre d'assurés permet à l'assureur d'obtenir des compensations entre les différents risques qu'il couvre ? La réponse est plutôt non. Il s'agit plutôt d'une conséquence du théorème central limite, car il faut considérer des marges de sécurité et de profit, par exemple, pour que l'assurance fonctionne. Rappelons que le théorème central limite donne une indication sur la convergence en loi d'une suite de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées vers la loi normale. Ceci est utile dans l'assurance car, confronté à de nombreux contrats, ce théorème permet d'établir, de faciliter et même de rendre possible l'estimation globale des montants à verser.

Afin d'approfondir ce point, nous considérons l'illustration suivante. Soit l_x le nombre d'assurés d'âge x couverts par une assurance vie temporaire d'un an de capital assuré C et soit q_x la probabilité de décès, comme définie précédemment (voir aussi l'illustration d'assurance vie temporaire d'un an donnée à la fin de la section 6.1).

Selon le principe d'équivalence actuarielle et comme vu plus haut, la prime pure A d'une assurance temporaire d'une année et de capital assuré C est

$$A = C \cdot v \cdot q_x.$$

Pour simplifier, nous supposons ici que le taux d'intérêt i est nul. Par conséquent, $A = C \cdot q_x$.

Notons P la prime commerciale qui contient une marge $\theta > 0$ proportionnelle à la prime pure A . La prime P est alors exprimée comme :

$$P = (1 + \theta) \cdot A.$$

Avec l'expression de A , nous avons :

$$P = (1 + \theta) \cdot C \cdot q_x.$$

Si le nombre de décès parmi les l_x personnes durant l'année est d_x , alors le montant total des indemnités est égal à $S = d_x \cdot C$. Intuitivement, la variable aléatoire qui décrit le nombre de décès d_x suit une loi binomiale de paramètres (n, p) où $n = l_x$ et $p = q_x$ (voir les notations de la section 3.3). Sous cette hypothèse de distribution, l'espérance mathématique $\mathbb{E}(S)$ de la variable aléatoire S est donnée par :

$$\mathbb{E}(S) = \mathbb{E}(d_x \cdot C) = C \cdot \mathbb{E}(d_x) = C \cdot l_x \cdot q_x,$$

et la variance $\text{Var}(S)$ de la variable aléatoire S est :

$$\text{Var}(S) = \text{Var}(d_x \cdot C) = C^2 \cdot \text{Var}(d_x) = C^2 \cdot l_x \cdot q_x \cdot (1 - q_x).$$

Considérons à présent la fortune $w > 0$ de l'assureur possédant un tel portefeuille. L'assureur se ruine à la fin de l'année si le total des sinistres S dépasse sa fortune w augmentée des primes encaissées ($l_x \cdot P$). Ainsi la probabilité de ruine à la fin de l'année est donnée par

$$\mathbb{P}(S > w + l_x \cdot P) = \mathbb{P}(S > w + l_x \cdot (1 + \theta) \cdot C \cdot q_x).$$

Nous transformons maintenant cette expression de sorte à utiliser le théorème central limite pour obtenir des informations sur cette probabilité de ruine si le portefeuille est très grand. Pour ce faire, nous centrons et réduisons d'abord la variable aléatoire. Concrètement, pour centrer, nous soustrayons l'espérance mathématique $\mathbb{E}(S)$ des deux côtés de l'inégalité, et pour réduire, nous divisons les deux côtés par l'écart-type de S , c'est-à-dire par $\sqrt{\text{Var}(S)}$. L'expression pour la probabilité de ruine de l'assureur devient :

$$\mathbb{P}\left(\frac{S - \mathbb{E}(S)}{\sqrt{\text{Var}(S)}} > \frac{w + l_x \cdot (1 + \theta) \cdot C \cdot q_x - l_x \cdot C \cdot q_x}{C \cdot \sqrt{l_x \cdot q_x \cdot (1 - q_x)}}\right),$$

et après simplifications, nous obtenons :

$$\mathbb{P}\left(\frac{S - \mathbb{E}(S)}{\sqrt{\text{Var}(S)}} > \frac{w + l_x \cdot \theta \cdot C \cdot q_x}{C \cdot \sqrt{l_x \cdot q_x \cdot (1 - q_x)}}\right).$$

Finalement, nous introduisons la variable aléatoire $Z = \frac{S - \mathbb{E}(S)}{\sqrt{\text{Var}(S)}}$ et nous notons $z = \frac{w + l_x \cdot \theta \cdot C \cdot q_x}{C \cdot \sqrt{l_x \cdot q_x \cdot (1 - q_x)}}$. Dans ce contexte, l'application du théorème central limite nous indique que si la taille l_x du portefeuille tend vers l'infini, alors la distribution de Z tend vers la distribution normale standard. Si $\Phi(x)$ désigne la loi normale standard, nous avons :

$$\lim_{l_x \rightarrow +\infty} \mathbb{P}(Z \leq z) = \Phi(z) \iff \lim_{l_x \rightarrow +\infty} \mathbb{P}(Z > z) = 1 - \Phi(z).$$

Or, quand $l_x \rightarrow +\infty$, $z \rightarrow +\infty$ et $\Phi(z) \rightarrow 1$. Ainsi, nous avons :

$$\lim_{l_x \rightarrow +\infty} \mathbb{P}(Z > z) = 0,$$

et nous en concluons que la probabilité de ruine de l'assureur tend vers 0 quand l_x devient très grand. C'est donc le théorème central limite qui explique que la mutualisation ou le « pooling » du risque permet à l'assureur d'avoir une faible probabilité de ruine et des résultats prévisibles.

Nous terminons la discussion avec quelques remarques :

- À travers les expressions qui précèdent, nous remarquons que si la fortune de l'assureur est nulle, $w = 0$, alors la probabilité de ruine devient :

$$1 - \Phi \left(\theta \cdot \sqrt{\frac{l_x \cdot q_x}{1 - q_x}} \right).$$

Nous trouvons qu'avec $\theta > 0$ la probabilité de ruine tend toujours vers zéro lorsque le nombre de personnes assurées l_x tend vers l'infini. Néanmoins, cette conclusion n'est correcte que dans le cadre restreint de notre modèle.

- Nous constatons que si l'assureur n'inclut pas de marge dans ses primes, donc si $\theta = 0$, alors $l_x \rightarrow +\infty$ implique $z \rightarrow 0$, c'est-à-dire $1 - \Phi(z) \rightarrow 1/2$, et la probabilité de ruine est de 50% pour un portefeuille de grande taille.
- Un assureur ne peut pas avoir un portefeuille de taille infinie. Ainsi, le théorème central limite fournit une approximation pour la probabilité de ruine quand la taille est finie mais grande. Dans les conditions décrites ci-dessus, il existe une certaine taille de portefeuille avec un nombre d'assurés l_x qui rend la probabilité de ruine de l'assureur très faible.
- Une conséquence supplémentaire du théorème central limite est que la forme de la loi de probabilité du montant total des sinistres S devient de plus en plus symétrique à mesure que la taille du portefeuille grandit. Cette loi de probabilité est de mieux en mieux approximée par une loi normale à mesure que le nombre d'assurés l_x s'accroît.
- La loi des grands nombres et le théorème central limite s'appliquent dans des conditions similaires, c'est-à-dire quand le nombre de variables aléatoires indépendantes que l'on additionne devient très grand. Notons que les deux théorèmes s'appliquent à des variables aléatoires indépendantes, ce qui n'est pas toujours vérifié en pratique.

6.3 Éléments de tarification de l'assurance vie

Vocabulaire et notations actuarielles Dans ce qui suit, nous introduisons quelques principes de notations actuarielles pour le flux des paiements, que ce soient des primes ou des prestations, dans un contrat d'assurance. La notation actuarielle tient compte de la périodicité des paiements, du terme du paiement, du

fait que les paiements sont différés et de la durée contractuelle pour une assurance temporaire :

- *Âge de l'assuré* : Les primes et les prestations dans l'assurance vie dépendent de la mortalité et de la survie de l'assuré. Comme ces paramètres dépendent de l'âge de l'assuré, l'âge au moment de la souscription du contrat joue un rôle important. Cet âge, typiquement noté x , est indiqué en indice de la variable qui désigne la valeur des paiements.
- *Paiement unique ou série de paiements* : Nous faisons la distinction entre un paiement unique, par exemple une prime unique ou un capital, et une série de paiements, par exemple des primes périodiques ou des rentes. En principe, la valeur actuelle d'un paiement unique est représentée par une lettre majuscule, typiquement « A ». La valeur actuelle d'une série de paiements est quant à elle notée avec une lettre minuscule, normalement « a » désignant une annuité.
- *Terme des paiements* : Les notations actuarielles intègrent également le terme du ou des paiements. Les paiements peuvent avoir lieu en début de période, auquel cas nous parlons de terme « à échoir » ou « praenumerando ». Nous le notons avec deux points « ¨ » placés au-dessus de la notation du paiement. Ainsi, par exemple, la valeur actuelle d'une série de paiements à échoir est identifiée à l'aide de deux points qui apparaissent sur l'annuité notée \ddot{a} . Si les paiements sont effectués en fin de période, il s'agit de versements à terme « échu » ou « postnumerando ». La valeur actuelle d'une série de paiements est alors simplement notée a . En pratique, les paiements de primes sont typiquement à échoir, donc payables en début de période, tandis que les prestations sont payées à terme échu, en fin de période. En anglais, les paiements à échoir sont appelés « due » (par exemple « annuity due »), tandis que les paiements à terme échu s'appellent « immediate » (par exemple « annuity immediate »).
- *Paiements différés* : Le ou les paiements peuvent commencer dès la mise en vigueur de la police ou seulement être dus après quelques années. Si le premier paiement est dû à un autre moment qu'à la première période (en début ou à la fin), on parle d'un paiement différé. Ce laps de temps est indiqué par le nombre de périodes en indice et placé avant la notation du paiement. Ainsi, la notation ${}_s|a$ indique une annuité à terme échu différée de s périodes.
- *Assurance viagère ou temporaire* : Une assurance viagère implique une relation contractuelle jusqu'au décès de l'assuré qui a lieu avant l'âge ω . Si les paiements sont dus sur un nombre fini de périodes, comme il en est le cas dans des contrats d'assurances temporaires, la durée est indiquée en indice après l'âge. Ainsi, la notation $a_{x:\overline{n}|}$ indique des paiements sur n années pour un assuré âgé de x ans à la conclusion du contrat.

En résumé, la notation ${}_s|\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$, pour un assuré d'âge x au début du contrat, indique une série de paiements périodiques à échoir (« ¨ »), donc effectués en début de période, pendant n périodes en tenant compte d'un différé de s périodes.

De ce qui précède, nous retenons les définitions suivantes qui s'appliquent aussi bien au paiement des primes par les assurés qu'au paiement des prestations par les assureurs :

Définition 6.2 (*Paiement à échoir et paiement à terme échu*)

Un paiement **à échoir** ou « *praenumerando* » est un paiement qui s'effectue en avance, typiquement au début de la période considérée.

En contrepartie, un paiement **à terme échu** ou « *postnumerando* » est un paiement qui s'effectue ultérieurement, typiquement à la fin d'une période.

Définition 6.3 (*Paiement non différé et paiement différé*)

Un paiement **non différé** ou **immédiat** est un paiement qui s'effectue dès la première période considérée.

En contrepartie, un paiement **différé** est un paiement qui s'effectue après un délai de quelques périodes.

Il est souvent commode de dessiner une ligne du temps pour représenter les différents paiements. La figure 6.1 donne un exemple pour une série de paiements de montant constant P à échoir sur n périodes. Dans ces illustrations graphiques, nous indiquons le montant de prime P à la valeur de la date du versement, qui ne correspond pas forcément à P unités monétaires étant donné le facteur d'escompte et les probabilités de survie. La valeur actuelle tient compte d'un facteur d'escompte pour chaque paiement ainsi que de la probabilité de survie de l'assuré à la date du paiement.

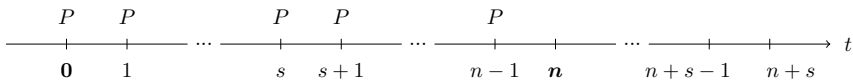


FIGURE 6.1 – Ligne du temps pour des paiements de montant P à échoir sur n années.

Primes d'assurance vie sur plusieurs années La durée de la couverture d'assurance vie s'étend dans la majorité des cas au-delà d'une année. À titre d'exemple, prenons le cas où il est possible d'acheter une police d'assurance vie temporaire d'une durée d'un an avec un capital décès C et avec garantie de renouvellement annuel, c'est-à-dire qu'on peut décider chaque année si on continue le contrat ou non. Nous inspirant de l'illustration faite à la section 6.1, le prix de base ou la prime pure varie selon l'âge x et répond à l'équation suivante :

$$\text{prime à l'âge } x \text{ pour une année} = C \cdot v \cdot q_x.$$

Dans cette équation, C représente le capital assuré et correspond au montant versé si la condition suspensive du contrat se manifeste, v représente le facteur d'escompte et q_x indique la probabilité de décès entre l'âge x et $x + 1$ pour une personne d'âge x . Rappelons que l'appellation « pure » pour définir une prime indique qu'elle est égale à l'espérance des paiements futurs et n'inclut pas d'autres éléments tels que la marge de l'assureur et les frais.

Une telle approche annuelle amène divers problèmes. Tout d'abord, la prime varie toutes les années. Ceci amène des difficultés en termes de prévision et d'estimation des coûts pour le preneur d'assurance. Surtout, la prime est très élevée aux âges élevés car les probabilités de décès en fin de vie sont plus élevées. Les primes deviennent alors impraticables et il est impossible d'obtenir une couverture d'assurance vie pour toute la durée de la vie. De plus, chaque année, il faut ajouter diverses marges pour les frais et profits ainsi que les taxes à payer.

La solution est alors d'utiliser des primes nivelées, constantes dans le temps, basées sur des primes uniques. Ainsi, une prime en assurance vie est définie comme la somme que l'assuré doit verser au total à l'assureur pour pouvoir bénéficier de la couverture. Nous distinguons les primes dites « primes uniques » où le preneur d'assurance ne paie qu'une prime, généralement au début du contrat, et les primes dites « primes nivelées » qui représentent des primes payables à des intervalles réguliers tout au long du contrat.

- *Contrats à prime unique* : Dans le cas d'une prime unique, l'assuré d'âge x verse à l'assureur un montant unique, la prime pure notée A , en début de contrat. Conceptuellement, la valeur actuelle des primes s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \sum_t P_t \cdot v^t \cdot \mathbb{P}(\text{paiement en } t) &= A \cdot v^0 \cdot \mathbb{P}(\text{paiement en } t = 0) \\ &= A. \end{aligned}$$

Dans l'expression ci-dessus, il n'y a plus de somme car un seul paiement est effectué. Ce paiement est dû au début de la première année du contrat, c'est-à-dire en $t = 0$. Ainsi, le facteur d'escompte est égal à $v^0 = 1$. Pour qu'il y ait un paiement, il faut que l'assuré soit vivant au moment de l'effectuer. La probabilité de paiement en t est donc semblable à la probabilité de survie jusqu'en t pour un assuré d'âge x , soit ${}_t p_x$. Dans notre cas, cette probabilité est ${}_0 p_x = 1$: au moment de la conclusion du contrat en $t = 0$, l'assuré est forcément considéré en vie. Nous arrivons donc bien à la prime unique A , un montant déterministe. La ligne du temps de la figure 6.2 illustre le paiement du preneur d'assurance.

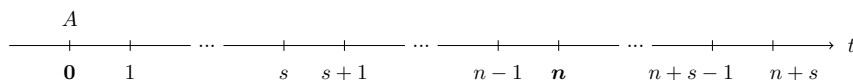


FIGURE 6.2 – Ligne du temps pour un contrat à prime unique A payée en début de contrat.

- *Contrats à primes nivelées* : Comme les contrats d'assurance s'étendent souvent sur une longue période de temps, la prime unique constitue une somme plutôt importante. Dans ces cas, il est souvent décidé de s'orienter vers un paiement de primes périodiques constantes dans le temps qui sont appelées des primes nivelées. Si nous supposons que le montant des primes P est constant, la valeur actuelle des primes s'écrit :

$$\begin{aligned} \sum_t P_t \cdot v^t \cdot \mathbb{P}(\text{paiement en } t) &= \sum_t P \cdot v^t \cdot \mathbb{P}(\text{paiement en } t) \\ &= P \cdot \sum_t v^t \cdot {}_t p_x. \end{aligned}$$

La dernière égalité est obtenue en considérant, comme pour la prime unique, que la probabilité de paiement en t est égale à la probabilité de survie de l'assuré jusqu'en t , c'est-à-dire ${}_t p_x$. Ceci souligne le fait que, contrairement à une prime unique entièrement payée en début de contrat, les primes nivelées ne sont payées que si l'assuré reste en vie.

Dans la suite, nous étudions les caractéristiques des primes qui influencent le calcul de valeur actuelle. Nous nous concentrons sur l'expression $\sum_t v^t \cdot {}_t p_x$ qui correspond à la valeur actuelle d'un montant de paiement d'une *unité monétaire*.

Finalement, nous retenons les définitions suivantes :

Définition 6.4 (*Prime unique et primes nivelées*)

Une prime **unique** est un montant payé en une fois, typiquement en début de contrat.

En contrepartie, des primes **nivelées** sont des montants constants ou identiques payés périodiquement le long du contrat.

Caractéristiques des primes d'assurance vie Diverses caractéristiques influencent la valeur actuelle des primes. Parmi ces paramètres, nous nous intéressons au terme des paiements – à échoir ou échu – qui définit si les primes sont payables en début respectivement en fin de période. Un autre paramètre est le fait d'avoir des primes différées ou non, indiquant si elles sont payables dès le début du contrat ou seulement après un certain laps de temps.

Sachant qu'une prime unique est essentiellement définie par l'actualisation des prestations, nous nous intéressons dans cette partie aux primes nivelées. Les primes nivelées sont payées à des intervalles récurrents ce qui amène à l'utilisation du concept d'annuité en actuariat. En d'autres termes, nous cherchons la valeur actuelle des primes en tenant compte de la mortalité et de l'escompte financier de montants payés à intervalles réguliers.

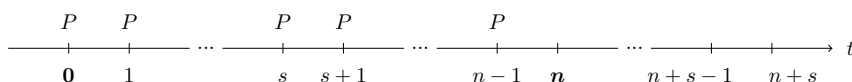
En pratique, le terme annuité s'applique exclusivement aux prestations, à savoir le paiement d'un capital à intervalles réguliers, tel que, par exemple, une rente. Cependant, les primes nivelées correspondent exactement à la définition de « paiements à intervalles réguliers » et c'est pour cette raison que nous introduisons les annuités actuarielles pour les appliquer au calcul de primes. Les mêmes notations servent donc pour les primes nivelées et les prestations d'assurances de rentes (voir plus loin et le tableau 6.2). À des fins de simplification, nous supposons que les périodes considérées sont des années entières. Une fois que la théorie des annuités est maîtrisée, il est facile de modifier la période, par exemple en mois, si nécessaire.

Nous considérons les situations de primes suivantes :

- *Primes annuelles à échoir (« praenumerando ») et non différées* : Lorsqu'on parle de primes annuelles à échoir et non différées, on veut dire que les primes sont payables en début d'année (« à échoir ») et dès la première année du contrat (« non différé »). La valeur actuelle de ces primes revient à calculer celle d'une annuité à échoir et non différée. Cette valeur est notée $\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$ dans le cas d'un contrat avec des primes nivelées payées sur n années, payables en début d'année pour une personne d'âge x en début de contrat. L'expression mathématique de ce terme est :

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t \cdot {}_t p_x = \frac{1}{l_x} \sum_{t=0}^{n-1} v^t \cdot l_{x+t}.$$

Dans la ligne du temps de la figure 6.3, nous illustrons le flux de primes nivelées de montant P induit par les caractéristiques « à échoir » et « non différées ». Les n paiements ont lieu entre les temps 0 et $n - 1$. Le paiement effectif de la valeur P aux temps indiqués est sujet à la condition de survie de l'assuré. Pour connaître la prime P nivelée, il faut déterminer également la valeur actuelle des prestations attendues (voir plus loin).



Les paiements de la prime P dépendent de la survie de l'assuré (probabilité ${}_t p_x$ au temps t).

FIGURE 6.3 – Ligne du temps pour des primes nivelées de montant P à échoir et non différées sur n années.

Primes annuelles à échoir et non différées

En guise d'application numérique, nous proposons de calculer la valeur actuelle de primes nivelées sur 5 ans, payables en début d'année pour

une personne âgée de x ans en début de contrat. En utilisant les bases techniques du tableau 6.1, nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned}\ddot{a}_{x:\overline{5}|} &= \sum_{t=0}^4 v^t \cdot {}_t p_x \\ &= v^0 \cdot {}_0 p_x + v^1 \cdot {}_1 p_x + v^2 \cdot {}_2 p_x + v^3 \cdot {}_3 p_x + v^4 \cdot {}_4 p_x \\ &= 1 \cdot 1 + 0.9709 \cdot 0.997 + 0.9426 \cdot 0.993 \\ &\quad + 0.9151 \cdot 0.987 + 0.8885 \cdot 0.978 \\ &= 4.676\end{aligned}$$

Ainsi, la valeur actuelle des primes est $\ddot{a}_{x:\overline{5}|} = 4.676$.

- *Primes annuelles à terme échu (« postnumerando ») et non différées* : Dans le cas de primes échues et non différées, les primes sont payées en fin de période (« à terme échu ») et dès la première période du contrat (« non différé »). La valeur actuelle d'une telle prime nivelée est notée $a_{x:\overline{n}|}$ et représente un contrat avec des primes payées sur n années, payables en fin d'année pour une personne d'âge x en début de contrat. Formellement, nous avons l'expression suivante :

$$a_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=1}^n v^t \cdot {}_t p_x = \frac{1}{l_x} \sum_{t=1}^n v^t \cdot l_{x+t}.$$

Nous pouvons mettre en relation la valeur actuelle de ce contrat avec des primes à terme échu $a_{x:\overline{n}|}$ avec la valeur actuelle d'un contrat avec des primes à échoir (et non différées) $\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$:

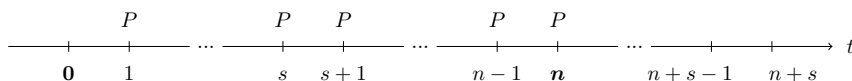
$$a_{x:\overline{n}|} = \ddot{a}_{x:\overline{n}|} - 1 + v^n \cdot {}_n p_x.$$

En effet, le terme « -1 » est lié au terme $v^0 \cdot {}_0 p_x$ inclus dans $\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$ et le terme « $v^n \cdot {}_n p_x$ », inclus dans $a_{x:\overline{n}|}$, ne l'est pas dans $\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$. Ceci donne une idée des liens qui existent entre les différentes notations actuarielles et souligne l'importance de comprendre les formules plutôt que de simplement les mémoriser.

Une personne ayant compris le sens des formules et le fonctionnement de l'actualisation ne nécessite pas d'effort de mémorisation car les expressions sont intuitives. C'est pour cette raison que nous insistons sur l'illustration graphique sur des lignes du temps. Nous illustrons dans la figure 6.4 le flux des primes nivelées de montant P à terme échu et non différées.

Primes annuelles à terme échu et non différées

Nous apportons ici un exemple numérique en calculant la valeur actuelle de primes nivelées sur 5 ans, payables en fin d'année pour une personne



Les paiements de la prime P dépendent de la survie de l'assuré (probabilité ${}_t p_x$ au temps t).

FIGURE 6.4 – Ligne du temps pour des primes nivelées de montant P à terme échu et non différées sur n années.

d'âge x années au début du contrat. La valeur $a_{x:\overline{5}|}$ avec les paramètres du tableau 6.1 se calcule comme suit :

$$\begin{aligned} a_{x:\overline{5}|} &= \sum_{t=1}^5 v^t \cdot {}_t p_x \\ &= v^1 \cdot {}_1 p_x + v^2 \cdot {}_2 p_x + v^3 \cdot {}_3 p_x + v^4 \cdot {}_4 p_x + v^5 \cdot {}_5 p_x \\ &= 0.9709 \cdot 0.997 + 0.9426 \cdot 0.993 + 0.9151 \cdot 0.987 \\ &\quad + 0.8885 \cdot 0.978 + 0.8626 \cdot 0.964 \\ &= 4.508 \end{aligned}$$

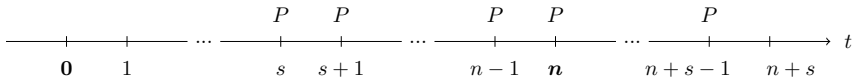
Nous obtenons pour la valeur de cette annuité $a_{x:\overline{5}|} = 4.508$. En comparant ce résultat avec la valeur actuelle d'une annuité à échoir et non différée $\ddot{a}_{x:\overline{5}|} = 4.676$ (voir plus haut), nous constatons que l'annuité à terme échu a une valeur inférieure, c'est-à-dire $a_{x:\overline{5}|} < \ddot{a}_{x:\overline{5}|}$. La différence est expliquée par le facteur d'escompte financier v supplémentaire et la mortalité différente entre un paiement en $t = 0$ pour $\ddot{a}_{x:\overline{5}|}$ et en $t = 5$ pour $a_{x:\overline{5}|}$.

- *Primes annuelles à échoir (« praenumerando ») et différées* : Des primes à échoir et différées dans des contrats d'assurance vie sont payables en début d'année (« à échoir ») après une certaine période (« différé ») et non immédiatement à la souscription du contrat. La valeur actuelle de primes nivelées à échoir et différées s'écrit en notation actuarielle ${}_s \ddot{a}_{x:\overline{n}|}$ pour un contrat avec n primes nivelées payables en début d'année à partir de l'année s pour une personne d'âge x à la souscription du contrat d'assurance. Formellement, nous avons :

$${}_s \ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=s}^{n+s-1} v^t \cdot {}_t p_x = \frac{1}{l_x} \sum_{t=s}^{n+s-1} v^t \cdot l_{x+t}.$$

Nous illustrons dans la figure 6.5 le flux de primes nivelées de montant P à échoir et différées de s périodes.

6.3. Éléments de tarification de l'assurance vie



Les paiements de la prime P dépendent de la survie de l'assuré (probabilité ${}_t p_x$ au temps t).

FIGURE 6.5 – Ligne du temps pour des primes nivelées de montant P à échoir et différées de s sur n années.

Primes annuelles à échoir et différées

Calculons la valeur actuelle de primes nivelées sur 5 ans, payables en début d'année et différées de 2 ans pour une personne d'âge x en début de contrat. En prenant comme valeurs des paramètres celles proposées dans le tableau 6.1, nous obtenons le résultat suivant :

$$\begin{aligned}
 {}_2|\ddot{a}_{x:\overline{5}|} &= \sum_{t=2}^6 v^t \cdot {}_t p_x \\
 &= v^2 \cdot {}_2 p_x + v^3 \cdot {}_3 p_x + v^4 \cdot {}_4 p_x + v^5 \cdot {}_5 p_x + v^6 \cdot {}_6 p_x \\
 &= 0.9426 \cdot 0.993 + 0.9151 \cdot 0.987 + 0.8885 \cdot 0.978 \\
 &\quad + 0.8626 \cdot 0.964 + 0.8375 \cdot 0.944 \\
 &= 4.330
 \end{aligned}$$

Ainsi, la valeur actuelle recherchée ${}_2|\ddot{a}_{x:\overline{5}|}$ est de 4.330. Si nous comparons cette valeur avec la valeur obtenue pour le même individu lorsque la prime était à échoir mais non différée, à savoir $\ddot{a}_{x:\overline{5}|} = 4.676$, nous remarquons que le fait de différer les paiements réduit la valeur actuelle espérée. Formellement, nous avons ${}_2|\ddot{a}_{x:\overline{5}|} < \ddot{a}_{x:\overline{5}|}$). Même sans discuter de la mortalité, respectivement de la survie, qui s'observe pendant les deux années différées, ce résultat est attendu puisque la période de paiement pour la prime différée se trouve décalée vers le futur avec un facteur d'escompte plus important à appliquer.

- *Primes annuelles à terme échu (« postnumerando ») et différées* : Des primes annuelles à terme échu et différées sont payables en fin d'année (« à terme échu ») mais seulement après qu'un certain laps de temps se soit écoulé (« différé »). La valeur actuelle de cette suite de paiements est notée ${}_s|a_{x:\overline{n}|}$ et correspond à un contrat avec n primes nivelées payables en fin d'année à partir de l'année s pour une personne d'âge x à la souscription. La formulation mathématique de cette annuité est donnée dans l'expression suivante :

$${}_s|a_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=s+1}^{n+s} v^t \cdot {}_t p_x = \frac{1}{v^s} \sum_{t=s+1}^{n+s} v^t \cdot l_{x+t}$$

Nous illustrons dans la figure 6.6 le flux de primes nivelées de montant P de cette annuité.



Les paiements de la prime P dépendent de la survie de l'assuré (probabilité ${}_t p_x$ au temps t).

FIGURE 6.6 – Ligne du temps pour des primes nivelées de montant P à terme échu et différées de s sur n années.

Primes annuelles à terme échu et différées

Dans cet exemple numérique nous calculons la valeur actuelle espérée d'une annuité à terme échu, c'est-à-dire avec des primes payées en fin d'année, d'une durée de 5 ans et différées de 2 ans pour une personne d'âge x à la souscription du contrat. Utilisant les valeurs du tableau 6.1, l'annuité notée ${}_2|a_{x:\overline{5}|}$ est :

$$\begin{aligned} {}_2|a_{x:\overline{5}|} &= \sum_{t=3}^7 v^t \cdot {}_t p_x \\ &= v^3 \cdot {}_3 p_x + v^4 \cdot {}_4 p_x + v^5 \cdot {}_5 p_x + v^6 \cdot {}_6 p_x + v^7 \cdot {}_7 p_x \\ &= 0.9151 \cdot 0.987 + 0.8885 \cdot 0.978 + 0.8626 \cdot 0.964 \\ &\quad + 0.8375 \cdot 0.944 + 0.8131 \cdot 0.916 \\ &= 4.139 \end{aligned}$$

Nous avons donc ${}_2|a_{x:\overline{5}|} = 4.139$.

L'appellation utilisée pour les diverses primes offre au moins trois indications importantes. Il s'agit de la fréquence des paiements (annuelle), si les paiements s'effectuent en début ou en fin de période (à échoir ou à terme échu) et si les paiements sont à effectuer dès le début du contrat ou seulement après un certains laps de temps (primes non différées et différées). Il demeure évident que l'indication de la fréquence des paiements reflète qu'il s'agit ici de primes nivelées. Dans le cas d'une prime unique, il est en effet inutile de préciser la fréquence des paiements puisque, par définition, une prime unique n'est payée qu'une seule fois. Bien que ce ne soit pas l'usage en pratique, rien n'empêche qu'un contrat prévoie une prime unique payée en début ou en fin d'année ou avec une période différée.

Caractéristiques des prestations d'assurances de capital Les prestations d'assurance vie représentent les obligations ou promesses de paiements des assureurs envers leurs assurés lorsque un évènement assuré se produit. Dans l'assurance vie, l'élément assuré est le décès ou la survie. Dans le contexte d'un décès, on parle

typiquement d'assurance de capital lorsqu'il est prévu qu'un capital soit payé en cas de décès de la personne assurée. Dans ce cadre, on distingue principalement l'assurance vie entière et l'assurance vie temporaire. L'assurance de capital existe aussi pour des cas de survie. Une assurance mixte contient des prestations en cas de décès et en cas de survie. À côté de l'assurance de capital, il y a l'assurance de rentes qui prévoit le paiement périodique d'un montant tant que l'assuré est en vie.

Dans le cas de l'assurance de capital, nous considérons quatre types d'assurance qui se distinguent par leurs prestations : l'assurance vie entière, l'assurance temporaire, l'assurance de capital en cas de survie et l'assurance mixte. Notons qu'il existe d'autres assurances qui peuvent tomber dans la catégorie des assurances de capital. Dans les exemples suivants, sans autre indication, nous considérons que le capital est toujours payé en fin d'année (et non en début d'année) suivant le décès ou la survie.

- *Assurance vie entière* : Après la souscription d'un contrat d'assurance vie entière, cette police verse un capital au décès de l'assuré. Ainsi, après le décès, l'assureur verse un montant C déterminé dans le contrat. Formellement, la valeur actuelle des prestations correspond à l'actualisation de ce versement de capital arrivant à un moment t qui n'est pas connu à l'avance puisque défini par le décès de l'assuré. Les prestations d'un tel contrat répondent donc à une expression qui a la forme suivante :

$$C \cdot \sum_t v^{t+1} \cdot \mathbb{P}(\text{paiement en } t+1).$$

Ainsi, comme le paiement du capital est effectué à la fin de l'année, nous notons $\mathbb{P}(\text{paiement en } t+1)$ la probabilité que le capital décès soit payé en $t+1$. Cet événement nécessite que l'assuré survive jusqu'au temps t , notée formellement ${}_t p_x$, et qu'il décède entre les temps t et $t+1$, notée formellement q_{x+t} . En considérant ces deux événements comme indépendants, nous exprimons la probabilité que l'assuré survive jusqu'au temps t et décède entre les temps t et $t+1$ de la manière suivante :

$$\mathbb{P}(\text{paiement en } t+1) = {}_t p_x \cdot q_{x+t}.$$

En tenant compte de l'expression de cette probabilité, nous écrivons désormais la valeur actuelle des prestations futures de ce contrat comme

$$C \cdot \sum_t v^{t+1} \cdot {}_t p_x \cdot q_{x+t}.$$

Il existe une notation actuarielle indiquant la valeur actuelle espérée d'un capital décès de $C = 1$ versé en cas de décès (payable à la fin de l'année du décès) valable sur la durée de vie entière restante de l'assuré d'âge actuel x . Cette notation actuarielle est A_x et la valeur est déterminée par la relation

suivante :

$$\begin{aligned}
 A_x &= \sum_{t=0}^{(\omega-1)-x} v^{t+1} \cdot {}_t p_x \cdot q_{x+t} = \sum_{t=0}^{(\omega-1)-x} v^{t+1} \cdot \frac{l_{x+t}}{l_x} \cdot \frac{d_{x+t}}{l_{x+t}} \\
 &= \frac{1}{l_x} \sum_{t=0}^{(\omega-1)-x} v^{t+1} \cdot d_{x+t} \\
 &= \frac{1}{l_x} (v \cdot d_x + v^2 \cdot d_{x+1} + v^3 \cdot d_{x+2} + \dots + v^{\omega-x} \cdot d_{\omega-1}),
 \end{aligned}$$

où, pour rappel, $\omega - 1$ représente le dernier âge disponible dans la table de mortalité (ω désignant l'âge auquel personne ne parvient). La dernière ligne de l'expression ci-dessus peut être interprétée comme la somme de la valeur actuelle des décès à tous les âges depuis l'âge x rapportée à la population initiale d'âge x . En effet, à chaque décès est associé le paiement du capital $C = 1$.

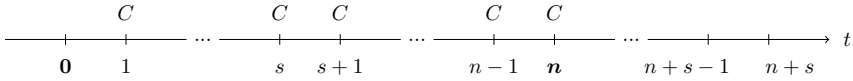
- *Assurance vie temporaire* : L'assurance vie temporaire suit la même logique que l'assurance vie entière. En effet, la prestation de cette assurance correspond aussi à un capital décès payé en cas de décès de l'assuré. Cependant, au contraire de l'assurance vie entière, le contrat ne couvre qu'une période prédéfinie de n années, au lieu de porter sur toute la durée de vie résiduelle de l'assuré après la souscription du contrat. La valeur actuelle d'une assurance vie temporaire est inférieure à celle d'une assurance vie entière. La valeur actuelle d'un capital de $C = 1$ d'une assurance vie temporaire de n années souscrite par un assuré d'âge x est égale à

$$\begin{aligned}
 A_{x:\overline{n}|}^1 &= \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} \cdot {}_t p_x \cdot q_{x+t} = \frac{1}{l_x} \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} \cdot d_{x+t} \\
 &= \frac{1}{l_x} (v \cdot d_x + v^2 \cdot d_{x+1} + v^3 \cdot d_{x+2} + \dots + v^n \cdot d_{x+n-1}).
 \end{aligned}$$

Nous observons que dans le cas d'une assurance vie temporaire, contrairement au cas viager, nous ajoutons l'exposant « 1 » dans la notation. Nous illustrons le flux lié à la prestation de capital décès engendré par une assurance vie temporaire dans la figure 6.7. Notons que le versement C effectif à une des dates sur la ligne du temps est sujet au facteur d'escompte et au décès de l'assuré dans la période qui précède. Pour la gestion de la trésorerie, un assureur doit se rendre compte que le capital C peut être dû à n'importe quel temps entre $t = 1$ et $t = n$ si l'assuré venait à décéder dans cet intervalle.

Notons finalement que nous pouvons retrouver les formules de l'assurance vie entière vues ci-avant en choisissant $n = \omega - x$ ou encore en faisant tendre n vers l'infini, les fonctions biométriques, par définition, étant nulles à partir de l'âge ω .

6.3. Éléments de tarification de l'assurance vie



La prestation de capital C dépend du décès de l'assuré (probabilité ${}_{t-1}p_x \cdot q_{x+t-1} = d_{x+t-1}/l_x$ au temps t).

FIGURE 6.7 – Ligne du temps pour la prestation de capital de montant C d'une assurance vie temporaire sur n années.

Prestations d'une assurance vie temporaire

Nous illustrons les prestations d'un tel contrat par l'exemple numérique suivant. Utilisant les paramètres du tableau 6.1, nous calculons la valeur actuelle d'un capital décès de $C = 1$ d'une assurance vie temporaire de $n = 5$ années pour un assuré d'âge x à la souscription du contrat d'assurance comme suit :

$$\begin{aligned}
 A_{x:\overline{5}|}^1 &= \sum_{t=0}^4 v^{t+1} \cdot {}_t p_x \cdot q_{x+t} \\
 &= v \cdot {}_0 p_x \cdot q_x + v^2 \cdot {}_1 p_x \cdot q_{x+1} + v^3 \cdot {}_2 p_x \cdot q_{x+2} \\
 &\quad + v^4 \cdot {}_3 p_x \cdot q_{x+3} + v^5 \cdot {}_4 p_x \cdot q_{x+4} \\
 &= 0.9709 \cdot 1 \cdot 0.003 + 0.9426 \cdot 0.997 \cdot 0.004 + 0.9151 \cdot 0.993 \cdot 0.006 \\
 &\quad + 0.8885 \cdot 0.987 \cdot 0.009 + 0.8626 \cdot 0.978 \cdot 0.014 \\
 &= 0.032
 \end{aligned}$$

La valeur actuelle des prestations pour un capital décès de $C = 1$ est $A_{x:\overline{5}|}^1 = 0.032$ pour cet assuré. L'expression alternative suivante donne évidemment le même résultat :

$$\begin{aligned}
 A_{x:\overline{5}|}^1 &= \frac{1}{l_x} \sum_{t=0}^4 v^{t+1} \cdot d_{x+t} \\
 &= \frac{1}{l_x} (v \cdot d_x + v^2 \cdot d_{x+1} + v^3 \cdot d_{x+2} + v^4 \cdot d_{x+3} + v^5 \cdot d_{x+4}) \\
 &= (0.9709 \cdot 3 + 0.9426 \cdot 4 + 0.9151 \cdot 6 + 0.8885 \cdot 9 \\
 &\quad + 0.8626 \cdot 14) / 1\,000 \\
 &= 0.032
 \end{aligned}$$

Pour un capital décès de $C = 100\,000$ par exemple, il suffit de multiplier par la valeur actuelle obtenue pour obtenir la valeur actuelle des prestations, c'est-à-dire,

$$C \cdot A_{x:\overline{5}|}^1 = 100\,000 \cdot 0.032 = 3\,200.$$

- *Assurance de capital en cas de survie* : L'assurance de capital en cas de survie est une assurance qui, contrairement aux assurances vie entière et temporaire paie un capital en cas de survie de l'assuré après une période de temps déterminée à la souscription du contrat. Plus précisément, si l'assuré d'âge x est toujours en vie après une période de n années, l'assureur s'engage à lui payer un capital C . La probabilité de ce paiement est donc la probabilité que l'assuré âgé x aujourd'hui survive jusqu'au temps n , c'est-à-dire ${}_n p_x$. Nous pouvons exprimer la valeur actuelle comme suit :

$$C \cdot v^n \cdot {}_n p_x.$$

La notation actuarielle de la valeur actuelle d'une assurance de capital en cas de survie pour un montant de $C = 1$ versé en cas de survie après n années d'un assuré d'âge x est la suivante :

$${}_n E_x = v^n \cdot {}_n p_x = v^n \cdot \frac{l_{x+n}}{l_x}.$$

Cette expression est appelée *facteur d'escompte viager*. Il s'agit du montant qu'il faut aujourd'hui pour payer dans n années 1 unité monétaire à chacun des l_{x+n} survivants d'un groupe de personnes dont le nombre était initialement l_x . Ce facteur est le produit de deux facteurs : le premier tient compte de l'escompte dû aux intérêts (v^n), l'autre tient compte de l'escompte dû à la survie (l_{x+n}/l_x).

Nous illustrons le flux lié à la prestation en cas de survie dans la figure 6.8.

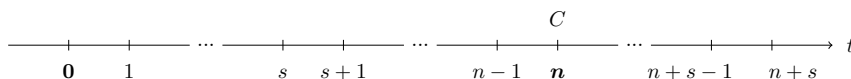


FIGURE 6.8 – Ligne du temps pour la prestation de capital de montant C d'une assurance de capital en cas de survie sur n années.

Prestations d'une assurance de capital en cas de survie

En se basant sur les bases techniques proposées dans le tableau 6.1, nous évaluons la valeur actuelle d'une assurance de capital en cas de survie de $C = 1$ d'une durée de $n = 5$ ans pour un assuré d'âge x avec la formule suivante :

$${}_5 E_x = v^5 \cdot {}_5 p_x = 0.8626 \cdot 0.964 = 0.832.$$

Nous trouvons donc que la valeur actuelle de cette assurance de capital en cas de survie est égale à ${}_5 E_x = 0.832$.

- *Assurance mixte* : L'assurance mixte peut être décrite comme la combinaison d'une assurance vie temporaire et d'une assurance capital en cas de survie. En effet, ce type d'assurance paie un capital décès si l'assuré décède durant

6.3. Éléments de tarification de l'assurance vie

la période définie par le contrat et verse un montant si l'assuré est en vie à la fin de la période. Pour une assurance mixte sur n années, de capital décès $C = 1$ et de capital survie $S = 1$, la valeur actuelle des prestations est déterminée par l'expression suivante :

$$\begin{aligned} A_{x:\overline{n}|} &= A_{x:\overline{n}|}^1 + {}_nE_x = \frac{1}{l_x} \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} \cdot d_{x+t} + v^n \cdot \frac{l_{x+n}}{l_x} \\ &= \frac{1}{l_x} (v \cdot d_x + v^2 \cdot d_{x+1} + v^3 \cdot d_{x+2} + \dots + v^n \cdot d_{x+n-1} + v^n \cdot l_{x+n}). \end{aligned}$$

Nous constatons que la valeur actuelle de l'assurance mixte $A_{x:\overline{n}|}$ est égale à la somme des valeurs actuelles d'une assurance vie temporaire $A_{x:\overline{n}|}^1$ et d'une assurance capital en cas de survie ${}_nE_x$.

Notons que si les valeurs de C et de S ne sont pas égales à l'unité, C et S ne multiplient que le terme qui les concerne, c'est-à-dire, nous avons en général,

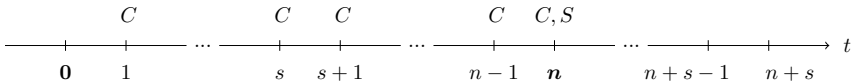
$$A_{x:\overline{n}|} = C \cdot A_{x:\overline{n}|}^1 + S \cdot {}_nE_x,$$

ou encore,

$$\begin{aligned} A_{x:\overline{n}|} &= \frac{1}{l_x} (C \cdot v \cdot d_x + C \cdot v^2 \cdot d_{x+1} + C \cdot v^3 \cdot d_{x+2} + \dots \\ &\quad + C \cdot v^n \cdot d_{x+n-1} + S \cdot v^n \cdot l_{x+n}). \end{aligned}$$

Souvent, la durée de ce type de police est choisie de façon à ce que l'échéance arrive à l'âge de la retraite de l'assuré : la probabilité que l'assuré reçoive le capital en cas de survie est alors élevée et la majeure partie de la prime constitue de l'épargne pour l'assuré. Ainsi, dans la formule ci-dessus, le terme unique ayant la plus grande valeur est $v^n \cdot l_{x+n}$, pour des valeurs raisonnables, en pratique, de x et de n . Nous observons aussi que dans tous les cas, en cas de décès et en cas de survie, un capital est payé à l'assuré. Cela implique que la prime est plus élevée que dans d'autres assurances que nous avons considérées.

Les prestations induites par une assurance mixte sont illustrées dans la figure 6.9.



La prestation de capital C dépend du décès de l'assuré (probabilité ${}_{t-1}p_x \cdot q_{x+t-1} = d_{x+t-1}/l_x$ au temps t). La prestation de capital S dépend de la survie de l'assuré (probabilité ${}_np_x = l_{x+n}/l_x$ au temps n).

FIGURE 6.9 – Ligne du temps pour les prestations de capital décès C et de capital survie S d'une assurance mixte sur n années.

Prestations d'une assurance mixte

En utilisant les valeurs des paramètres du tableau 6.1 ou les valeurs obtenues dans les exemples numériques précédents, nous obtenons la valeur actuelle d'une assurance mixte d'une durée de $n = 5$ ans pour un capital décès $C = 1$ et un capital survie $S = 1$ pour un assuré d'âge x avec la formule

$$A_{x:\overline{5}|} = A_{x:\overline{5}|}^1 + {}_5E_x = 0.032 + 0.832 = 0.864.$$

La valeur actuelle des prestations de cette assurance est de $A_{x:\overline{5}|} = 0.864$.

Dans le cas d'un capital décès de $C = 100\,000$ et d'un capital survie de $S = 50\,000$, la valeur actuelle des prestations est :

$$C \cdot A_{x:\overline{5}|}^1 + S \cdot {}_5E_x = 100\,000 \cdot A_{x:\overline{5}|}^1 + 50\,000 \cdot {}_5E_x = 44\,800.$$

Caractéristiques des prestations d'assurances de rentes Dans le contexte des rentes, nous distinguons la rente viagère et la rente temporaire. Une rente est un versement périodique de l'assureur à l'assuré effectué jusqu'à la mort de l'assuré ou pendant une période déterminée par le contrat. Dans le premier cas, il s'agit d'une rente viagère et, dans le second cas, nous parlons de rente temporaire. La fréquence de paiement peut être annuelle, mensuelle ou même hebdomadaire. En Europe, la périodicité est généralement mensuelle. Pour simplifier la présentation, nous considérons le cas où les paiements sont annuels. Nous parlons alors d'annuités. Dans ce qui suit nous discutons les rentes viagères et temporaires, non différées et différées, en considérant à chaque fois que les rentes sont payées en début de période, c'est-à-dire, à échoir. À la fin de cette partie, nous donnons également les formules pour les mêmes rentes si elles sont à terme échu.

- *Rentes viagères à échoir ou à terme échu et non différées* : Une rente viagère à échoir et non différée consiste en le paiement d'un montant au début de chaque année durant toute la durée de vie restante de l'assuré dès la première année du contrat. Formellement, la valeur actuelle d'une telle rente avec paiement d'un montant d'une unité pour un assuré d'âge x à la souscription est égale à

$$\begin{aligned} \ddot{a}_x &= \sum_{t=0}^{(\omega-1)-x} v^t \cdot {}_t p_x = \frac{1}{l_x} \sum_{t=0}^{(\omega-1)-x} v^t \cdot l_{x+t} \\ &= 1 + \sum_{t=1}^{(\omega-1)-x} v^t \cdot {}_t p_x = 1 + \frac{1}{l_x} \sum_{t=1}^{(\omega-1)-x} v^t \cdot l_{x+t}. \end{aligned}$$

Le premier versement est effectué au temps $t = 0$ dès la signature du contrat, à un instant où l'assuré est en vie (${}_0 p_x = 1$), ce qui permet d'extraire le « 1 ».

Se rappelant que ω désigne l'âge auquel personne ne parvient, le dernier terme de la somme, pour $t = \omega - 1 - x$ fait intervenir le facteur $l_{\omega-1}$. En effet, le facteur $l_{\omega} = 0$.

Si la même rente viagère est à terme échu avec versements effectués en fin de période, la valeur est :

$$a_x = \sum_{t=1}^{(\omega-1)-x} v^t \cdot {}_t p_x = \frac{1}{l_x} \sum_{t=1}^{(\omega-1)-x} v^t \cdot l_{x+t}.$$

Ainsi, nous observons que $\ddot{a}_x = 1 + a_x$.

- *Rentes viagères à échoir ou à terme échu et différées* : Une rente viagère à échoir et différée se caractérise par le paiement d'un montant à chaque fin d'année durant toute la durée de vie restante de l'assuré. Cependant, le premier versement n'a lieu qu'après qu'un certain laps de temps se soit écoulé (« différé »). L'expression de la valeur actuelle d'une rente viagère à échoir et différée de s années, pour un assuré d'âge x s'écrit comme suit :

$${}_s|\ddot{a}_x = \sum_{t=s}^{(\omega-1)-x} v^t \cdot {}_t p_x = \frac{1}{l_x} \sum_{t=s}^{(\omega-1)-x} v^t \cdot l_{x+t}.$$

De manière similaire, la même rente à terme échu a comme valeur :

$${}_s|a_x = \sum_{t=s+1}^{(\omega-1)-x} v^t \cdot {}_t p_x = \frac{1}{l_x} \sum_{t=s+1}^{(\omega-1)-x} v^t \cdot l_{x+t}.$$

- *Rentes temporaires à échoir ou à terme échu et non différées* : Les formules associées au calcul de la valeur actuelle de rentes temporaires sont identiques aux formules vues pour les primes nivelées. En effet, une rente temporaire consiste en le versement d'un montant à fréquence régulière pendant une durée déterminée. La rente temporaire à échoir et non différée correspond au versement d'un montant à chaque début d'année dès la première année (voir la figure 6.3). La valeur actuelle d'une rente temporaire à échoir et non différée payant chaque année un capital $C = 1$ versé sur n années pour un individu d'âge x à la souscription du contrat est notée $a_{x:\overline{n}|}$. Cette notation et bien sûr la valeur sont identiques à celles de la valeur actuelle de primes annuelles à échoir et non différées. Nous avons :

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t \cdot {}_t p_x = \frac{1}{l_x} \sum_{t=0}^{n-1} v^t \cdot l_{x+t}.$$

Pour la même rente à terme échu et non différée (voir la figure 6.4), nous avons une expression identique à celle des primes annuelles à terme échu et non différées :

$$a_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=1}^n v^t \cdot {}_t p_x = \frac{1}{l_x} \sum_{t=1}^n v^t \cdot l_{x+t}.$$

- *Rentes temporaires à échoir ou à terme échu et différées* : La rente temporaire à échoir et différée est utilisée pour décrire le versement d'un montant à fréquence régulière pendant une durée déterminée après une période d'attente. Ici, nous considérons un versement à chaque début d'année après qu'un certain laps de temps se soit écoulé (voir la figure 6.5). La formule de la valeur actuelle de cette rente est identique à celle de la valeur actuelle de primes annuelles à échoir et différées. Pour un individu d'âge x à la conclusion du contrat recevant ce type de rente pendant n années après une période d'attente de s années, la valeur actuelle s'écrit :

$${}_s|\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=s}^{n+s-1} v^t \cdot {}_t p_x = \frac{1}{l_x} \sum_{t=s}^{n+s-1} v^t \cdot l_{x+t}.$$

Au cas où la même rente est à terme échu (voir la figure 6.6), sa valeur se calcule comme suit :

$${}_s|a_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=s+1}^{n+s} v^t \cdot {}_t p_x = \frac{1}{l_x} \sum_{t=s+1}^{n+s} v^t \cdot l_{x+t}.$$

Les expressions pour les primes, les prestations de capital et les prestations de rentes sont pratiques pour calculer les primes ou les prestations des produits d'assurance vie. En effet, ces expressions, multipliées par les montants de la prime, usuellement notées A pour une prime unique et P dans le cas de primes nivelées, et de la prestation de capital ou de rente, souvent notée C , permettent d'établir l'équation qui suit le principe d'équivalence actuarielle qui correspond à l'équilibre financier entre primes et prestations. Le tableau 6.2 résume les différentes expressions introduites dans ce chapitre.

Exemples de calcul des primes Dans la suite, nous présentons d'abord quelques applications numériques d'exemples concrets de contrats d'assurance qui combinent le calcul des primes en fonction des prestations. Nous proposons trois applications qui sont une assurance temporaire avec prime unique, une assurance mixte avec primes nivelées et une rente temporaire immédiate avec prime unique. Nous choisissons ces exemples à titre d'illustration, rappelant qu'ils ne représentent qu'une petite part des multiples combinaisons de primes et de prestations d'assurance qui existent.

Assurance temporaire avec prime unique

Un assureur propose à $l_x = 1000$ assurés, chacun d'âge x , de souscrire un contrat d'assurance vie temporaire d'une durée de $n = 5$ ans avec un capital décès de $C = 10\,000$ francs. Notre objectif est de déterminer la prime unique A que chaque assuré doit payer en considérant les bases techniques du tableau 6.1. Nous illustrons les flux liés à cette assurance dans la figure 6.10.

6.3. Éléments de tarification de l'assurance vie

Caractéristiques des primes d'assurance vie

- Prime unique (en début de contrat) : 1
- Primes annuelles à échoir et non différées (n paiements en début d'année)

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t \cdot {}_t p_x = \frac{1}{l_x} \sum_{t=0}^{n-1} v^t \cdot l_{x+t}$$

- Primes annuelles à terme échu et non différées (n paiements en fin d'année)

$$a_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=1}^n v^t \cdot {}_t p_x = \frac{1}{l_x} \sum_{t=1}^n v^t \cdot l_{x+t}$$

- Primes annuelles à échoir et différées (n paiements en début d'année différés de s années)

$${}_s \ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=s}^{n+s-1} v^t \cdot {}_t p_x = \frac{1}{l_x} \sum_{t=s}^{n+s-1} v^t \cdot l_{x+t}$$

- Primes annuelles à terme échu et différées (n paiements en fin d'année différés de s années)

$${}_s | a_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=s+1}^{n+s} v^t \cdot {}_t p_x = \frac{1}{l_x} \sum_{t=s+1}^{n+s} v^t \cdot l_{x+t}$$

Caractéristiques des prestations d'assurances de capital

- Assurance vie entière (paiement en fin d'année en cas de décès)

$$A_x = \sum_{t=0}^{\omega-1-x} v^{t+1} \cdot {}_t p_x \cdot q_{x+t} = \frac{1}{l_x} \sum_{t=0}^{\omega-1-x} v^{t+1} \cdot d_{x+t}$$

- Assurance vie temporaire (paiement en fin d'année en cas de décès)

$$A_{x:\overline{n}|}^1 = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} \cdot {}_t p_x \cdot q_{x+t} = \frac{1}{l_x} \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} \cdot d_{x+t}$$

- Assurance de capital en cas de survie (paiement en fin de n^e année en cas de survie)

$${}_n E_x = v^n \cdot {}_n p_x = v^n \cdot \frac{l_{x+n}}{l_x}$$

Caractéristiques des prestations d'assurances de rentes

- Rente viagère à échoir et non différée (paiements en début d'année)

$$\ddot{a}_x = \sum_{t=0}^{\omega-1-x} v^t \cdot {}_t p_x = \frac{1}{l_x} \sum_{t=0}^{\omega-1-x} v^t \cdot l_{x+t}$$

- Rente viagère à terme échu et non différée (paiements en fin d'année)

$$a_x = \sum_{t=1}^{\omega-1-x} v^t \cdot {}_t p_x = \frac{1}{l_x} \sum_{t=1}^{\omega-1-x} v^t \cdot l_{x+t}$$

- Rente viagère à échoir et différée (paiements en début d'année différés de s années)

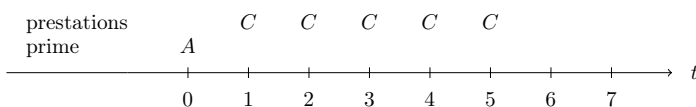
$${}_s \ddot{a}_x = \sum_{t=s}^{\omega-1-x} v^t \cdot {}_t p_x = \frac{1}{l_x} \sum_{t=s}^{\omega-1-x} v^t \cdot l_{x+t}$$

- Rente viagère à terme échu et différée (paiements en fin d'année différés de s années)

$${}_s | a_x = \sum_{t=s+1}^{\omega-1-x} v^t \cdot {}_t p_x = \frac{1}{l_x} \sum_{t=s+1}^{\omega-1-x} v^t \cdot l_{x+t}$$

- Rentes temporaires : expressions identiques aux primes annuelles
-

Tableau 6.2 – Résumé des expressions des flux de primes d'assurance vie et de prestations d'assurances de capital et de rentes par unité de paiement.



La prestation de capital C dépend du décès de l'assuré (probabilité ${}_{t-1}p_x \cdot q_{x+t-1} = d_{x+t-1}/l_x$ au temps t).

FIGURE 6.10 – Ligne du temps pour une assurance temporaire avec prime unique A et prestation de capital C en cas de décès.

Pour calculer la prime unique A que chacun des assurés doit payer, nous nous basons sur le respect de l'équilibre financier du principe d'équivalence. Ceci signifie que les paiements de primes des l_x assurés doivent correspondre à leurs prestations espérées :

$$l_x \cdot A = C \cdot (v \cdot d_x + v^2 \cdot d_{x+1} + v^3 \cdot d_{x+2} + v^4 \cdot d_{x+3} + v^5 \cdot d_{x+4}).$$

Se rappelant des notations introduites auparavant, nous pouvons également poser l'équation équivalente suivante :

$$l_x \cdot A = l_x \cdot C \cdot A_{x:\overline{5}}^1,$$

où $A_{x:\overline{5}}^1$ désigne la valeur actuelle des prestations d'un capital unitaire d'une assurance vie temporaire de 5 années souscrite par un assuré d'âge x . En réorganisant l'équation, nous isolons le terme indiquant la prime unique et nous obtenons :

$$A = C \cdot A_{x:\overline{5}}^1.$$

En insérant les valeurs numériques pour C et $A_{x:\overline{5}}^1$ nous trouvons la prime unique A que l'assureur doit encaisser pour respecter l'équilibre financier :

$$A = 10\,000 \cdot 0.03225 = 322.5.$$

La prime $A = 322.5$ francs correspond à la prime pure. En pratique, l'assureur ajoutera par la suite des marges à cette prime afin d'obtenir la prime commerciale qu'il propose aux clients. Finalement, nous pouvons vérifier que la somme des primes encaissées au temps $t = 0$ suffira exactement à payer les prestations. Pour cela, nous considérons le fonds disponible initialement ($l_x \cdot A = 1\,000 \cdot 322.5$) auquel nous créditons annuellement des intérêts avec le taux d'intérêt $i = 3\%$ (voir le tableau 6.1) et duquel nous déduisons annuellement les prestations de décès. Nous illustrons ces opérations dans le tableau 6.3. Par exemple, durant la première année, le fonds de 322 500 francs produit des intérêts de 9 700 et paie des prestations à hauteur de 30 000. Ainsi, en fin d'année $t = 1$, le solde du fonds est 302 200. Au bout de cinq ans, nous constatons que le solde du fonds est égal à zéro.

6.3. Éléments de tarification de l'assurance vie

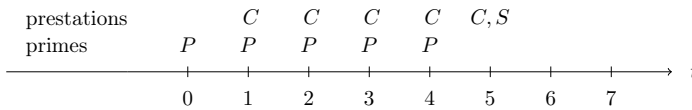
Temps t	Âge	Intérêts	Décès	Prestations	Fonds
0	x				322 500
1	$x + 1$	9 700	3	30 000	302 200
2	$x + 2$	9 100	4	40 000	271 200
3	$x + 3$	8 100	6	60 000	219 400
4	$x + 4$	6 600	9	90 000	136 000
5	$x + 5$	4 100	14	140 000	0

Les valeurs des intérêts, des prestations et du fonds sont basées sur une prime unique de 322.5 francs et sont rapportées avec un arrondi à la centaine près (en gardant la valeur non arrondie en mémoire).

Tableau 6.3 – Illustration de l'équilibre entre primes encaissées et prestations payées dans une assurance temporaire avec prime unique.

Assurance mixte avec primes nivelées

Un assureur propose à $l_x = 1\,000$ assurés, chacun d'âge x , de souscrire un contrat d'assurance mixte d'une durée de $n = 5$ ans avec un capital décès et survie de $C = S = 10\,000$ francs. Les primes nivelées de montant P sont payables à échoir et ne sont pas différées. Les bases techniques sont celles du tableau 6.1. Les flux liés à ce contrat d'assurance sont représentés dans la figure 6.11.



Les paiements de la prime P dépendent de la survie de l'assuré (probabilité ${}_t p_x$ au temps t). La prestation de capital C dépend du décès de l'assuré (probabilité ${}_{t-1} p_x \cdot q_{x+t-1} = d_{x+t-1}/l_x$ au temps t). La prestation de capital S dépend de la survie de l'assuré (probabilité ${}_n p_x = l_{x+n}/l_x$ au temps n).

FIGURE 6.11 – Ligne du temps pour une assurance mixte avec primes nivelées P et prestations de capital C en cas de décès et de capital S en cas de survie.

Afin de déterminer la valeur P des primes nivelées, l'assureur respecte le principe d'équivalence. Nous avons donc :

$$\begin{aligned}
 l_x \cdot P \cdot (1 + v \cdot {}_1 p_x + v^2 \cdot {}_2 p_x + v^3 \cdot {}_3 p_x + v^4 \cdot {}_4 p_x) \\
 = C \cdot (v \cdot d_x + v^2 \cdot d_{x+1} + v^3 \cdot d_{x+2} + v^4 \cdot d_{x+3} + v^5 \cdot d_{x+4}) + S \cdot v^n \cdot l_{x+n}.
 \end{aligned}$$

Avec les notations actuarielles introduites auparavant nous avons,

$$l_x \cdot P \cdot \ddot{a}_{x:\overline{5}|} = l_x \cdot (C \cdot A_{x:\overline{5}|}^1 + S \cdot {}_5 E_x),$$

et sachant que $S = C$, nous pouvons écrire :

$$l_x \cdot P \cdot \ddot{a}_{x:\overline{5}|} = l_x \cdot C \cdot A_{x:\overline{5}|}.$$

En isolant la prime nivelée P dans l'équation, nous obtenons l'expression suivante :

$$P \cdot \ddot{a}_{x:\overline{5}|} = C \cdot A_{x:\overline{5}|} \quad \Leftrightarrow \quad P = \frac{C \cdot A_{x:\overline{5}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{5}|}}.$$

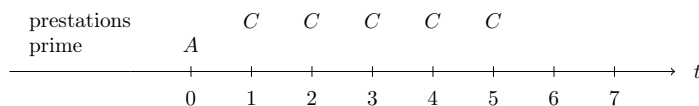
Après remplacement par les valeurs numériques nous trouvons :

$$P = \frac{C \cdot A_{x:\overline{5}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{5}|}} = \frac{10\,000 \cdot 0.864}{4.676} = 1\,848.$$

La prime nivelée P pure s'élève donc à 1 848 francs.

Rente temporaire immédiate avec prime unique

Un assureur propose à $l_x = 1\,000$ assurés, chacun d'âge x , de souscrire un contrat de rente temporaire immédiate d'une durée de $n = 5$ ans avec une rente de $C = 10\,000$ francs payée en fin de chaque année. En utilisant les bases techniques du tableau 6.1, nous déterminons la prime unique A requise. Les flux du contrat sont illustrés dans la figure 6.12.



Les prestations de rente C dépendent de la survie de l'assuré (probabilité ${}_t p_x = l_{x+t}/l_x$ au temps t).

FIGURE 6.12 – Ligne du temps pour une rente temporaire immédiate avec prime unique A et prestations de rente C .

Par le principe d'équivalence actuarielle, la prime unique A de l'assureur doit satisfaire l'équation suivante :

$$l_x \cdot A = C \cdot (v \cdot l_{x+1} + v^2 \cdot l_{x+2} + v^3 \cdot l_{x+3} + v^4 \cdot l_{x+4} + v^5 \cdot l_{x+5}),$$

ou, en d'autres termes :

$$l_x \cdot A = l_x \cdot C \cdot a_{x:\overline{5}|}.$$

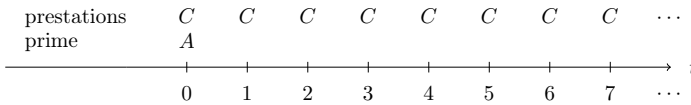
Nous résolvons cette équation en A et en appliquant les valeurs numériques nous obtenons :

$$A = C \cdot a_{x:\overline{5}|} = 10\,000 \cdot 4.508 = 45\,080.$$

Par conséquent, la prime unique pure est de $A = 45\,080$ francs.

Finalement, nous discutons deux types de produit que nous étudions sans application numérique. Il s'agit d'une rente viagère immédiate avec prime unique et d'une rente viagère différée avec primes nivelées.

- *Rente viagère à échoir avec prime unique* : Une rente viagère à échoir paie un capital C en chaque début d'année durant toute la vie restante de l'assuré. Une prime unique A est due en début de contrat. Une telle police est utilisée, par exemple, par des personnes qui veulent profiter de leur fortune à travers une rente garantie à vie ou qui désirent transformer un gain de loterie en une rente viagère. Les flux liés à cette assurance sont illustrés dans la figure 6.13.



Les prestations de rente C dépendent de la survie de l'assuré (probabilité ${}_t p_x = l_{x+t}/l_x$ au temps t).

FIGURE 6.13 – Ligne du temps pour une rente viagère à échoir avec prime unique A et prestations de rente C .

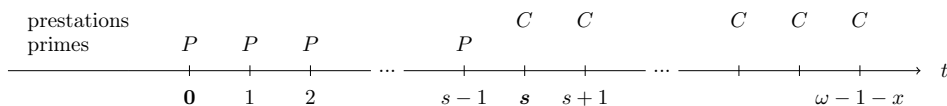
La relation entre la prime unique A et la hauteur C de la rente est la suivante :

$$\begin{aligned}
 A &= C \cdot (1 + v \cdot {}_1 p_x + v^2 \cdot {}_2 p_x + v^3 \cdot {}_3 p_x + \dots) \\
 &= C \cdot \ddot{a}_x = C \cdot \sum_{t=0}^{(\omega-1)-x} v^t \cdot {}_t p_x.
 \end{aligned}$$

- *Rente viagère différée avec primes nivelées* : Les assurances de prévoyance vieillesse prévoient typiquement une période d'épargne ou d'accumulation de fonds durant la vie active jusqu'à l'âge de la retraite, suivie d'une période de décumul différée de sorte à commencer dès l'âge de la retraite. Un tel produit d'assurance comprend ainsi une première période où des primes sont accumulées, tandis que durant la deuxième période une rente viagère est versée. Pour concrétiser l'exemple, nous considérons une personne âgée de $x = 25$ ans qui entre dans sa vie active et commence à côtiser, chaque début d'année, pour une telle prévoyance vieillesse pendant $s = 40$ années. Une rente viagère différée de s ans est payée dès son passage à la retraite à l'âge de $x + s = 65$ ans en début d'année. La ligne du temps correspondant à ce produit est illustrée dans la figure 6.14.

Les primes accumulées (à échoir, non différées, sur s années, voir la figure 6.3) peuvent être exprimées de la façon suivante :

$$\ddot{a}_{x:\overline{s}|} = \sum_{t=0}^{s-1} v^t \cdot {}_t p_x.$$



Les paiements de la prime P et les prestations de rente C dépendent de la survie de l'assuré (probabilité ${}_t p_x$ au temps t).

FIGURE 6.14 – Ligne du temps pour une rente viagère différée avec primes nivelées P et prestations de rente C .

Les paiements liés à une rente viagère à échoir et différée de s ans sont :

$${}_s | \ddot{a}_x = \sum_{t=s}^{(\omega-1)-x} v^t \cdot {}_t p_x.$$

L'équilibre financier fournit la relation entre les primes nivelées P et une rente de montant C :

$$P \cdot \ddot{a}_{x:\overline{s}|} = C \cdot {}_s | \ddot{a}_x,$$

ce qui permet d'évaluer les primes nécessaires pour obtenir une rente voulue, ou, inversement, déterminer le montant de la rente connaissant les primes d'épargne. La dernière relation peut être explicitée :

$$\begin{aligned} P \cdot (1 + v \cdot {}_1 p_x + v^2 \cdot {}_2 p_x + \dots + v^{s-1} \cdot {}_{s-1} p_x) \\ = C \cdot (v^s \cdot {}_s p_x + v^{s+1} \cdot {}_{s+1} p_x + \dots + v^{(\omega-1)-x} \cdot {}_{(\omega-1)-x} p_x), \end{aligned}$$

ce qui s'écrit après multiplication par l_x des deux côtés de l'équation :

$$\begin{aligned} P \cdot (l_x + v \cdot l_{x+1} + v^2 \cdot l_{x+2} + \dots + v^{s-1} \cdot l_{x+s-1}) \\ = C \cdot (v^s \cdot l_{x+s} + v^{s+1} \cdot l_{s+1} + \dots + v^{(\omega-1)-x} \cdot l_{\omega-1}). \end{aligned}$$

Avec $x = 25$ et $s = 40$, nous obtenons concrètement :

$$\begin{aligned} P \cdot (1 + v \cdot {}_1 p_{25} + v^2 \cdot {}_2 p_{25} + \dots + v^{39} \cdot {}_{39} p_{25}) \\ = C \cdot (v^{40} \cdot {}_{40} p_{25} + v^{41} \cdot {}_{41} p_{25} + \dots + v^{\omega-26} \cdot {}_{\omega-26} p_{25}), \end{aligned}$$

ou encore :

$$\begin{aligned} P \cdot (l_{25} + v \cdot l_{26} + v^2 \cdot l_{27} + \dots + v^{39} \cdot l_{64}) \\ = C \cdot (v^{40} \cdot l_{65} + v^{41} \cdot l_{66} + \dots + v^{\omega-26} \cdot l_{\omega-1}). \end{aligned}$$

Cette dernière relation montre concrètement le mécanisme de fonctionnement de tels types d'assurance. Les valeurs des différents paramètres actuariels ${}_t p_x$ sont disponibles dans les tables de mortalité et le taux d'escompte v est fixé à travers l'estimation du taux d'intérêt i .

6.4 Réserves mathématiques

Le principe d'équivalence actuarielle, voir la définition 6.1, requiert l'égalité entre la valeur actuelle des primes et la valeur actuelle des prestations. Ce principe est satisfait à la date d'émission du contrat (au temps $t = 0$). Cependant, cette égalité initiale n'est pas vérifiée au cours du contrat et doit être adaptée pour que le principe d'équivalence continue à s'appliquer pour plusieurs raisons. Premièrement, les probabilités de décès et de survie varient d'une année à l'autre. Notamment, les probabilités de décès augmentent et les probabilités de survie diminuent. Deuxièmement, si le contrat prévoit une composante d'épargne, elle n'est généralement pas constante. Les fonds dédiés au paiement des prestations futures (capital décès ou rente) n'appartiennent pas à l'assureur mais représentent des engagements futurs de sa part. Ainsi, afin d'assurer le maintien de ces engagements en tout temps, l'assureur est tenu de déterminer des provisions au bilan. C'est dans ce contexte qu'on parle de réserve mathématique. D'un point de vue actuariel, cette réserve mathématique représente l'excédent de la valeur actuelle des prestations futures sur la valeur actuelle des primes (présentes et) futures. Si nous notons ${}_tL$ la variable aléatoire qui correspond à la différence entre la valeur actuelle des prestations futures et la valeur actuelle des primes, la réserve mathématique correspond à la valeur espérée de cette différence, donc à $\mathbb{E}({}_tL)$. La différence ${}_tL$ diffère selon l'âge x de la personne, d'où la notation usuelle ${}_tL_x$.

Définition 6.5 (*Réserve mathématique*)

La **réserve mathématique** au temps t , notée ${}_tV_x$, est l'excédent espéré de la valeur actuelle des prestations futures par rapport à la valeur actuelle des primes futures pour un individu d'âge x au début du contrat. Si la variable aléatoire ${}_tL_x$ désigne cet excédent, alors

$${}_tV_x = \mathbb{E}({}_tL_x).$$

La réserve mathématique peut être vue comme un fonds qui va évoluer au rythme des paiements des primes, des intérêts et des prestations, de telle sorte que l'ensemble constituera un tout équilibré sur la durée du contrat. Comme mentionné précédemment, au lancement du contrat la valeur actuelle des prestations est exactement égale à la valeur actuelle des primes. Ainsi, la réserve mathématique au temps $t = 0$ est nulle, c'est-à-dire nous avons toujours et pour tout âge x ,

$${}_0V_x = 0.$$

Pour calculer les réserves mathématiques, nous distinguons trois méthodes : l'approche récursive et les méthodes prospective et rétrospective.

Méthode récursive Dans une approche récursive, nous procédons par période et nous mettons à jour la réserve mathématique à chaque période. Nous considérons

ici le concept de réserve terminale calculée à la fin de l'année, c'est-à-dire après que les prestations de l'année en cours soient payées, mais avant que les primes de l'année suivante ne soient encaissées. Prenons l'exemple d'une assurance vie temporaire de primes nivelées P et de capital décès C . Si la périodicité est annuelle et si les primes sont à échoir, c'est-à-dire payées en début d'année, nous déduisons la valeur de la réserve ${}_tV_x$ de l'année $t > 0$ en cours grâce à la formule suivante :

$$l_{x+t} \cdot {}_tV_x = l_{x+t-1} \cdot ({}_{t-1}V_x + P) \cdot (1 + i) - C \cdot d_{x+t-1}.$$

Le membre de gauche de l'égalité, à savoir $l_{x+t} \cdot {}_tV_x$, est la valeur agrégée des réserves individuelles au temps t . Il s'agit de la valeur collective de tous les assurés et correspond à la réserve de chaque assuré ${}_tV_x$ au temps t multipliée par le nombre d'assurés vivants au temps t . Le membre de droite, c'est-à-dire $l_{x+t-1} \cdot ({}_{t-1}V_x + P) \cdot (1 + i) - C \cdot d_{x+t-1}$, correspond à la valeur du fonds en fin d'année. Ce dernier est composé de la réserve de l'année précédente ${}_{t-1}V_x$ augmentée des primes P de l'année en cours, agrégé sur toutes les l_{x+t-1} personnes assurées de l'année $t - 1$. Le fonds est crédité du taux d'intérêt i et les prestations payées par l'assureur en fin d'année, à savoir $C \cdot d_{x+t-1}$, sont soustraites du fonds.

L'égalité ci-dessus, valable pour le cas d'une assurance vie temporaire, doit être adaptée aux caractéristiques de chaque contrat. Ainsi, l'égalité est différente en présence d'une rente, d'un capital de survie ou de primes à terme échu. Elle doit être construite dans chaque cas en tenant compte des encaissements de primes, des décaissements de prestations et du taux d'intérêt applicable.

Si dans l'assurance vie temporaire ci-dessus, les primes sont à terme échu, la relation devient :

$$l_{x+t} \cdot {}_tV_x = l_{x+t-1} \cdot {}_{t-1}V_x \cdot (1 + i) + l_{x+t-1} \cdot P - C \cdot d_{x+t-1}.$$

Dans cette égalité, nous constatons que l'intérêt i ne s'applique pas aux primes car elles sont payées seulement en fin d'année.

Enfin, s'il n'y a pas de primes à payer une année t , les primes P n'apparaissent plus et nous avons la relation de récurrence suivante :

$$l_{x+t} \cdot {}_tV_x = l_{x+t-1} \cdot {}_{t-1}V_x \cdot (1 + i) - C \cdot d_{x+t-1}.$$

C'est le cas, par exemple, pour les années $t > 1$ pour des contrats à prime unique payable en début de contrat.

Calcul des réserves pour un contrat avec primes nivelées

Prenons l'exemple d'une assurance temporaire d'une durée de $n = 3$ ans avec un capital décès de $C = 100\,000$ francs offerte à $l_x = 1\,000$ assurés d'âge x . Le contrat exige des primes nivelées non différées payables en début d'année. La prestation de décès est payée à la fin de l'année du décès. Les bases techniques avec $i = 3\%$ sont celles du tableau 6.1. Nous proposons de déterminer la prime

annuelle P de ce contrat et la réserve mathématique individuelle après 1, 2 et 3 ans.

La prime annuelle est obtenue par le principe d'équivalence actuarielle,

$$P \cdot \ddot{a}_{x:\overline{3}|} = C \cdot A_{x:\overline{3}|}^1,$$

c'est-à-dire, la prime P doit vérifier l'équation :

$$\begin{aligned} P \cdot (l_x + v \cdot l_{x+1} + v^2 \cdot l_{x+2}) &= C \cdot (v \cdot d_x + v^2 \cdot d_{x+1} + v^3 \cdot d_{x+2}) \\ \Leftrightarrow P &= C \cdot \frac{v \cdot d_x + v^2 \cdot d_{x+1} + v^3 \cdot d_{x+2}}{l_x + v \cdot l_{x+1} + v^3 \cdot l_{x+2}} \end{aligned}$$

L'application numérique nous donne :

$$P = C \cdot \frac{0.9709 \cdot 3 + 0.9426 \cdot 4 + 0.9151 \cdot 6}{1\,000 + 0.9709 \cdot 997 + 0.9426 \cdot 993} = 419.2.$$

La prime annuelle pour ce contrat est donc de 419.2 francs.

La réserve mathématique prospective satisfait la formule de récurrence suivante pour $t = 0, 1, 2$:

$$l_{x+t+1} \cdot {}_{t+1}V_x = l_{x+t} \cdot ({}_tV_x + P) \cdot (1 + i) - C \cdot d_{x+t}.$$

À la fin de la première année, la réserve ${}_1V_x$ est telle que :

$$l_{x+1} \cdot {}_1V_x = l_x \cdot ({}_0V_x + P) \cdot (1 + i) - C \cdot d_x.$$

En remplaçant par les valeurs numériques, et en sachant que ${}_0V_x = 0$, nous avons :

$${}_1V_x = \frac{1\,000 \cdot (0 + 419.2) \cdot (1 + 0.03) - 300\,000}{997} = 132.2.$$

Ainsi, en appliquant la formule de récurrence, on obtient les résultats présentés dans le tableau 6.4 qui peut ainsi être logiquement construit étape par étape. Nous trouvons ${}_2V_x = 167.4$ et ${}_3V_x = 0$.

La réserve individuelle ${}_tV_x$ est obtenue en divisant la valeur du fonds à la fin de l'année précédente par le nombre de survivants l_{x+t} . La prime nivelée est calculée pour que les valeurs actuelles des primes et des prestations soient égales. Ainsi, les primes et les intérêts suffisent exactement à payer les prestations. Le fonds est nul à la fin du contrat, donc à la n^e année. Il en est de même pour la réserve mathématique. Nous constatons que, dans notre exemple, le fonds et la réserve mathématique augmentent durant les deux premières années afin de préparer l'avoir nécessaire pour payer les prestations plus élevées lors de la troisième année (6 décès contre 3 respectivement 4 lors des première et deuxième années).

Année t	Âge	l_{x+t}	${}_tV_x$	P	$l_{x+t} \cdot ({}_tV_x + P)$	Intérêts	d_{x+t}	Prestations	Fonds
0	x	1000	0.0	419.2	419 200	12 600	3	300 000	131 800
1	$x + 1$	997	132.2	419.2	549 700	16 500	4	400 000	166 200
2	$x + 2$	993	167.4	419.2	582 500	17 500	6	600 000	0
3	$x + 3$	987	0.0						

Les valeurs des intérêts, des prestations et du fonds sont basées sur des primes nivelées de 419.2 francs et sont rapportées avec un arrondi à la centaine près (en gardant la valeur non arrondie en mémoire).

Tableau 6.4 – Illustration des réserves mathématiques dans une assurance temporaire avec primes nivelées.

Calcul des réserves pour un contrat avec prime unique

Nous considérons maintenant une assurance temporaire d'une durée de $n = 5$ ans avec un capital décès de $C = 10\,000$ francs offerte à $l_x = 1\,000$ assurés d'âge x . L'assureur applique les bases techniques du tableau 6.1. Nous avons vu plus haut que la prime unique payable en début de contrat est égale à $A = 322.5$ francs. Quelles est la réserve mathématique individuelle à chaque fin d'année ?

Dans le cas d'une prime unique, il n'y a pas de suite de primes constantes P mais une suite où seule la première prime correspond à la prime unique A et les autres sont toutes nulles. À la fin de la première année, la réserve ${}_1V_x$ est telle que :

$$l_{x+1} \cdot {}_1V_x = l_x \cdot ({}_0V_x + A) \cdot (1 + i) - C \cdot d_x,$$

où ${}_0V_x = 0$. Numériquement, nous trouvons ${}_1V_x = 303.1$.

Pour les années suivantes sans paiements de primes, la formule de récurrence s'écrit pour $t = 1, 2, 3, 4$:

$$l_{x+t+1} \cdot {}_{t+1}V_x = l_{x+t} \cdot {}_tV_x \cdot (1 + i) - C \cdot d_{x+t}.$$

Nous rapportons les valeurs trouvées pour ${}_2V_x$, ${}_3V_x$, ${}_4V_x$ et ${}_5V_x$ dans le tableau 6.5 où nous retrouvons les mêmes valeurs pour le fonds rapportées plus tôt dans le tableau 6.3 pour le même contrat d'assurance. Nous constatons que la prime unique est conservée en tant que réserve mathématique à travers les années du contrat afin d'assurer le paiement des prestations.

Méthodes prospective et rétrospective Afin de connaître la réserve mathématique au temps t , la méthode dite prospective se base sur l'actualisation des flux qui vont intervenir entre le temps t et jusqu'à la fin du contrat (voir Bowers et al., 1997; Promislow, 2015). Ainsi, cette formulation permet de calculer la ré-

6.4. Réserves mathématiques

Année t	Âge	l_x	${}_tV_x$	P	$l_{x+t} \cdot ({}_tV_x + P)$	Intérêts	d_x	Prestations	Fonds
0	x	1000	0.0	322.5	322 500	9 700	3	30 000	302 200
1	$x + 1$	997	303.1	0.0	302 200	9 100	4	40 000	271 200
2	$x + 2$	993	273.1	0.0	271 200	8 100	6	60 000	219 400
3	$x + 3$	987	222.3	0.0	219 400	6 600	9	90 000	136 000
4	$x + 4$	978	139.1	0.0	136 000	4 100	14	140 000	0
5	$x + 5$	964	0.0						

Les valeurs des intérêts, des prestations et du fonds sont basées sur une prime unique de 322.5 francs et sont rapportées avec un arrondi à la centaine près (en gardant la valeur non arrondie en mémoire).

Tableau 6.5 – Illustration des réserves mathématiques dans une assurance temporaire avec prime unique.

serve mathématique sans se référer aux paiements ayant déjà eu lieu. Dans ce cas, la formulation de la réserve mathématique ${}_tV_x$ s'écrit :

$${}_tV_x = \mathbb{E}({}_tL_x | T(x) > t),$$

où ${}_tL_x$ est la variable aléatoire qui représente la différence entre la valeur actuelle des prestations futures et la valeur actuelle des primes futures. La variable aléatoire $T(x)$ représente la durée de vie future des assurés d'âge x .

Nous illustrons l'idée derrière cette formule en reprenant le cas d'une assurance vie temporaire de n années versant un capital décès de C avec primes nivelées P payées en début d'année et non différées pour des assurés d'âge x à la souscription du contrat. L'expression de la réserve mathématique au temps t en utilisant la méthode prospective et les notations actuarielles est :

$${}_tV_x = C \cdot A_{x+t:\overline{n-t}|}^1 - P \cdot \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}.$$

Nous voyons donc comment, en utilisant les notations actuarielles, nous pouvons exprimer très facilement ce genre d'assurance. L'expression au temps t fait intervenir notamment le flux des paiements de capital d'une assurance temporaire pour un assuré d'âge $x + t$ sur $n - t$ années et des primes annuelles pour un assuré d'âge $x + t$ sur $n - t$ années. Cette formulation doit être revue pour chaque situation spécifique.

Formules actuarielles pour les réserves mathématiques prospectives

Nous présentons ici les formules actuarielles des réserves mathématiques prospectives pour quelques exemples de contrats choisis. Nous notons C les prestations de capital, A une prime unique et P des primes périodiques (annuelles). Dans les formules suivantes, on suppose toujours que $t > 0$.

- Assurance vie entière avec prime unique :

$${}_tV_x = \begin{cases} C \cdot A_{x+t} - A & \text{si } t = \text{année du paiement de la prime} \\ C \cdot A_{x+t} & \text{si } t \neq \text{année du paiement de la prime} \end{cases}$$

- Assurance vie entière avec primes annuelles à échoir sur n années :

$${}_tV_x = \begin{cases} C \cdot A_{x+t} - P \cdot \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|} & \text{si } t < n \\ C \cdot A_{x+t} & \text{si } t = n \end{cases}$$

- Assurance vie entière avec primes annuelles à échoir sur n années et différées de s années :

$${}_tV_x = \begin{cases} C \cdot A_{x+t} & \text{si } t < s \\ C \cdot A_{x+t} - P \cdot {}_s\ddot{a}_{x+t-s:\overline{n-(t-s)}|} & \text{si } s \leq t < n \\ C \cdot A_{x+t} & \text{si } t \geq n \end{cases}$$

- Assurance vie entière avec primes annuelles à terme échu sur n années :

$${}_tV_x = \begin{cases} C \cdot A_{x+t} - P \cdot a_{x+t:\overline{n-t}|} & \text{si } t \leq n \\ C \cdot A_{x+t} & \text{si } t > n \end{cases}$$

- Assurance temporaire avec primes annuelles à échoir sur n années :

$${}_tV_x = \begin{cases} C \cdot A_{x+t:\overline{n-t}|}^1 - P \cdot \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|} & \text{si } t < n \\ 0 & \text{si } t = n \end{cases}$$

- Assurance de capital en cas de survie avec primes annuelles à échoir sur n années :

$${}_tV_x = \begin{cases} C \cdot {}_{n-t}E_{x+t} & \text{si } t < n \\ C & \text{si } t = n \end{cases}$$

- Assurance mixte avec primes annuelles à échoir sur n années :

$${}_tV_x = \begin{cases} C \cdot A_{x+t:\overline{n-t}|} - P \cdot \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|} & \text{si } t < n \\ C & \text{si } t = n \end{cases}$$

- Rente viagère immédiate avec primes à échoir sur n années :

$${}_tV_x = \begin{cases} C \cdot a_{x+t} - P \cdot \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|} & \text{si } t \leq n \\ C \cdot a_{x+t} & \text{si } t = n \end{cases}$$

- Rente temporaire immédiate avec prime unique :

$${}_tV_x = \begin{cases} C \cdot a_{x+t:\overline{n-t}|} - A & \text{si } t = \text{année du paiement de la prime} \\ C \cdot a_{x+t:\overline{n-t}|} & \text{si } t \neq \text{année du paiement de la prime} \end{cases}$$

La réserve mathématique au temps t peut aussi être déterminée par la méthode rétrospective. Il s'agit cette fois-ci de connaître la valeur au temps t en utilisant les montants des paiements déjà effectués. En effet, comme indiqué par Dellinger (2006), la réserve rétrospective exprime la réserve en termes de primes et de prestations passées. Ainsi, les formules expriment la réserve comme l'excédent de la valeur accumulée des primes reçues sur la valeur accumulée des prestations payées. Une vue équivalente est de comprendre que la valeur des primes à n'importe quel instant t doit être égale à la valeur des prestations déjà payées ainsi que celles promises dans le futur. Par exemple, pour calculer la réserve d'une assurance vie entière avec des primes annuelles à échoir pour un assuré d'âge x à la souscription du contrat, la réserve au temps t , en utilisant la méthode rétrospective, est :

$${}_tV_x = P \cdot \ddot{s}_{x:\overline{t}|} - \frac{(1+i)^t}{tp_x} \cdot A_{x:\overline{t}|}^1,$$

où $\ddot{s}_{x:\overline{t}|} = \ddot{a}_{x:\overline{t}|} / {}_tE_x$ correspond à la valeur future (opération contraire à l'actualisation), à savoir au temps t , des primes déjà payées. L'équation nous montre qu'on ne tient compte que des éléments ayant déjà eu lieu pour calculer la valeur actuelle de la réserve au temps t .

Nous illustrons dans la figure 6.15 la vision à adopter pour le calcul des réserves prospectives et rétrospectives au temps t . Notons que dans les exemples fournis nous ne traitons que la formulation discrète des réserves. En théorie, il est possible de calculer la valeur des réserves mathématiques à n'importe quel instant t non entier en utilisant des formulations continues.

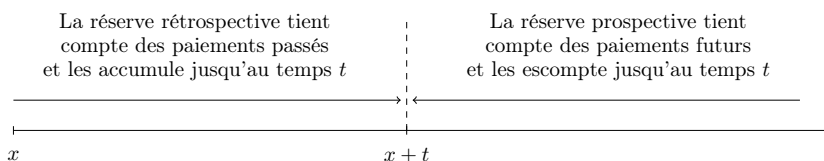


FIGURE 6.15 – Illustration des perspectives adoptées pour le calcul des réserves mathématiques au temps t avec les méthodes prospective et rétrospective.

6.5 Assurance non-vie

Dans ce chapitre, nous étudions la tarification des produits d'assurance non-vie. Comme nous l'avons vu à la section 5.4, il existe une grande variété de produits

d'assurance (voir la figure 5.7) et les produits d'assurance non-vie se distinguent des produits d'assurance vie par divers aspects importants. Premièrement, le niveau d'indemnisation dans l'assurance non-vie dépend de la gravité des dommages, alors que le niveau des prestations d'un produit d'assurance vie est en principe bien défini et souvent fixe. Par exemple, une assurance casco véhicules, une assurance incendie ou encore une assurance dégâts d'eau paient les dommages effectifs subis par le preneur d'assurance, tandis qu'une assurance vie verse un capital défini à l'avance lors du décès de la personne couverte par le contrat. Deuxièmement, les contrats d'assurance non-vie sont plutôt de courte durée, en général annuels ou du moins renouvelables annuellement. Les contrats d'assurance vie couvrent une longue durée, en principe. Souvent une assurance vie a une durée supérieure à dix ans, et si elle inclut une composante d'épargne et de rente prévoyance vieillesse, cette durée peut aller bien au-delà des cinquante ans. Finalement, le niveau de risque dans les assurances non-vie exige l'intégration de multiples facteurs dont le nombre est souvent plus important que dans l'assurance vie.

Segmentation des clients Dans un marché compétitif, il est nécessaire de tenir compte des facteurs de risque et de déterminer la prime adéquate pour chaque type d'assuré. Pour s'en convaincre, considérons un produit d'assurance non-vie pour lequel l'assureur demande une même prime de CHF 150 à tous les assurés. Supposons qu'il vend ce produit à n assurés, répartis en deux groupes A et B de nombre égal $n/2$. Après une analyse des facteurs d'influence du risque, l'assureur s'aperçoit que le coût attendu d'un assuré du groupe A est de 100 francs, tandis que le coût attendu d'un assuré du groupe B est de 200 francs. Le coût moyen par assuré est :

$$\frac{\frac{n}{2} \cdot 100 + \frac{n}{2} \cdot 200}{n} = 150.$$

Ainsi, le coût moyen par assuré correspond bien à la prime demandée. Globalement, le portefeuille de l'assureur est équilibré financièrement car le total des coûts correspond à la somme des primes encaissées.

Cependant, imaginons qu'un compétiteur décèle la différence entre les deux groupes A et B et propose la même couverture aux personnes du groupe A (et uniquement à ce groupe) pour une prime de CHF 125 au lieu de CHF 150. Les assurés du groupe A peuvent alors effectuer un gain d'arbitrage en changeant de compagnie d'assurances. Par conséquent, ils quittent leur assureur. Dans cette nouvelle constellation, le compétiteur obtient un profit de 25 francs par assuré, tandis que l'assureur initial, qui reste seulement avec les assurés du groupe B, perd 50 francs par assuré. En conclusion de cet exemple, nous remarquons qu'il est fondamental de charger la prime adéquate pour chaque type d'assuré.

Dans ce contexte, le terme de *segmentation* désigne la répartition des clients assurés dans des sous-groupes ayant des caractéristiques de risque communes et entraînant donc des coûts de même niveau. Afin de pouvoir réaliser une telle classification, les critères utilisés doivent satisfaire plusieurs conditions pour que la catégorisation soit pertinente. Les critères doivent notamment :

- Être observables et simples,
- Présenter un lien de causalité avec le niveau de risque,
- Ne pas être injustement discriminatoires,
- Être significatifs, statistiquement et financièrement.

Les compagnies d'assurance non-vie utilisent une multitude de facteurs pour la tarification de leurs produits. Nous en listons ici quelques-uns à titre d'illustration :

- Âge et sexe du preneur d'assurance et d'autres personnes couvertes par le contrat,
- État civil, lieu de résidence et nationalité de l'assuré,
- Niveau d'éducation et profession de l'assuré, nature des activités,
- Valeur de l'objet assuré.

Selon le type de produit, une vingtaine de facteurs sont utilisés pour définir la prime. Notons cependant qu'une réglementation très stricte existe concernant les facteurs de classification qui sont utilisables et ceux qui ne le sont pas. Par exemple, le système de tarification « unisexe », en vigueur dans l'Union Européenne depuis décembre 2012, invoque de ne pas utiliser le genre comme critère de classification. Le problème principal lié à la segmentation est qu'un grand nombre des critères faciles à identifier et à observer du point de vue de l'assureur, notamment les critères démographiques et sociodémographiques, s'avèrent peu pertinents pour déterminer le comportement d'achat et en matière de risque. Ces critères sont de moins en moins représentatifs du comportement réel. Souvent les dimensions pertinentes pour la valeur client sont difficiles à appréhender et non observables par l'assureur.

Éléments de tarification La tarification des assurances non-vie suit une approche descendante (« top-down »). Tout d'abord, l'assureur fait une prévision du coût total d'un portefeuille d'assurance pour ensuite répartir ce coût entre les assurés en tenant compte de leur niveau de risque. Le coût total est donné par la relation :

$$\text{coût total} = (\text{nombre total de sinistres}) \cdot (\text{coût moyen d'un sinistre}),$$

où le nombre total de sinistres, quant à lui, se calcule par :

$$\text{nombre total de sinistres} = (\text{nombre d'assurés}) \cdot \text{fréquence}.$$

La fréquence est définie comme le nombre attendu de sinistres par assuré. Il est possible de la modéliser avec des méthodes statistiques, comme des régressions. Il en est de même pour le coût moyen d'un sinistre. Cette opération doit être répétée régulièrement. En effet, la fréquence évolue dans le temps pour un assuré. Le coût moyen d'un sinistre change également dans le temps, notamment à cause de l'inflation, de changements technologiques et de changements législatifs.

L'étape suivante consiste à répartir les coûts entre les assurés. En effet, les primes des assurés varient selon les critères de classification. Nous commençons par définir un *assuré de base* comme celui qui paie la prime de base. Les caractéristiques de l'assuré de base correspondent à la catégorie la plus importante le long de chaque critère. Ainsi, si, par exemple, il y a plus d'hommes que de femmes dans un portefeuille, l'assuré de base est un homme. Ensuite, nous définissons des relativités r . Les relativités r_i sont des ratios de valeurs entre deux classes identifiées à travers i d'un même critère de classification. En présence de deux critères, nous définissons par r_{ij} la relativité combinant les valeurs pour le critère A, à savoir $r_i^{\text{critère A}}$, et le critère B, à savoir $r_j^{\text{critère B}}$. Les indices i et j se rapportent aux valeurs possibles dans les critères A respectivement B. En faisant l'hypothèse que les effets des critères sont multiplicatifs, la relativité r_{ij} est déterminée par :

$$r_{ij} = r_i^{\text{critère A}} \cdot r_j^{\text{critère B}},$$

où $i \in \{1, \dots, I\}$ avec I le nombre de catégories pour le critère A et $j \in \{1, \dots, J\}$ avec J le nombre de catégories pour le critère B. De façon générale, nous qualifions la relativité r_{ij} comme étant la relativité correspondant à la *cellule* (i, j) . Le terme de « cellule » est utilisé car les relativités peuvent se présenter sous forme de tableau présentant les intersections entre les diverses catégories i et j des critères A et B. Notons qu'il est aussi possible de calculer des relativités avec plus de deux dimensions, telle que r_{ijkl} représentant une relativité à quatre dimensions et donc combinant les effets de quatre critères. En supposant que l'hypothèse de multiplicativité entre les effets des critères est maintenue, le raisonnement est le même que pour le cas à deux critères.

Relativités en présence de deux critères de classification

Considérons l'exemple d'une assurance automobile pour laquelle deux critères de classification se sont montrés statistiquement significatifs : le sexe de l'assuré et la région de sa résidence principale. Notons $i = 1$ et $i = 2$ les sexes masculin respectivement féminin et supposons qu'il y a plus d'hommes que de femmes dans le portefeuille. Nous observons qu'une femme ($i = 2$) génère 0.8 fois le coût d'un homme ($i = 1$) en moyenne. Nous considérons quatre régions de résidence dans le deuxième critère : la Suisse romande ($j = 1$), la Suisse italienne ($j = 2$), la Suisse allemande urbaine ($j = 3$) et la Suisse allemande non urbaine ($j = 4$). Dans ces régions, les assurés de la Suisse allemande urbaine sont les plus nombreux. Finalement, nous observons que le coût en Suisse romande et en Suisse italienne correspondent à 1.1 respectivement 1.3 fois celui en Suisse allemande urbaine. Le coût en Suisse allemande non urbaine est 20% plus bas qu'en Suisse allemande urbaine. Quelles sont les relativités combinées sous l'hypothèse que les effets des critères sont multiplicatifs ?

Les relativités liées au sexe sont alors les suivantes :

$$\begin{aligned} r_1^{\text{sexe}} &= 1, \\ r_2^{\text{sexe}} &= 0.8. \end{aligned}$$

Pour les régions de résidence nous avons les relativités suivantes :

$$\begin{aligned} r_1^{\text{région}} &= 1.1, \\ r_2^{\text{région}} &= 1.3, \\ r_3^{\text{région}} &= 1, \\ r_4^{\text{région}} &= 0.8. \end{aligned}$$

Nous calculons les relativités combinées sous l'hypothèse de multiplicativité :

$$r_{ij} = r_i^{\text{sexe}} \cdot r_j^{\text{région}}, \quad i = 1, 2, \quad j = 1, 2, 3, 4.$$

L'assuré de base est un homme ($i = 1$) vivant en Suisse allemande urbaine ($j = 3$). La cellule (1, 3) est appelée cellule de base. Nous avons ici :

$$r_{13} = r_1^{\text{sexe}} \cdot r_3^{\text{région}} = 1.0 \cdot 1.0 = 1.$$

Pour une assurée vivant en Suisse italienne, nous trouvons qu'elle génère 1.04 fois le coût de l'assuré de base. En effet,

$$r_{22} = r_2^{\text{sexe}} \cdot r_2^{\text{région}} = 0.8 \cdot 1.3 = 1.04.$$

Les autres relativités se calculent en suivant le même raisonnement. Nous représentons ces relativités de manière synthétique dans le tableau 6.6.

Sexe (i)	Région (j)			
	1	2	3	4
1	1.10	1.30	1.00	0.80
2	0.88	1.04	0.80	0.64

Tableau 6.6 – Illustration des relativités en présence de deux critères de classification.

Afin de calculer la prime de base, nous nous basons sur l'idée du principe d'équivalence actuarielle (voir la définition 6.1) introduit pour les assurances vie à la section 6.1 : la somme des primes doit être égale à la somme des coûts totaux projetés. Ces coûts totaux s'obtiennent à travers la formule :

$$\text{coût total projeté} = \text{somme des primes} = n \cdot (\text{prime moyenne}) = \sum_i \sum_j n_{ij} \cdot P_{ij},$$

où n représente le nombre total d'assurés, n_{ij} le nombre d'assurés dans la cellule (i, j) et P_{ij} la prime d'un assuré de la cellule (i, j) . Cette prime P_{ij} se calcule à partir de la prime de base de la manière suivante :

$$P_{ij} = r_{ij} \cdot k,$$

où k est la prime de base et r_{ij} la relativité pour la cellule (i, j) .

Notons que le total des primes dans la cellule (i, j) doit être proportionnel au nombre des assurés dans cette cellule et au niveau de coût de ces assurés par rapport à l'assuré de base. Formellement, plusieurs expressions permettent de décomposer le coût total selon les données disponibles :

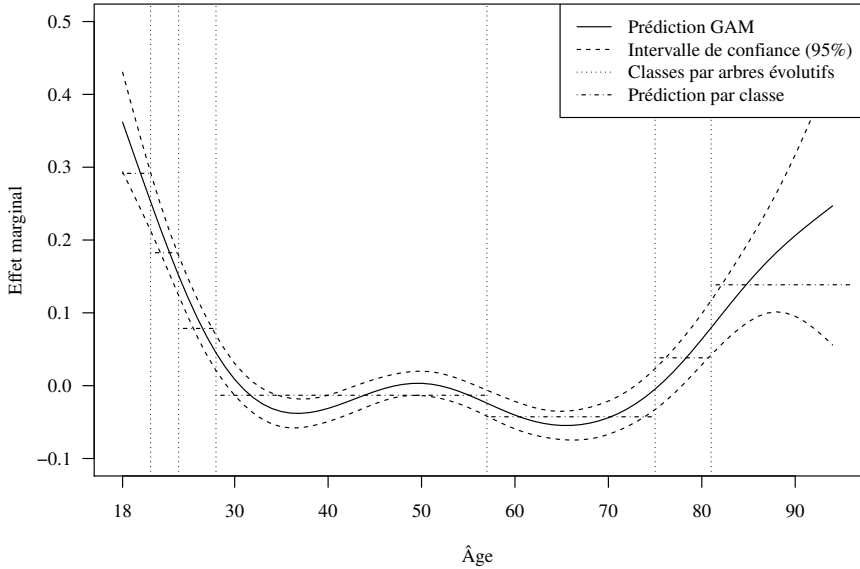
$$\sum_i \sum_j n_{ij} \cdot P_{ij} = \sum_i \sum_j n_{ij} \cdot r_{ij} \cdot k = n \cdot (\text{prime moyenne}) = \text{coût total}.$$

La prime de base k peut être exprimée de différentes manières :

$$k = \frac{n \cdot (\text{prime moyenne})}{\sum_i \sum_j n_{ij} \cdot r_{ij}} = \frac{\text{prime moyenne}}{\sum_i \sum_j r_{ij} \cdot \frac{n_{ij}}{n}} = \frac{\text{coût total}}{\sum_i \sum_j n_{ij} \cdot r_{ij}}.$$

Évolution des modèles de tarification Ci-dessus nous avons évoqué que le coût et la fréquence d'un sinistre peuvent être modélisés par des régressions. En effet, généralisant l'idée des relativités, des modèles de régression calibrés sur des données historiques de la sinistralité permettent de mettre en relation le coût et la fréquence des dommages avec les caractéristiques de l'assuré ou de la chose assurée. De tels modèles de régression sont de plus en plus utilisés par les compagnies d'assurances aujourd'hui. Ces analyses recourent à des outils traditionnels de l'économétrie et se basent le plus souvent sur des régressions linéaires ou des modèles linéaires généralisés (GLM).

Plus récemment, lorsque les facteurs explicatifs sont des variables continues, les actuaires ont recours à des modèles additifs généralisés. Dans ces modèles, les variables continues agissent sur la réponse à travers des fonctions de lissage (voir, par exemple, Henckaerts et al., 2018 et Denuit et al. 2019a; 2019b; 2020). Une telle approche, combinée avec une méthode de classification, permet également d'optimiser les catégories à utiliser si on désire revenir à des variables catégoriques pour la tarification. Une application intéressante est par exemple la détermination de classes d'âges pour une assurance auto casco à l'aide d'arbres évolutifs. Nous illustrons ce concept dans la figure 6.16. L'illustration montre l'effet de l'âge du conducteur principal sur la sévérité des sinistres dans une assurance casco et se base sur les données d'un assureur suisse (Staudt et Wagner, 2021). Pour modéliser les effets, nous utilisons un modèle additif généralisé, en anglais « generalized additive model » ou GAM, qui permet d'établir une relation fonctionnelle de l'âge sur le montant des sinistres. L'application d'arbres évolutifs permet de classifier les âges en plusieurs catégories. La figure 6.16 illustre les 8 classes (lignes verticales) qu'un



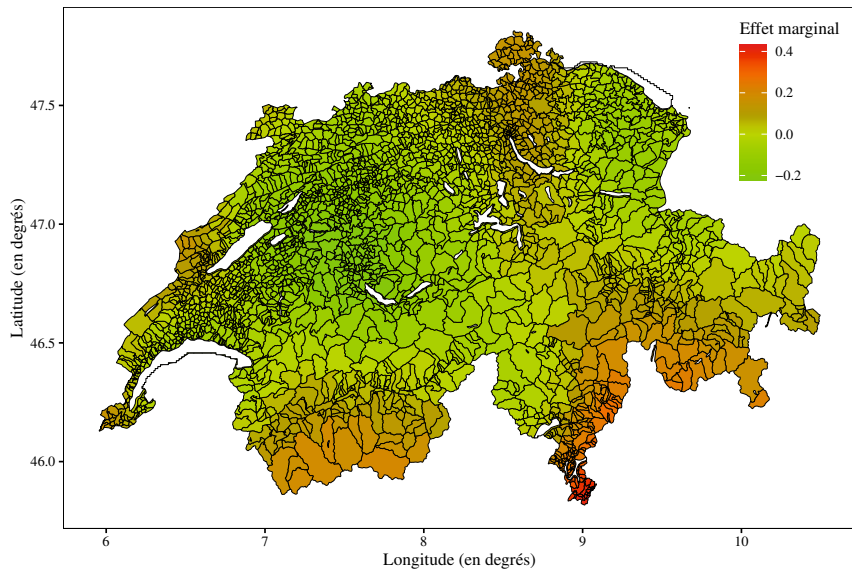
Note : La prédiction GAM est celle d'un modèle additif généralisé. L'effet marginal sur l'axe vertical correspond à la prédiction par une fonction de lissage de l'effet de l'âge.

FIGURE 6.16 – Modélisation des effets de l'âge sur les dommages casco dans l'assurance auto (adapté de Staudt et Wagner, 2021, figure 2a).

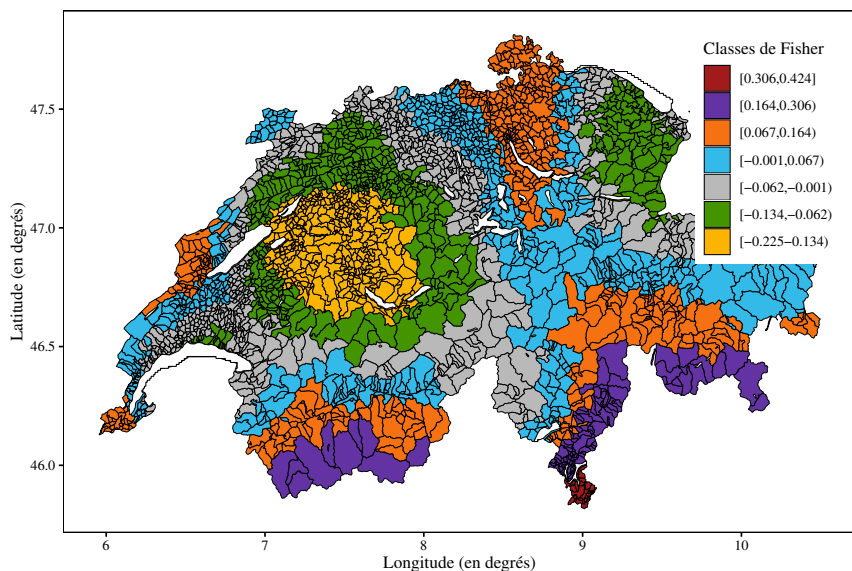
tel algorithme peut dériver du modèle GAM. Pour chacune des classes, les lignes horizontales indiquent la prédiction de l'effet moyen.

Une application similaire peut être développée en deux dimensions. Pour illustrer cela, nous étendons l'exemple précédent et considérons les codes postaux de la résidence des preneurs d'assurance. Nous codons les régions des codes postaux à travers leurs coordonnées géographiques, la longitude et la latitude. L'effet du lieu de résidence sur les sinistres est illustré par le graphique de la figure 6.17(a). Nous constatons que l'effet varie grandement par région de code postal. En appliquant l'algorithme « Fisher's natural breaks classification », nous obtenons des régions qui présentent des effets similaires en termes d'effet sur les dommages. Ces régions sont illustrées dans la figure 6.17(b). Nous constatons que les régions obtenues sont très différentes des cantons qui sont typiquement utilisés comme classes par les assureurs.

Avec l'essor de méthodes plus sophistiquées et aussi l'apprentissage machine, ou « machine learning » en anglais, de nouvelles méthodes de classification des assurés deviennent possibles. Ces méthodes sont en partie encore difficiles à mettre en oeuvre en pratique parce que la pertinence statistique des facteurs de risque doit pouvoir être montrée, l'interprétation des résultats est souvent peu évidente et nombreux sont les algorithmes qui agissent en boîte noire.



(a) Effet marginal de l'effet du lieu de résidence pris par région de code postal.



(b) Classes de Fisher dérivées de la figure 6.17(a).

FIGURE 6.17 – Modélisation des effets du lieu de résidence sur les dommages casco dans l'assurance auto (adapté de Staudt et Wagner, 2021, figures 3 et 5).

Notons que l'innovation dans les produits d'assurance peut également exiger le développement de nouveaux modèles de tarification. Dans l'assurance véhicules par exemple, de nouveaux types de contrats « pay as you drive » proposent une tarification basée sur l'usage. L'usage du véhicule est enregistré par un dispositif relié à un GPS qui localise la voiture. Ainsi les parcours effectués sont caractérisés par la position et la vitesse du véhicule qui sont transmises à l'assureur. Le calcul de la prime se fait alors sur la base des données télématiques collectées (Verbelen et al., 2018; Geyer et al., 2020; Guillen et al., 2021).

Réserves mathématiques À la section 6.4 nous avons défini le concept et exposé le calcul des réserves mathématiques pour les contrats d'assurance vie. En assurance non-vie, le contexte est plus varié et plusieurs types de réserves peuvent être déterminés. Nous esquissons ici seulement les méthodes de calcul de la réserve ayant pour objectif de faire face aux sinistres futurs. Alors qu'il existe diverses méthodes de calculs, la sélection de la méthode dépend, entre autres, de la branche d'assurance, des données ou informations disponibles ainsi que de la précision désirée. De manière générale, lorsqu'un nombre important de données est disponible, comme c'est typiquement le cas pour l'historique des sinistres observés dans un portefeuille d'assurance, il est possible de faire appel à une des méthodes suivantes.

Les méthodes déterministes permettent d'estimer de façon simple la réserve nécessaire en se basant sur une hypothèse de stabilité dans l'évolution des sinistres. Ensuite, les méthodes stochastiques, plus complexes que les méthodes déterministes, permettent de définir un intervalle de confiance autour de l'estimation obtenue. Si de nombreuses caractéristiques sur les assurés dans le portefeuille sont connues, il est parfois judicieux de faire appel à des modèles de type régression ou apprentissage machine puisqu'ils peuvent amener une meilleure précision. Finalement, dans les situations où le nombre de sinistres observé est très faible mais que les pertes engendrées par ces sinistres sont très élevées, on fait appel à des méthodes basées sur la théorie des valeurs extrêmes. Le livre de Denuit et Charpentier (2005) donne un aperçu complet des mathématiques de l'assurance non-vie.

Bibliographie

- Abdel-Khalik, A. R., 2013, *Accounting for Risk, Hedging and Complex Contracts*. Routledge, New York. [🔗 www.routledge.com/p/book/9780415808934](http://www.routledge.com/p/book/9780415808934)
- Arnold, S., A. Jijiie, E. Jondeau et M. Rockinger, 2019, Periodic or generational actuarial tables: which one to choose?, *European Actuarial Journal*, 9(2):519–554. [🔗 https://doi.org/10.1007/s13385-019-00198-x](https://doi.org/10.1007/s13385-019-00198-x)
- Arrow, K. J., 1963, Uncertainty and the Welfare Economics of Medical Care, *The American Economic Review*, 53(5):941–973. [🔗 www.jstor.org/stable/1812044](http://www.jstor.org/stable/1812044)
- Association Suisse d'Assurances, 2018, «Emerging risks», évaluation sous l'angle de la responsabilité civile. [🔗 www.svv.ch/fr/secteur/assurance-de-la-responsabilite-civile/emerging-risks-evaluation-sous-l-angle-de-la](http://www.svv.ch/fr/secteur/assurance-de-la-responsabilite-civile/emerging-risks-evaluation-sous-l-angle-de-la)
- Association Suisse d'Assurances, 2019, Création de valeur du secteur de l'assurance suisse. [🔗 www.svv.ch/fr/lasa/publications/chiffres-et-faits/chiffres-et-faits/performance-economique](http://www.svv.ch/fr/lasa/publications/chiffres-et-faits/chiffres-et-faits/performance-economique)
- Association Suisse d'Assurances, 2020, Statistique du personnel, Rapport technique, Zurich. [🔗 www.svv.ch/sites/default/files/2020-10/ASA_Statistiquedupersonnel_2019_FR_01.pdf](http://www.svv.ch/sites/default/files/2020-10/ASA_Statistiquedupersonnel_2019_FR_01.pdf)
- Autorité Fédérale de Surveillance des Marchés Financiers, 2020, Rapport 2019 sur le marché de l'assurance, Rapport technique. [🔗 www.finma.ch/fr/documentation/publications-finma/rapports/rapport-sur-le-marche-de-l-assurance/](http://www.finma.ch/fr/documentation/publications-finma/rapports/rapport-sur-le-marche-de-l-assurance/)
- Aven, T., 2011, On the new ISO guide on risk management terminology, *Reliability Engineering and System Safety*, 96(7):719–726. [🔗 https://doi.org/10.1016/j.res.2010.12.020](https://doi.org/10.1016/j.res.2010.12.020)
- Aven, T., 2012, Foundational Issues in Risk Assessment and Risk Management, *Risk Analysis*, 32(10):1647–1656. [🔗 https://doi.org/10.1111/j.1539-6924.2012.01798.x](https://doi.org/10.1111/j.1539-6924.2012.01798.x)
- Bakker, J. A., J. Kruk, A. E. Lanting et S. Milisauskas, 1999, The earliest evidence of wheeled vehicles in Europe and the Near East, *Antiquity*, 73(282):778–790. [🔗 https://doi.org/10.1017/S0003598X00065522](https://doi.org/10.1017/S0003598X00065522)
- Baranoff, E., P. L. Brockett, Y. Kahane et D. Baranoff, 2019, *Enterprise and Individual Risk Management*. [🔗 https://catalog.flatworldknowledge.com/catalog/editions/baranoff_2-risk-management-enterprises-individuals-2-0](https://catalog.flatworldknowledge.com/catalog/editions/baranoff_2-risk-management-enterprises-individuals-2-0)
- Basel Committee on Banking Supervision, 2006, *International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards*. June. [🔗 www.bis.org/publ/bcbs128.pdf](http://www.bis.org/publ/bcbs128.pdf)

- Berliner, B., 1982, *Limits of Insurability of Risks*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs.
- Bernoulli, D., 1954, Exposition of a New Theory on the Measurement of Risk, *Econometrica*, 22(1):23–36. [☞ www.jstor.org/stable/1909829](http://www.jstor.org/stable/1909829)
- Biener, C., M. Eling, A. Matt et J. H. Wirfs, 2015a, *Cyber Risk: Risikomanagement und Versicherbarkeit*. Institut für Versicherungswirtschaft, Universität St. Gallen, St. Gallen. [☞ www.kessler.ch/fileadmin/09_PDFs/Cyber_Risk_Risikomanagement_und_Versicherbarkeit_de.pdf](http://www.kessler.ch/fileadmin/09_PDFs/Cyber_Risk_Risikomanagement_und_Versicherbarkeit_de.pdf)
- Biener, C., M. Eling et J. H. Wirfs, 2015b, Insurability of Cyber Risk: An Empirical Analysis, *The Geneva Papers on Risk and Insurance - Issues and Practice*, 40(1):131–158. [☞ http://doi.org/10.1057/gpp.2014.19](http://doi.org/10.1057/gpp.2014.19)
- Blum, V., P. E. Théron, D. Alexander, E. Laffort et S. Jancevska, 2019, New developments in language issues in accounting regulation: likelihood terms and the certainty of uncertainty, *HAL Working Papers*, 01991845. [☞ https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01991845](https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01991845) [☞ https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02387303](https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02387303)
- Blundell-Wignall, A., 2008, The Subprime Crisis: Size, Deleveraging and Some Policy Options, *Financial Market Trends*, 94. [☞ www.oecd.org/finance/financial-markets/40451721.pdf](http://www.oecd.org/finance/financial-markets/40451721.pdf)
- Borghesi, A. et B. Gaudenzi, 2013, *Risk Management*. Perspectives in Business Culture. Springer, Milan. [☞ https://doi.org/10.1007/978-88-470-2531-8](https://doi.org/10.1007/978-88-470-2531-8)
- Bowers, N. L., H. U. Gerber, J. C. Hickman, D. A. Jones et C. J. Nesbitt, 1997, *Actuarial Mathematics*. The Society of Actuaries.
- Boyer, M., 2008, Une brève histoire des assurances au Moyen Âge, *Assurances et gestion des risques*, 76(3):83–97. [☞ www.revueassurances.ca/wp-content/uploads/2016/01/2008_76_no3_Boyer.pdf](http://www.revueassurances.ca/wp-content/uploads/2016/01/2008_76_no3_Boyer.pdf)
- Brulhart, V., 2010, Petite histoire de l'assurance: du commerce maritime à la protection du consommateur, Dans S. Fuhrer, éditeur, *Schweizerische Gesellschaft für Haftpflicht- und Versicherungsrecht: Festschrift zum fünfzigjährigen Bestehen*, pages 59–69. Schulthess. [☞ https://stephan-fuhrer.ch/assets/files/AufsaeetzeDritter/2010FSSGHVR-BRULHART-VersGeschichte.pdf](https://stephan-fuhrer.ch/assets/files/AufsaeetzeDritter/2010FSSGHVR-BRULHART-VersGeschichte.pdf)
- Brulhart, V., 2017, *Droit des assurances privées*. Stämpfli, Bern.
- Cebula, J. J. et L. R. Young, 2010, A Taxonomy of Operational Cyber Security Risks, Rapport technique, Carnegie Mellon University, Pittsburgh. [☞ www.sei.cmu.edu/reports/10tn028.pdf](http://www.sei.cmu.edu/reports/10tn028.pdf)
- Centre National pour la Cybersécurité, 2020, Centre National pour la Cybersécurité. [☞ www.ncsc.admin.ch/ncsc/fr/home.html](http://www.ncsc.admin.ch/ncsc/fr/home.html)
- Confédération Suisse, 2020, Loi fédérale complétant le Code civil suisse : Droit des obligations. [☞ www.admin.ch/opc/fr/classified-compilation/19110009/index.html](http://www.admin.ch/opc/fr/classified-compilation/19110009/index.html)
- Conseil Fédéral, 2011, Recueil systématique du droit interne : Loi fédérale sur le contrat d'assurance. [☞ www.admin.ch/opc/fr/classified-compilation/19080008/index.html](http://www.admin.ch/opc/fr/classified-compilation/19080008/index.html)
- Conseil Fédéral, 2020, Recueil systématique du droit interne : Assurance sociale. [☞ www.admin.ch/opc/fr/classified-compilation/83.html](http://www.admin.ch/opc/fr/classified-compilation/83.html)
- Crockford, G. N., 1982, The Bibliography and History of Risk Management: Some Preliminary Observations, *The Geneva Papers on Risk and Insurance - Issues and Practice*, 7(2):169–179. [☞ https://doi.org/10.1057/gpp.1982.10](https://doi.org/10.1057/gpp.1982.10)

Bibliographie

- Darsa, J.-D., 2016, *La gestion des risques en entreprise: identifier, comprendre, maîtriser*. GERESO, Angers. [↗ https://librairie.gereso.com/livre-entreprise/strategie-et-organisation/la-gestion-des-risques-en-entreprise-gese4.html](https://librairie.gereso.com/livre-entreprise/strategie-et-organisation/la-gestion-des-risques-en-entreprise-gese4.html)
- Dellinger, J. K., 2006, *The Handbook of Variable Income Annuities*. Wiley. [↗ https://www.wiley.com/en-us/The+Handbook+of+Variable+Income+Annuities-p-9780471773764](https://www.wiley.com/en-us/The+Handbook+of+Variable+Income+Annuities-p-9780471773764)
- Denuit, M. et A. Charpentier, 2004, *Mathématiques de l'Assurance Non-Vie. Tome I: Principes Fondamentaux de Théorie du Risque*. Collection Économie et Statistiques Avancées. Economica, Paris.
- Denuit, M. et A. Charpentier, 2005, *Mathématiques de l'Assurance Non-Vie. Tome II: Tarification et Provisionnement*. Collection Économie et Statistiques Avancées. Economica, Paris.
- Denuit, M., D. Hainaut et J. Trufin, 2019a, *Effective Statistical Learning Methods for Actuaries I*. Springer Actuarial. Springer International Publishing, Cham. [↗ https://doi.org/10.1007/978-3-030-25820-7](https://doi.org/10.1007/978-3-030-25820-7)
- Denuit, M., D. Hainaut et J. Trufin, 2019b, *Effective Statistical Learning Methods for Actuaries III*. Springer Actuarial. Springer International Publishing, Cham. [↗ https://doi.org/10.1007/978-3-030-25827-6](https://doi.org/10.1007/978-3-030-25827-6)
- Denuit, M., D. Hainaut et J. Trufin, 2020, *Effective Statistical Learning Methods for Actuaries II*. Springer Actuarial. Springer International Publishing, Cham. [↗ https://doi.org/10.1007/978-3-030-57556-4](https://doi.org/10.1007/978-3-030-57556-4)
- Diez, F. C., 1853, *Etymologisches Wörterbuch der romanischen Sprachen*. Bonn. [↗ https://archive.org/stream/etymologischesw00diezuoft](https://archive.org/stream/etymologischesw00diezuoft)
- Dionne, G., 2013, Risk Management: History, Definition, and Critique, *Risk Management and Insurance Review*, 16(2):147–166. [↗ https://doi.org/10.1111/rmir.12016](https://doi.org/10.1111/rmir.12016)
- Doherty, N., 2000, *Integrated Risk Management: Techniques and Strategies for Managing Corporate Risk*. McGraw-Hill, New York.
- Dorfman, M. S. et D. A. Cather, 2012, *Introduction to Risk Management and Insurance*. Pearson, New York. [↗ www.pearson.ch/EAN/9780131394124](http://www.pearson.ch/EAN/9780131394124)
- Durst, S. et M. Zieba, 2019, Mapping knowledge risks: towards a better understanding of knowledge management, *Knowledge Management Research & Practice*, 17(1):1–13. [↗ https://doi.org/10.1080/14778238.2018.1538603](https://doi.org/10.1080/14778238.2018.1538603)
- Eccles, R. G., S. C. Newquist et R. Schatz, 2007, Reputation and Its Risks, *Harvard Business Review*, Février. [↗ https://hbr.org/2007/02/reputation-and-its-risks](https://hbr.org/2007/02/reputation-and-its-risks)
- Ehrlich, I. et G. S. Becker, 1972, Market Insurance, Self-Insurance, and Self-Protection, *Journal of Political Economy*, 80(4):623–648. [↗ https://doi.org/10.1086/259916](https://doi.org/10.1086/259916)
- Établissement d'assurance contre l'incendie et les éléments naturels du Canton de Vaud, 2020, Missions et principes. [↗ https://www.eca-vaud.ch/a-propos-de-l-eca/au-service-de-la-communaute/missions-et-principes](https://www.eca-vaud.ch/a-propos-de-l-eca/au-service-de-la-communaute/missions-et-principes)
- Fracheboud, V., 2015, *Introduction de l'assurance invalidité en Suisse (1944-1960)*. Antipodes. [↗ https://www.antipodes.ch/produit/introduction-de-l-assurance-invalidite-en-suisse-1944-1960](https://www.antipodes.ch/produit/introduction-de-l-assurance-invalidite-en-suisse-1944-1960)
- France, 1715, *Ordonnance de la marine du mois d'août 1681*. Charles Osmont, Paris. [↗ https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k95955s](https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k95955s)

- Fraser, J. et B. J. Simkins, 2011, *Enterprise Risk Management*. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken. [🔗 https://doi.org/10.1002/9781118267080](https://doi.org/10.1002/9781118267080)
- Frenkel, M., U. Hommel et M. Rudolf, 2005, *Risk Management: Challenge and Opportunity*. Springer, Berlin. [🔗 https://doi.org/10.1007/b138437](https://doi.org/10.1007/b138437)
- Gaultier-Gaillard, S. et J.-P. Louisot, 2014, *Diagnostic des risques: identifier, analyser et cartographier les vulnérabilités*. AFNOR, Saint-Denis. [🔗 www.boutique.afnor.org/livre/-/article/818170/fa092751](http://www.boutique.afnor.org/livre/-/article/818170/fa092751)
- Geyer, A., D. Kremslehner et A. Muermann, 2020, Asymmetric Information in Automobile Insurance: Evidence From Driving Behavior, *Journal of Risk and Insurance*, 87(4):969–995. [🔗 https://doi.org/10.1111/jori.12279](https://doi.org/10.1111/jori.12279)
- Grey, H. M., 1893, *Lloyd's: Yesterday and to-day*. John Haddon. [🔗 https://books.google.ch/books?id=sjUpAAAAAYAAJ](https://books.google.ch/books?id=sjUpAAAAAYAAJ)
- Guichet cartographique du Canton de Vaud, 2020, Carte des dangers naturels. [🔗 https://www.geo.vd.ch/?mapresources=GEOVD_DANGER_NATUREL](https://www.geo.vd.ch/?mapresources=GEOVD_DANGER_NATUREL)
- Guillen, M., J. P. Nielsen et A. M. Pérez-Marín, 2021, Near-miss telematics in motor insurance, *Journal of Risk and Insurance*, 88(3):569–589. [🔗 https://doi.org/10.1111/jori.12340](https://doi.org/10.1111/jori.12340)
- Harrington, S. E. et G. Niehaus, 2003, *Risk Management & Insurance*. McGraw-Hill, New York.
- Hauser, W., 2011, *Stadt in Flammen: Der Brand von Glarus im Jahre 1861*. Limmat, Glarus. [🔗 www.limmatverlag.ch/programm/titel/138-stadt-in-flammen.html](http://www.limmatverlag.ch/programm/titel/138-stadt-in-flammen.html)
- Head, G. L. et S. Horn, 1997, *Essentials of Risk Management*. Insurance Institute of America, New York.
- Hebrard, P., 2004, La détresse des Pays-Bas : De Witt, Hudde et les rentes viagères d'Amsterdam (1671-1673), *Mathématiques et sciences humaines*, 166:47–63. [🔗 https://doi.org/10.4000/msh.2891](https://doi.org/10.4000/msh.2891)
- Henckaerts, R., K. Antonio, M. Clijsters et R. Verbelen, 2018, A data driven binning strategy for the construction of insurance tariff classes, *Scandinavian Actuarial Journal*, 2018(8):681–705. [🔗 https://doi.org/10.1080/03461238.2018.1429300](https://doi.org/10.1080/03461238.2018.1429300)
- Heon, S. et D. Parsoire, 2017, La couverture du cyber-risque, *Revue d'Économie Financière*, 126:169–182. [🔗 www.aef.asso.fr/publications/revue-d-economie-financiere/126-l-industrie-de-l-assurance-et-ses-mutations/3520-la-couverture-du-cyber-risque](http://www.aef.asso.fr/publications/revue-d-economie-financiere/126-l-industrie-de-l-assurance-et-ses-mutations/3520-la-couverture-du-cyber-risque)
- Hull, J. C., 2018, *Gestion des risques et institutions financières*. Pearson, Paris. [🔗 www.pearson.ch/EAN/9782326001282](http://www.pearson.ch/EAN/9782326001282)
- Kaplan, R. S. et A. Mikes, 2012, Managing Risks: A New Framework, *Harvard Business Review*, Juin. [🔗 https://hbr.org/2012/06/managing-risks-a-new-framework#Dcomment-section](https://hbr.org/2012/06/managing-risks-a-new-framework#Dcomment-section)
- Kessler, 2009, *Gestion du Risque Ressources Humaines: Connaître les Risques et les Minimiser*. Zurich. [🔗 www.kessler.ch/fileadmin/09_PDFs/KS_Factsheet_HRRM_fr.pdf](http://www.kessler.ch/fileadmin/09_PDFs/KS_Factsheet_HRRM_fr.pdf)
- Koch, P., 2012, *Geschichte der Versicherungswirtschaft in Deutschland*. Verlag Versicherungswirtschaft, Karlsruhe.
- Körner, M. et B. Degen, 2014, Assurances, dans *Dictionnaire historique de la Suisse*. Académie suisse des sciences humaines et sociales. [🔗 https://hls-dhs-dss.ch/fr/articles/014066](https://hls-dhs-dss.ch/fr/articles/014066)

Bibliographie

- Kreager, P., 1993, Histories of Demography: A Review Article, *Population Studies*, 47(3):519–539. [↗](https://doi.org/10.1080/0032472031000147286) https://doi.org/10.1080/0032472031000147286
- Kshetri, N., 2010, Diffusion and effects of cyber-crime in developing economies, *Third World Quarterly*, 31(7):1057–1079. [↗](https://doi.org/10.1080/01436597.2010.518752) https://doi.org/10.1080/01436597.2010.518752
- Lam, J., 2014, *Enterprise Risk Management: From Incentives to Controls*. Wiley, New York. [↗](https://doi.org/10.1002/9781118836477) https://doi.org/10.1002/9781118836477
- Larousse, 2020, Dictionnaire de langue française: risque. [↗](http://www.larousse.fr/dictionnaires/francais/risque) www.larousse.fr/dictionnaires/francais/risque
- Le Robert, 2020, Le Petit Robert de la langue française: risque. [↗](https://petitrobert.lerobert.com/robert.asp) https://petitrobert.lerobert.com/robert.asp
- Louisot, J.-P., 2014, *Gestion des risques*. AFNOR, Saint-Denis. [↗](http://www.boutique.afnor.org/book/-/article/818882/ouv001059) www.boutique.afnor.org/book/-/article/818882/ouv001059
- Maquet, A., 1991, *Des primes d'assurance au financement des risques*. Bruylant, Bruxelles.
- McKeever, K., 2009, A Short History of Tontines, *Fordham Journal of Corporate & Financial Law*, 15(2). [↗](https://ir.lawnet.fordham.edu/jcfl/vol15/iss2/) https://ir.lawnet.fordham.edu/jcfl/vol15/iss2/
- McNeil, A. J., R. Frey et P. Embrechts, 2015, *Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques and Tools*. Princeton University Press, New Jersey. [↗](https://press.princeton.edu/books/hardcover/9780691166278/quantitative-risk-management) https://press.princeton.edu/books/hardcover/9780691166278/quantitative-risk-management
- Mehr, R. I. et B. A. Hedges, 1963, *Risk Management in the Business Enterprise*. Homewood.
- Métayer, Y. et L. Hirsch, 2007, *Premiers pas dans le management des risques*. AFNOR, Saint-Denis. [↗](http://www.boutique.afnor.org/livre/-/article/644896/fa092664) www.boutique.afnor.org/livre/-/article/644896/fa092664
- Meyer, K., A. Mikes et R. S. Kaplan, 2021, When Every Employee Is a Risk Manager, *Harvard Business Review*. [↗](https://hbr.org/2021/01/when-every-employee-is-a-risk-manager) https://hbr.org/2021/01/when-every-employee-is-a-risk-manager
- Molin, M., 2006, *Les Régulations sociales dans l'Antiquité*. Presses universitaires de Rennes. [↗](https://doi.org/10.4000/books.pur.20318) https://doi.org/10.4000/books.pur.20318
- Müller, R., M.-N. Zen-Ruffinen et J. Monnier, 2019, *Guide pratique du conseil d'administration*. Schulthess, Zurich. [↗](http://www.schulthess.com/verlag/detail/ISBN-9783725586448/) www.schulthess.com/verlag/detail/ISBN-9783725586448/
- National Commission on Terrorist Attacks Upon the United States, 2004, *The 9/11 Commission Report*. [↗](https://9-11commission.gov/report) https://9-11commission.gov/report
- Nelli, H. O., 1972, The Earliest Insurance Contract: A New Discovery, *The Journal of Risk and Insurance*, 39(2):215–220. [↗](https://doi.org/10.2307/251881) https://doi.org/10.2307/251881
- OECD, 2013, Integrity Risk Management, Dans *OECD Integrity Review of Italy: Reinforcing Public Sector Integrity, Restoring Trust for Sustainable Growth*, chapitre 7, pages 105–151. OECD Publishing, Paris. [↗](https://doi.org/10.1787/9789264193819-en) https://doi.org/10.1787/9789264193819-en
- Ofek, E. et M. Richardson, 2003, DotCom Mania: The Rise and Fall of Internet Stock Prices, *The Journal of Finance*, 58(3):1113–1137. [↗](https://doi.org/10.1111/1540-6261.00560) https://doi.org/10.1111/1540-6261.00560
- Office Fédéral de la Santé Publique, 2020, Assurances. [↗](http://www.bag.admin.ch/bag/fr/home/versicherungen.html) www.bag.admin.ch/bag/fr/home/versicherungen.html

Bibliographie

- Office Fédéral de la Statistique, 2020a, Accidents de la circulation routière: causes présumées. [🔗 www.bfs.admin.ch/asset/fr/px-x-1106010100_106](http://www.bfs.admin.ch/asset/fr/px-x-1106010100_106)
- Office Fédéral de la Statistique, 2020b, Assurance-vieillesse et survivants (AVS) : finances de l'AVS. [🔗 www.bfs.admin.ch/asset/fr/je-f-13.04.01.01](http://www.bfs.admin.ch/asset/fr/je-f-13.04.01.01)
- Office Fédéral de la Statistique, 2020c, Enquête sur le budget des ménages : Dépenses détaillées de l'ensemble des ménages selon l'année. [🔗 www.bfs.admin.ch/asset/fr/je-f-20.02.01.02.01](http://www.bfs.admin.ch/asset/fr/je-f-20.02.01.02.01)
- Office Fédéral de la Statistique, 2020d, Sécurité sociale. [🔗 www.bfs.admin.ch/bfs/fr/home/statistiques/securite-sociale.html](http://www.bfs.admin.ch/bfs/fr/home/statistiques/securite-sociale.html)
- Office Fédéral des Assurances Sociales, 2014, Histoire de la sécurité sociale. [🔗 www.histoiredelasecuritesociale.ch](http://www.histoiredelasecuritesociale.ch)
- Office Fédéral des Assurances Sociales, 2020a, Aperçu de la sécurité sociale. [🔗 www.bsv.admin.ch/bsv/fr/home/assurances-sociales/ueberblick.html](http://www.bsv.admin.ch/bsv/fr/home/assurances-sociales/ueberblick.html)
- Office Fédéral des Assurances Sociales, 2020b, Assurances sociales. [🔗 www.bsv.admin.ch/bsv/fr/home.html](http://www.bsv.admin.ch/bsv/fr/home.html)
- Office Fédéral des Assurances Sociales, 2020c, Statistique des assurances sociales suisses 2020, Rapport technique. [🔗 https://www.bsv.admin.ch/dam/bsv/fr/dokumente/themenuebergreifend/statistiken/SVS_DE_2020.pdf.download.pdf/Statistique%20des%20assurances%20sociales%20suisses%202020.pdf](https://www.bsv.admin.ch/dam/bsv/fr/dokumente/themenuebergreifend/statistiken/SVS_DE_2020.pdf.download.pdf/Statistique%20des%20assurances%20sociales%20suisses%202020.pdf)
- Office Fédéral des Assurances Sociales, 2021, Cotisations aux assurances sociales. [🔗 www.bsv.admin.ch/bsv/fr/home/assurances-sociales/ueberblick/beitraege.html](http://www.bsv.admin.ch/bsv/fr/home/assurances-sociales/ueberblick/beitraege.html)
- Organisation Internationale de Normalisation, 2009, *ISO Guide 73:2009 : Management du risque - Vocabulaire*. Organisation internationale de normalisation, Genève. [🔗 www.iso.org/fr/standard/44651.html](http://www.iso.org/fr/standard/44651.html)
- Organisation Internationale de Normalisation, 2018, *ISO 31000:2018 : Management du risque - Principes et lignes directrices*. Organisation internationale de normalisation, Genève. [🔗 www.iso.org/fr/standard/65694.html](http://www.iso.org/fr/standard/65694.html)
- Perrott, B. E., 2007, A strategic risk approach to knowledge management, *Business Horizons*, 50(6):523–533. [🔗 https://doi.org/10.1016/j.bushor.2007.08.002](https://doi.org/10.1016/j.bushor.2007.08.002)
- Piron, S., 2004, L'apparition du resicum en Méditerranée occidentale, XIIe-XIIIe siècles, dans E. Collas-Heddeland, M. Coudry, O. Kammerer, A. J. Lemaître et B. Martin, éditeurs, *Pour une histoire culturelle du risque : Genèse, évolution, actualité du concept dans les sociétés occidentales*, pages 59–76. Histoire et Anthropologie, Strasbourg. [🔗 https://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00004835](https://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00004835)
- Pradier, P.-C., 2006, *La notion de risque en économie*. La Découverte, Paris. [🔗 www.cairn.info/la-notion-de-risque-en-economie--9782707139085.htm](http://www.cairn.info/la-notion-de-risque-en-economie--9782707139085.htm)
- Pratt, J. W., 1964, Risk Aversion in the Small and in the Large, *Econometrica*, 32(1):122–136. [🔗 www.jstor.org/stable/1913738](http://www.jstor.org/stable/1913738)
- Promislow, S. D., 2015, *Fundamentals of Actuarial Mathematics*. Wiley, Chichester, UK. [🔗 https://www.wiley.com/en-us/Fundamentals+of+Actuarial+Mathematics%2C+3rd+Edition-p-9781118782460](https://www.wiley.com/en-us/Fundamentals+of+Actuarial+Mathematics%2C+3rd+Edition-p-9781118782460)
- Rejda, G. E. et M. J. McNamara, 2017, *Principles of Risk Management and Insurance*. Pearson, New Jersey. [🔗 www.pearson.ch/EAN/9781292151038](http://www.pearson.ch/EAN/9781292151038)

- Rockinger, M., 2012, Academic View: Underestimating Risk, *The Economist*. [↗ www.economist.com/whichmba/academic-view-underestimating-risk-0](http://www.economist.com/whichmba/academic-view-underestimating-risk-0)
- Schein, E. H., 2016, *Organizational Culture and Leadership: A Dynamic View*. Wiley. [↗ https://www.wiley.com/en-us/Organizational+Culture+and+Leadership%2C+5th+Edition-p-9781119212041](https://www.wiley.com/en-us/Organizational+Culture+and+Leadership%2C+5th+Edition-p-9781119212041)
- Shackelford, S. J., 2012, Should your firm invest in cyber risk insurance?, *Business Horizons*, 55(4):349–356. [↗ http://dx.doi.org/10.1016/j.bushor.2012.02.004](http://dx.doi.org/10.1016/j.bushor.2012.02.004)
- Shkolnikov, V., M. Barbieri et J. Wilmoth, 2021, The Human Mortality Database. [↗ www.mortality.org](http://www.mortality.org)
- Statistique Vaud, 2019, Assurances des bâtiments et mobilière contre l'incendie 1985-2018. [↗ www.stat.vd.ch/ass_privées](http://www.stat.vd.ch/ass_privées)
- Staudt, Y. et J. Wagner, 2021, Assessing the Performance of Random Forests for Modeling Claim Severity in Collision Car Insurance, *Risks*, 9(53). [↗ https://doi.org/10.3390/risks9030053](https://doi.org/10.3390/risks9030053)
- Suva, 2020, Le modèle Suva. [↗ www.suva.ch/fr-ch/la-suva/autoportrait/la-suva](http://www.suva.ch/fr-ch/la-suva/autoportrait/la-suva)
- Swiss Re, 1999, Le transfert alternatif des risques (ART) pour les entreprises : phénomène de mode ou formule idéale pour gérer les risques au IIIe millénaire ?, Rapport technique, Zurich.
- Swiss Re, 2003, Transfert alternatif des risques (ART) : état des lieux, Rapport technique, Zurich.
- Swiss Re, 2005, Innover pour assurer l'inassurable, Rapport technique, Zurich.
- Swiss Re, 2009, Le rôle des indices dans le transfert des risques d'assurance aux marchés des capitaux, Rapport technique, Zurich. [↗ www.swissre.com/institute/research/sigma-research/sigma-2009-04.html](http://www.swissre.com/institute/research/sigma-research/sigma-2009-04.html)
- Swiss Re, 2012, Assurer des risques d'entreprise en constante évolution, Rapport technique. [↗ www.swissre.com/institute/library/sigma-2012-05-fr.html](http://www.swissre.com/institute/library/sigma-2012-05-fr.html)
- Swiss Re, 2013, Kaleidoscope of Insurance History. [↗ https://history.swissre.com](https://history.swissre.com)
- Swiss Re, 2014, *A History of Insurance*. Zurich. [↗ www.swissre.com/dam/jcr:638f00a0-71b9-4d8e-a960-dddaf9ba57cb/150_history_of_insurance.pdf](http://www.swissre.com/dam/jcr:638f00a0-71b9-4d8e-a960-dddaf9ba57cb/150_history_of_insurance.pdf)
- Swiss Re, 2017, *Histoire de l'Assurance en Suisse*. Zurich. [↗ www.swissre.com/dam/jcr:c4313ff1-60fc-43af-b33e-a0dbd8819189/150Y_Markt_Broschuere_Schweiz_FR_Inhalt.pdf](http://www.swissre.com/dam/jcr:c4313ff1-60fc-43af-b33e-a0dbd8819189/150Y_Markt_Broschuere_Schweiz_FR_Inhalt.pdf)
- Swiss Re, 2019a, *Catastrophes Naturelles et Techniques en 2018: Les Périls "Secondaires" en Première Ligne*. Zurich. [↗ www.swissre.com/institute/research/sigma-research/sigma-2019-02](http://www.swissre.com/institute/research/sigma-research/sigma-2019-02)
- Swiss Re, 2019b, L'Assurance dans le monde : le grand tournant vers l'Est se poursuit, Rapport technique, Zurich. [↗ www.swissre.com/institute/research/sigma-research/sigma-2019-03.html](http://www.swissre.com/institute/research/sigma-research/sigma-2019-03.html)
- Swiss Re, 2020a, Sigma-explorer: World insurance premiums. [↗ www.sigma-explorer.com](http://www.sigma-explorer.com)
- Swiss Re, 2020b, World insurance: riding out the 2020 pandemic storm, Rapport technique, Zurich. [↗ www.swissre.com/institute/research/sigma-research/sigma-2020-04.html](http://www.swissre.com/institute/research/sigma-research/sigma-2020-04.html)
- Tanzi, T. J. et P. D'Argenlieu, 2013, *Gestion des risques et création de valeur*. Hermes Science / Lavoisier, Paris.

Bibliographie

- The Geneva Association, 2002, *Insurance and September 11 – One Year After: Impact, Lessons and Unresolved Issues*. Geneva. [↗ www.genevaassociation.org/publications/books/insurance-and-september-11-one-year-after](http://www.genevaassociation.org/publications/books/insurance-and-september-11-one-year-after)
- The Museum of the City of San Francisco, 2020, The Great 1906 Earthquake And Fire. [↗ www.sfmuseum.org/1906/06.html](http://www.sfmuseum.org/1906/06.html)
- Trieschmann, J. S., S. G. Gustavon et R. E. Hoyt, 2004, *Risk Management and Insurance*. Cengage, Cincinnati.
- Vaughan, E. J. et T. Vaughan, 2013, *Fundamentals of Risk and Insurance*. Wiley, New York. [↗ www.wiley.com/en-us/Fundamentals+of+Risk+and+Insurance,+11th+Edition-p-9781118534007](http://www.wiley.com/en-us/Fundamentals+of+Risk+and+Insurance,+11th+Edition-p-9781118534007)
- Verbelen, R., K. Antonio et G. Claeskens, 2018, Unravelling the predictive power of telematics data in car insurance pricing, *Journal of the Royal Statistical Society: Series C (Applied Statistics)*, 67(5):1275–1304. [↗ https://doi.org/10.1111/rssc.12283](https://doi.org/10.1111/rssc.12283)
- Willett, A. H., 1901, *The Economic Theory of Risk and Insurance*, volume XIV, no. 2. Columbia University Press, Pennsylvanie. [↗ https://doi.org/10.7312/will93384](https://doi.org/10.7312/will93384)
- World Economic Forum, 2019, *The Global Risks Report 2019*. Geneva. [↗ www.weforum.org/reports/the-global-risks-report-2019](http://www.weforum.org/reports/the-global-risks-report-2019)
- World Health Organization, 2012, *The Great East Japan earthquake: a story of a devastating natural disaster, a tale of human compassion*. Manila, WHO Regional Office for the Western Pacific. [↗ http://apps.who.int/iris/handle/10665/207516](http://apps.who.int/iris/handle/10665/207516)
- Zeier Roeschmann, A., 2014, Risk Culture: What It Is and How It Affects an Insurer's Risk Management, *Risk Management and Insurance Review*, 17(2):277–296. [↗ https://doi.org/10.1111/rmir.12025](https://doi.org/10.1111/rmir.12025)
- Zweifel, P. et R. Eisen, 2012, *Insurance Economics*. Springer, Berlin. [↗ https://doi.org/10.1007/978-3-642-20548-4](https://doi.org/10.1007/978-3-642-20548-4)

Liste des figures

1.1	Perception des principaux risques à l'échelle mondiale.	4
1.2	Dommages assurés dus à des catastrophes entre 1990 et 2018.	8
1.3	Pertes assurées par type d'assurance et par compagnie d'assurances pour l'attaque du World Trade Center en 2001.	10
1.4	Dommages économiques dus à des catastrophes entre 1970 et 2018.	13
1.5	Nombre d'accidents de la circulation par gravité et principales causes présumées de 1992 à 2018 en Suisse.	14
1.6	Primes d'assurance et dédommagements pour dégâts d'incendies et d'éléments naturels par l'ECA Vaud de 1995 à 2018.	16
2.1	Schéma de caractérisation des expositions au risque.	45
2.2	Tableau de classification des périls.	49
3.1	Schéma fréquence – sévérité pour une exposition au risque.	59
3.2	Illustration d'une carte des expositions au risque d'une entreprise pharmaceutique.	62
3.3	Perception subjective du risque de décès par causes.	65
3.4	Illustration des densités de probabilité pour la sévérité d'un risque pur respectivement d'un risque spéculatif.	67
3.5	Illustration de l'arbre de probabilité du problème de Monty Hall.	71
3.6	Illustration des pertes liées à une exposition au risque.	73
3.7	Illustration des fonctions de masse et de répartition d'une loi de Poisson.	78
3.8	Illustration des fonctions de densité de probabilité et de répartition d'une loi Gamma.	79

3.9	Représentation des fonctions de masse et de répartition de S	87
3.10	Illustration des fonctions de masse et de répartition d'une loi binomiale.	93
3.11	Illustration des fonctions de densité de probabilité et de répartition d'une loi uniforme.	96
3.12	Illustration des fonctions de densité de probabilité et de répartition d'une loi exponentielle.	96
3.13	Illustration des fonctions de densité de probabilité et de répartition d'une loi normale standard.	97
3.14	Illustration des fonctions de densité de probabilité et de répartition d'une loi log-normale.	97
3.15	Illustration de l'équivalent certain dans une attitude risquophobe. .	103
3.16	Illustration des fonctions d'utilité exponentielle et quadratique. . .	107
3.17	Illustration de la valeur à risque et de la valeur à risque conditionnelle de niveau α d'une perte potentielle S	120
4.1	Les cinq étapes du processus de la gestion du risque.	128
4.2	Illustration de la représentation en pyramide des classes de risques. .	132
4.3	Vue d'ensemble des techniques de gestion du risque.	134
4.4	Structure d'une entreprise propriétaire d'une captive d'assurance. .	145
4.5	Structure typique de titres assurantiels.	149
4.6	Choix des techniques de gestion du risque sur un schéma fréquence-sévérité.	151
4.7	Organisation de la gestion du risque.	153
4.8	Modèle des trois lignes de défense.	154
4.9	Esquisse des étapes du processus de la gestion des cyber-risques. .	164
5.1	Fonctions économiques de l'assurance.	170
5.2	Répartition des dépenses mensuelles des ménages privés en Suisse. .	174
5.3	Structure des recettes des assurances sociales en suisses.	184
5.4	Vue d'ensemble des primes d'assurance vie et non-vie dans le monde. .	187
5.5	Développement des primes d'assurances vie et non-vie dans la région EMEA avancée.	188
5.6	Parts de marché des affaires directes suisses des principaux acteurs selon les primes d'assurances vie et dommages	192

5.7	Catégorisation classique des branches d'assurances privées.	198
6.1	Ligne du temps pour des paiements de montant P à échoir sur n années.	217
6.2	Ligne du temps pour un contrat à prime unique A payée en début de contrat.	218
6.3	Ligne du temps pour des primes nivelées de montant P à échoir et non différées sur n années.	220
6.4	Ligne du temps pour des primes nivelées de montant P à terme échu et non différées sur n années.	222
6.5	Ligne du temps pour des primes nivelées de montant P à échoir et différées de s sur n années.	223
6.6	Ligne du temps pour des primes nivelées de montant P à terme échu et différées de s sur n années.	224
6.7	Ligne du temps pour la prestation de capital de montant C d'une assurance vie temporaire sur n années.	227
6.8	Ligne du temps pour la prestation de capital de montant C d'une assurance de capital en cas de survie sur n années.	228
6.9	Ligne du temps pour les prestations de capital décès C et de capital survie S d'une assurance mixte sur n années.	229
6.10	Ligne du temps pour une assurance temporaire avec prime unique A et prestation de capital C en cas de décès.	234
6.11	Ligne du temps pour une assurance mixte avec primes nivelées P et prestations de capital C en cas de décès et de capital S en cas de survie.	235
6.12	Ligne du temps pour une rente temporaire immédiate avec prime unique A et prestations de rente C	236
6.13	Ligne du temps pour une rente viagère à échoir avec prime unique A et prestations de rente C	237
6.14	Ligne du temps pour une rente viagère différée avec primes nivelées P et prestations de rente C	238
6.15	Illustration des perspectives adoptées pour le calcul des réserves mathématiques au temps t avec les méthodes prospective et rétrospective.	245
6.16	Modélisation des effets de l'âge sur les dommages casco dans l'assurance auto.	251
6.17	Modélisation des effets du lieu de résidence sur les dommages casco dans l'assurance auto.	252

Liste des tableaux

1.1	Nombre de victimes et dommages par région dus aux catastrophes naturelles et techniques en 2018.	12
1.2	Sélection des dates principales de l'histoire de la gestion des risques.	20
1.3	Faits marquants du développement historique de l'assurance.	23
1.4	Chronologie de l'assurance en Suisse.	25
1.5	Sélection de lectures complémentaires.	26
1.6	Sélection de sociétés académiques et associations professionnelles.	26
1.7	Sélection de revues scientifiques.	27
2.1	Caractéristiques principales des risques dynamiques et statiques.	41
2.2	Caractéristiques principales des risques purs et spéculatifs.	43
3.1	Illustration des distributions conjointe et marginale.	86
3.2	Représentation des réalisations de S et des probabilités associées.	87
3.3	Représentation de la distribution conjointe de N et S	89
3.4	Représentation de la distribution marginale de S	89
3.5	Représentation des distributions conjointe et marginale de N et S	90
3.6	Exemples de lois de probabilité discrètes.	92
3.7	Exemples de lois de probabilité continues.	95
3.8	Attitudes face au risque, fonctions d'utilité et relations d'ordre.	100
3.9	Exemples de fonctions d'utilité.	107

Liste des tableaux

4.1	Illustration de la liste des principaux risques d'une société de production.	133
4.2	Catégorisation des cyber-risques selon les périls.	159
4.3	Aperçu des types de valeurs exposées aux cyber-risques.	162
4.4	Évaluation de l'assurabilité des cyber-risques.	166
5.1	Dépenses mensuelles des ménages privés en Suisse pour les assurances.	175
5.2	Lois des assurances sociales suisses et entrée en vigueur.	178
5.3	Taux de cotisations aux assurances sociales suisses.	183
5.4	Extrait du compte global des assurances sociales suisses	185
5.5	Comparaison des primes, de la densité et de la pénétration de l'assurance de pays choisis	189
5.6	Primes comptabilisées dans les branches d'assurance vie et non-vie en Suisse.	190
5.7	Affaires directes suisses des plus grandes assurances vie et dommages.	191
5.8	Allocation des actifs des assureurs vie et non-vie en Suisse.	193
6.1	Illustration d'une table de mortalité et du facteur d'escompte.	212
6.2	Résumé des expressions des flux de primes d'assurance vie et de prestations d'assurances de capital et de rentes par unité de paiement.	233
6.3	Illustration de l'équilibre entre primes encaissées et prestations payées dans une assurance temporaire avec prime unique.	235
6.4	Illustration des réserves mathématiques dans une assurance temporaire avec primes nivelées.	242
6.5	Illustration des réserves mathématiques dans une assurance temporaire avec prime unique.	243
6.6	Illustration des relativités en présence de deux critères de classification.	249

Liste des définitions et théorèmes

Définition 2.1 : Risque	32
Définition 2.2 : Référentiel	33
Définition 2.3 : Risque dynamique et risque statique	40
Définition 2.4 : Risque pur et risque spéculatif	41
Définition 2.5 : Risque fondamental et risque particulier	43
Définition 2.6 : Exposition au risque	44
Définition 2.7 : Péril	46
Définition 2.8 : Péril endogène et péril exogène	47
Définition 2.9 : Péril économique, naturel, opérationnel et humain . . .	47
Définition 2.10 : Péril humain volontaire et involontaire	48
Définition 2.11 : « Hazard »	50
Définition 2.12 : « Physical hazard » et « moral hazard »	50
Définition 2.13 : Valeur exposée	52
Définition 3.1 : Fréquence	58
Définition 3.2 : Sévérité	58
Définition 3.3 : Probabilité objective	64
Définition 3.4 : Probabilité subjective	65
Définition 3.5 : Variable aléatoire	76
Définition 3.6 : Fonction de répartition	76
Définition 3.7 : Variable aléatoire continue et discrète	77
Définition 3.8 : Fonction de masse	77

Définition 3.9 : Fonction de densité de probabilité	78
Définition 3.10 : Espérance mathématique	79
Théorème 3.1 : Inégalités de Jensen	81
Définition 3.11 : Moment et moment central d'ordre n	81
Définition 3.12 : Variance et écart-type	82
Définition 3.13 : Covariance	83
Définition 3.14 : Corrélation	83
Définition 3.15 : Variables aléatoires indépendantes	84
Définition 3.16 : Distribution conjointe	85
Définition 3.17 : Distribution marginale	85
Théorème 3.2 : Loi des grands nombres	90
Théorème 3.3 : Théorème central limite	91
Définition 3.18 : Fonction d'utilité	98
Définition 3.19 : Utilité espérée	99
Définition 3.20 : Équivalent certain	101
Définition 3.21 : Coefficient absolu d'aversion au risque	105
Définition 3.22 : Coefficient relatif d'aversion au risque	106
Définition 3.23 : Prime de risque	108
Définition 3.24 : Principe d'évaluation d'un risque	114
Définition 3.25 : Principe d'équivalence	115
Définition 3.26 : Critère de l'utilité espérée	117
Définition 3.27 : Valeur à risque	119
Définition 3.28 : Critère de la valeur à risque	119
Définition 3.29 : Valeur à risque conditionnelle	122
Définition 3.30 : Critère de la valeur à risque conditionnelle	122
Définition 3.31 : Perte maximale possible, espérée et probable	123
Définition 3.32 : « Worst conditional expectation »	123
Définition 4.1 : Gestion du risque	126
Définition 4.2 : Techniques de contrôle du risque	135
Définition 4.3 : Catégories de techniques de contrôle du risque	135

Définition 4.4 : Auto-protection et auto-assurance	136
Définition 4.5 : Techniques de financement du risque	140
Définition 4.6 : Catégories de techniques de financement du risque . . .	140
Définition 4.7 : Cyber-risques	158
Définition 5.1 : Prime d'assurance	186
Définition 5.2 : Densité d'assurance	186
Définition 5.3 : Pénétration de l'assurance	186
Définition 5.4 : Contrat d'assurance	194
Définition 6.1 : Principe d'équivalence (actuarielle)	204
Définition 6.2 : Paiement à échoir et paiement à terme échu	217
Définition 6.3 : Paiement non différé et paiement différé	217
Définition 6.4 : Prime unique et primes nivelées	219
Définition 6.5 : Réserve mathématique	239

Liste des encadrés

Définitions du mot « risque » dans le Larousse	30
Définitions du mot « risque » dans Le Petit Robert	30
Définition du mot « risque » selon la norme ISO Guide 73:2009	31
Définition du mot « risque » selon la norme ISO 31000:2018	32
Exemples de référentiels	33
Exemples de risques stratégiques non-commerciaux	34
Exemples de risques stratégiques commerciaux financiers	36
Exemples de risques opérationnels	37
Exemples de risques externes	38
Exemples des quatre types de risques purs	42
Exemple d'une analyse d'exposition au risque	45
Responsabilité civile et pénale en Suisse	52
Exemples de responsabilité civile	53
Exemples de situations de pertes de type bénéfice net	54
Exemple d'une carte des risques	63
Défis dans la modélisation d'une exposition au risque	68
Estimation et modélisation du risque	69
Problème de Monty Hall	70
Application avec une variable aléatoire discrète	86
Application avec deux variables aléatoires discrètes	88
Commentaires sur les exemples de lois de probabilité discrètes	93
Commentaires sur les exemples de lois de probabilité continues	94

Équivalent certain et ticket de loterie	101
Équivalent certain et prime d'assurance	101
Prime de risque du point de vue d'un assuré	109
Prime de risque du point de vue d'un assureur	110
Évaluation situationnelle du risque	113
Paradoxe de Saint-Pétersbourg	116
Théories économiques normatives et comportementales	117
Exemples de techniques de contrôle du risque	136
Exemples de techniques de financement du risque	141
Captives d'assurance	144
Exemples d'autres solutions de transfert alternatif du risque	147
Hameçonnage et « social phishing »	161
Réflexions autour d'un scénario de cyber-risques	167
De l'importance des assurances non-vie pour les clients privés	176
Les neuf principales assurances sociales suisses	179
Exemples d'application des principes légaux de base de l'assurance	195
Exemple d'une catégorisation d'un contrat d'assurance	196
Assurance vie temporaire d'un an	204
Tables de mortalité périodiques et générationnelles	207
Application de la loi des grands nombres	209
Importance du théorème central limite pour les assurances	213
Primes annuelles à échoir et non différées	220
Primes annuelles à terme échu et non différées	221
Primes annuelles à échoir et différées	223
Primes annuelles à terme échu et différées	224
Prestations d'une assurance vie temporaire	227
Prestations d'une assurance de capital en cas de survie	228
Prestations d'une assurance mixte	230
Assurance temporaire avec prime unique	232
Assurance mixte avec primes nivelées	235
Rente temporaire immédiate avec prime unique	236

Liste des encadrés

Calcul des réserves pour un contrat avec primes nivelées	240
Calcul des réserves pour un contrat avec prime unique	242
Formules actuarielles pour les réserves mathématiques prospectives . . .	243
Relativités en présence de deux critères de classification	248

Biographie des auteurs

Joël Wagner est professeur en sciences actuarielles à HEC Lausanne, membre du Swiss Finance Institute et du centre Enterprise for Society à l'Université de Lausanne, professeur invité à l'École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL) et privat-docent à l'Université de Saint-Gall (HSG). Il est membre du Conseil d'administration de Retraites Populaires et ancien membre de la Commission de haute surveillance de la prévoyance professionnelle. Avant d'intégrer la faculté des HEC, il était professeur à la HSG et membre de la direction de l'Institut d'économie de l'assurance. Son expérience du secteur inclut l'engagement comme consultant auprès de The Boston Consulting Group. Il est titulaire d'une *venia legendi* en administration des affaires avec spécialisation en gestion du risque. Il est docteur en mathématiques et possède un diplôme d'ingénieur en physique de l'EPFL.

Titulaire d'un doctorat et d'un master en sciences actuarielles de HEC Lausanne, **Michel Fuino** est actuaire 3^e pilier chez Retraites Populaires. Il a débuté sa carrière en tant qu'actuaire vie chez Swiss Re à Zurich avant d'effectuer un doctorat au sein du département de sciences actuarielles de l'Université de Lausanne sous la supervision du professeur Joël Wagner. Par la suite, il y a occupé un poste de chercheur FNS senior et de chef de projet. Ses recherches s'intéressent aux problématiques du vieillissement de la population, de la perte d'autonomie et aux domaines de la santé, de l'assurance vie et de la gestion des risques. Il est membre du comité de rédaction de l'Association Suisse des Actuaires.

